This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

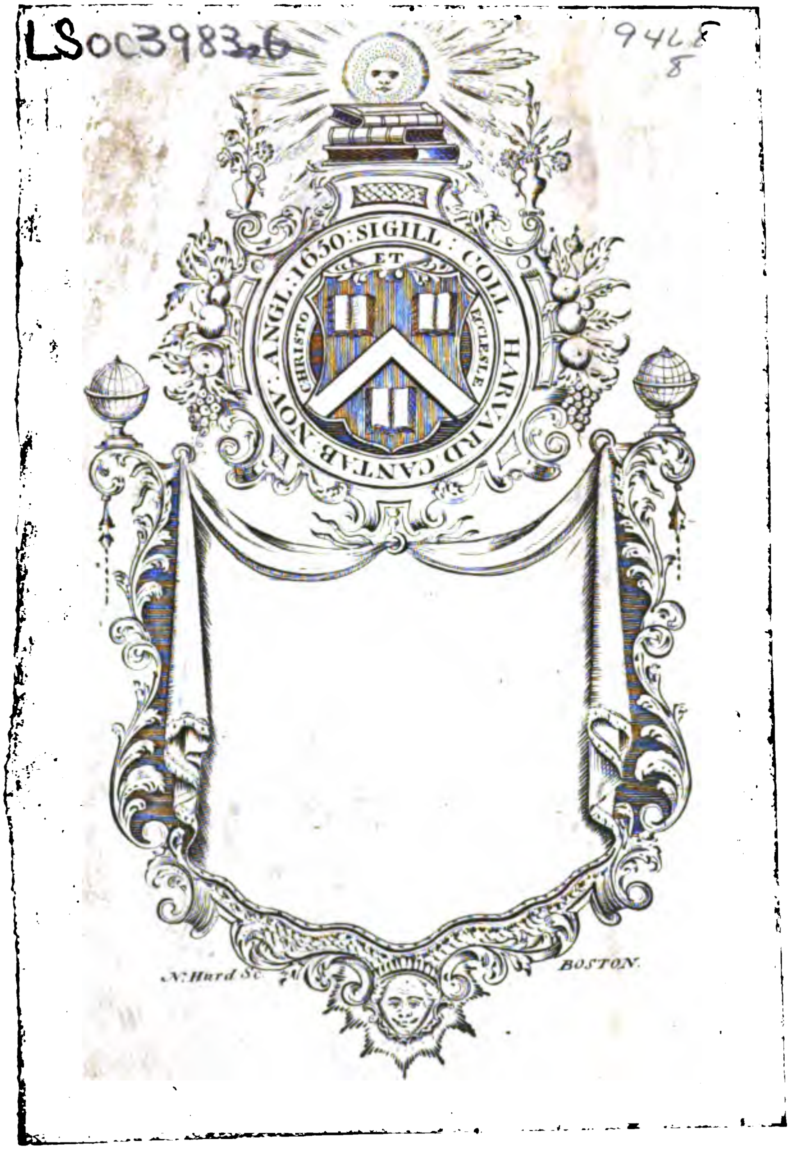
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

L Soc 3983.6


SIGILL: COLL HARVARD CANTAB: NOV: ANGL: 1650:
CHRISTO ET ECCLESIAE
N. Hurd Sc.
BOSTON.

NOVI COMMENTARII ACADEMIAE SCIENTIARVM IMPERIALIS PETROPOLITANAE

TOM. II.

ad Annum MDCCXLIX.



PETROPOLI

TYPIS ACADEMIAE SCIENTIARVM

MDCCLI.

L Soc 3983.6

HARVARD
UNIVERSITY
LIBRARY

9468
53-43
4-13

SVMMARIVM
DISSERTATIONVM
QVAS CONTINET
NOVORVM COMMENTARIORVM
TOMVS II.

Imprimatur

Cyrillus Comes de Raſumowsky.

Duobus abhinc annis primitias laborum ſuorum Academia Scientiarum ſub auſpiciis ELISABETAE AVGVSTAE inſtaurata eruditis praebuit. Secundum hoc Nouorum Commentariorum volumen orbis eruditi lumen adſpiciens tibi, candide lector, nouos ſiſtit nec minus ſecundos laborum Academiae Imperatoriae fructus, in omnes quidem quibus conſtat Academia claſſes diſtributos. *Mathematica* enim claſſis quinque iam continet diſſertationes. *Phyſico-Mathematica* decem. *Phyſica* quatuor et *Aſtronomica* duas. Intelliges quoque, beneuole lector, de nominibus Cl. Auctorum Academiam Imperialem aeque benigne facere extraneis ſociis et praeſentibus, neque minus ex vna parte ſplendere quam ex altera. Haec autem munificentia debetur AVGVSTO huius corporis Fundatori PETRO MAGNO, cuius gloria ſplendido hoc inſtituto, quod ad eruditorum reipublicae fructum redundat, in omnem prominet memoriam atque poſteritatem.

MATHEMATICA.

L. EVLERI DE REDVCTIONE LINEARVM CVRVARVM AD ARCVS CIRCVLARES.

Celeberrimus Eulerus in hac *de reductione linearum curuarum ad arcus circulares* diſſertatione ſublimioris geometriae amatores ſibi deuinxiſſe cenſendus eſt, dum iis nouam, facilem elegantemque methodum offert, lineas curuas dimetiendi, docendo quomodo data quacunque curua arcus circuli exhiberi poſſit ipſi proxime aequalis, et ille ipſe quidem qui a Celeberrimo quondam Iohanne Bernoullio per motum reptorium determinatus erat, quae quidem methodus Bernoulliana, tametſi magni olim a ſummo Leibnitzio aeſtimata eſt, et merito ſemper aeſtimabitur, aliquanto tamen difficilior, ne dicam inferior noſtra Euleriana cenſenda videtur, dum non parum ſollicitos tenere ſolet eruditos, qua ratione motus reptorius adornari debeat et inſuper non adeo late pateat.

Soluit autem in hac diſſertatione Celeberrimus Auctor ſex problemata, quorum titulos adferre iuuat.

1. Data curuae amplitudine vna cum normalibus, inuenire limites intra quos longitudo arcus amplitudini aequipollens contineatur.
2. Inuenire omnes curuas A M. huius indolis vt ductis ad eam normalibus A N. M N curua A M. aequalis ſit arcui circuli N. radio $= \frac{1}{2}$ (A N + M N) intra rectas A N et M N deſcripto.

3. Propoſita linea curua quacunque AMB. quae vbique ad eandem partem ſit concaua, inuenire arcum circuli *a b* ipſi proxime aequalem.
4. Propoſita ellipſi quacunque inuenire radium circuli cuius peripheria ſit aequalis proxime perimetro ellipſis.
5. Longitudinem arcus parabolici per arcum circuli proxime exhibere.
6. Si curua propoſita fuerit cyclois, inuenire radium circuli, cuius quarta pars peripheriae proxime ſit aequalis arcui cycloidis.

Qui horum problematum ſolutiones elegantes, nonnullorumque Theorematum demonſtrationes rigoroſas cognoſcere geſtiunt, ii ſitim ſuam in lectione diſſertationis ipſius abunde reſtinguere poterunt.

G. W. KRAFFTII INDAGATIO FOCORVM IN OMNIBVS CVRVIS POSSIBILIBVS.

Hodierni Geometrae non aeque ac veteres in ſola conſideratione Geometrica curuarum ſubſiſtere ſolent, ſed etiam relationem earum Phyſicam indagare ſtudent, hinc factum eſt, vt Cl. Krafftius, qui perſpectum habebat in ellipſi et parabola ordinaria dari focum et Mathematicum et Phyſicum, ſibi inquirendum duxit, an etiam in parabolis et ellipſibus ceteris ſuperioribus, de quibus pariter foci affirmari ſolent, reuera quoque ambo dentur foci, Mathematicus ſcilicet et Phyſicus.

Dum ergo huic inquiſitioni a priori methodum tangentium inuerſam applicat, inuenit tandem ſolam ellipſin

ordinariam, nec non parabolam Apollonianam focis Phyſicis inſtructas eſſe, reliquas omnes vero ſuperiores tali foco Phyſico deſtitui. Hinc aſſerit ex proprietate Geometrica quae in ellipſi et parabola infima ſolum obtineat, male concludi ad ſuperiores haſce curuas. Et quamuis non neget imaginarium aliquem focum ipſis tribui poſſe, hoc tamen nomen illas non mereri contendit, quoniam ad errorem inducendum inſeruire poſſit, quaſi ſuperiores ellipſes et parabolac etiam focis veris et phyſicis ſint praeditae.

L. EVLERI SOLVTIO PROBLEMATIS DIFFICILLIMI A FERMATIO PROPOSITI.

Cum Fermatius proximo elapſo ſeculo, Galliae decus, plurimum ſtudii et operae in problematibus ad methodum Diophanti pertinentibus feliciſſimo ſucceſſu conſumſiſſet, et haec analyſeos pars poſt eius tempora non eadem cura ac reliquae praedictae diſciplinae partes promota, imo a geometris qui eum ſecuti, fere neglecta ſit, idcirco Cel. Eulerus partem hanc analyſeos, quae circa numeros eſt occupata, et ad problemata indeterminata ſoluenda adhiberi ſolet, vel ideo colendam ſibi ſumſit, quoniam plerumque ſumma ingenii vis in talibus huius doctrinae problematibus, quae olim ſolutu difficilia ſunt habita, cernatur, atque ab analyſta non mediocris ad ea ſoluenda requiratur ſagacitas.

Problema autem, quod ſibi in hac diſſertatione inveniendum ſumſit Cel. Eulerus et quod a Fermatio, qui id in annotationibus ſuis ad Diophantum Bachetii propoſuerat, idque ſolutu difficillimum iudicauerat, eſt ſequens.

„In-

„Inuenire triangulum rectangulum in numeris ratio-
„nalibus expreſſum, cuius vterque cathetus area ipſius
„trianguli minutus producat numerum quadratum.

Poſtquam igitur Cel. Auctor praeparationem ad ſolutionem praemiſiſſet, tres huius problematis ſolutiones particulares, ceteris, quas elicere potuiſſet, omiſſis, exhibet, ſimulque viam monſtrat, quomodo ex praeparatione ad ſolutiones ſupra traditas ſolutio quaedam generalis et concinna, quam in diſſ. ipſa vberius exemplis illuſtrat, deducta ſit.

C. N. de WINSHEIM DE NVMERIS PERFECTIS.

Tametſi in Commentariis Academicis non vno in loco de numeris perfectis actum ſit, ita vt materiam hanc denuo in medium producere, idem videri potuiſſet ac actum agere velle, quoniam tamen viri Ill. Mich. Gott. Hanſch S. Caeſ. et Cath. Maieſtatis Conſiliarii Theoria Arithmetica nouis a ſe inuentis aucta Ao. 1739. Cal. Sept. Vindebonae ad Mathematicos omnes data Epiſtola, non ſolum aſſertis in Commentariis noſtris aperte contradiceret, ſed et ipſiſſima epiſtola poſt nouem annos Menſe Sept. 1748. cum Academicis, vt iudicium de ea ferrent, communicata eſſet, idcirco auctor harum recenſionum iuſſu Academiae in hanc materiam data opera inquirens, deprehendere ſibi viſus eſt, totam hanc diſſertationem, quam Cel. Auctor ſpeciminis loco emulgauit, vt conſtet quae circa geneſin analyſin etc. tentauerit et quaenam numerorum detegere

va-

valeat myſteria, non admodum firmo niti fundamento, ſerio dolendo iacturam temporis et laboris in hac de numeris perfectis diſquiſitione collocatorum.

G. W. KRAFFTII DISSERTATIO DE NVMERIS AMICABILIBVS.

Proprietates certas numerorum vel mediocriter in Matheſi verſatus caſu inuenire, easdem autem demonſtrare non aeque facile valebat, quoniam haud vulgaris ſaepenumero ad id efficiendum requiritur ſagacitas. In hanc claſſem referendum eſt problema quod ſibi ſoluendum ſumſit Cl. Krafftius *de Numeris Amicabilibus*, quod Algebrae regulis ſubiici poſſe haud putauit, qui primus horum numerorum mentionem iniecit, Celeberrimus olim Arithmeticus Stiefelius. Superatum a Carteſio difficillimum hoc eſſe problema oſtendit vir Cl. quidem, ſed et notat, nimis anguſtos terminos ipſi poſitos eſſe, quoniam ſolutio eiusdem intra potentias binarii concluſa ſit, cuius tamen reſtrictionis minime indigeat. Haec omnia rite et eleganter in diſſertatione ipſa, quae praeterea plurima alia ad hanc doctrinam ſpectantia continet, expoſita ſunt. Omnibus ergo, noſtro quidem iudicio, qui hanc Matheſeos partem aeſtimare valent, ſolutionibusque problematum diaphantaeorum delectantur, diſſertatio haec mirum quantum placebit, praeſertim ſi, quae Celeberrimus Eulerus de his numeris in *nouis Actis* Eruditorum Menſe Maio 1747 p. 269 expoſuit, conferantur.

PHY-

PHYSICO - MATHEMATICA.

G. W. RICHMANNI CONSTRVCTIO ATMOMETRI SIVE MACHINAE HYDROSTATICAE AD EVAPORATIONEM AQVAE MENSVRANDAM APTAE.

De Cl. Richmanni deſcriptione Atmometri, ſiue Machinae Hydroſtaticae, ad euaporationem aquae certae temperiei menſurandam aptae, tali conſtructione, vt ope illius decrementum paucorum granorum obſeruari et lex euaporationis confirmari poſſit, hic fuſius exponere, idem eſſet ac doctiſſimas Cl. Auctoris meditationes deſcribere; quare Lectores ad diſſertationem ipſam ablegatos volumus.

M. LOMONOSOWII DESCRIPTIO ANEMOMETRI.

Quoniam deſcriptio Anemometri vix breuius et concinnius exponi poteſt, quam a Celeberrimo Auctore in diſſertatione ipſa factum, ea propter illi quibus conſtructionem huius machinae propius cognoſcere volupe eſt diſſertationem ipſam conſulere haud grauabuntur.

G. W RICHMANNI INQVISITIO IN RATIONEM PHAENOMENI, CVR AQVA PROFVNDA IN VASIS HOMOGENEAE MATERIAE PLVS EVAPORET, QVAM AQVA MINVS PROFVNDA ET CONFIRMATIO EXPERIMENTO NOVA RATIONE INSTITVTO.

Cum fuerint qui affirmauerint, aquam minus profundam plus euaporare, et etiam alii, qui aquam minus profundam minus euaporare contenderint, auctor ſupradictae inquiſitionis experimento confirmauit in vaſis in aëre pendulis et tenuium

nuium parietum homogeneaeque materiae aquam minus profundam minus euaporare.

§. 3. Quomodo inſtituerit experimentum refert. §. 4 et 5 rationes affert, cur experimentum expoſita ratione inſtituerit. §. 7. Obſeruationes vulgares recenſet, ex quibus concludit, 1.) Minorem maſſam citius temperiem aëris obtinere debere, quam maiorem maſſam; ſi maioris maſſae ſuperficies integra habeat ad minoris maſſae ſuperficiem integram rationem minorem quam maſſa maior ad maſſam minorem. 2.) Contrarium obtinere ſi contraria conditio adſit. Deſcribit ſimul vaſa, quibus adhibitis accuratiora experimenta inſtitui poſſint. §. 9 et 10. Adplicat concluſiones §. 7. ad experimentum deſcriptum, hinc oſtendit conditionem euaporationis, ſi ponatur differentia inter temperiem aquae et aëris maior citius ceſſare in maſſa minori, quam in maſſa maiori, conſequenter mutatio aëris reſp. temperiei facta, quauis vice diutius durare debere euaporationem inſignem in maſſa maiori quam in maſſa minori. §. 11. affert, quid contingat, ſi aër frigidior eſt quam aqua, vel calidior quam aqua. §. 12. quid probabiliter euenire debeat, ſi aër humidior redditur quam antea et ſimul frigidior aqua. §. 13. quid eueniat probabiliter, ſi aër redditur humidior quam antea et ſimul calidior quam aqua. §. 15. tandem monet, licet euaporationes aquarum in vaſis in aëre pendulis etc. ſint ſic comparatae, vt maior et profundior maſſa plus aquae euaporet, quam minus profunda, hoc tamen ad maiores maſſas, maria, lacus, fluuia, adplicari difficulter poſſe, alium enim calorem adplicari

maſſis

maſſis probabiliter in minori a centro telluris diſtantia, alium in maiori, alium in hoc alueo, alium in alio heterogeneo, aquas etiam ipſas ob diuerſam grauitatem ſpecificam et diuerſitatem particularum, quas continent, magis vel minus euaporationi aptas eſſe.

G. W. RICHMANNI DE EVAPORATIONE EX AQVA FRIGIDIORI AERE OBSERVATIONES ET CONSECTARIA.

Auctor antea in doctrina de euaporatione inquiſiuit in euaporationem ex aqua calidiori aëre et inuenit euaporationem, differentia inter temperiem aquae et aëris decreſcente, decreſcere ita, vt quantitates euaporatae ab initio obſeruationis ſint vti differentiae differentiarum inter temperiem aquae calidioris et aëris frigidioris, e. g. ſi initio differentia, inter temperiem aquae et aëris fuit 30 gr. Therm. Fahr. et poſt 30. min. pr. 15. graduum et poſt 60. min. pr. 7. grad- euaporatioque poſt 30. min. prima ab initio obſeruationis vnius vnciae, poſt 60. min. pr. fuit ferme vnius vnciae et [illegible] partium vnciae.

Ab hac lege parum vidit abludere euaporationem, et quidem initio calculus requirebat minorem euaporationem ac experimenta oſtenderunt. Cauſam credidit cohaeſionem particularum aquearum minorem. Sub finem obſeruationum aqua frigidiori reddita, calculus exhibebat maiorem euaporationem et obſeruationes exhibebant minorem, cauſam huius phaenomeni credidit cohaeſionem particularum aquearum maiorem. In medio obſeruationum calculus reſpondebat obſeruationibus

His peractis naturali via in inquiſitionem euaporationis ex aqua frigidiori aëre delatus per duos menſes., repetitis ſaepius obſeruationibus, edoctus eſt

I. Differentia magna exiſtente inter temperiem aëris et aquae colligi vapores et nullam euaporationem apparere. e. g. Si temperies aëris inter 60. et 70^{mum} gradum ſubſiſtat, colligi vapores, ſi differentia inter temperiem aëris et aquae ſuperet 15 gradus, et ſi temperies aëris inter 75 et 87^{mum} gradum ſubſiſtat, colligi vapores, ſi differentia inter temperiem aëris et aquae ſuperet 20. gr.

II. Quo maior eſt calor aeris

1. Eo calidiorem reddi debere aquam, donec collectio vaporum non obſeruetur amplius, ſed euaporatio ſolum.

2. Eo largiorem fieri euaporationem.

III. Initio euaporationem eſſe minorem, deinde augeri, tandem iterum minui. Haec inprimis per ſex experimenta confirmata ſunt, quorum 1. durauit per 9. horas et 20 m. p; ~~alterum per 10. horas~~ et 52 m. pr. tertium per 13. horas; quartum per 9. horas et ½; quintum per 4. horas et 45. m. p; ſextum per 3. horas et 34. m. pr. Continuo ferme adeſſe debuit maſſae euaporandae ne auiculae, praeſertim hirundines, quarum vicinitas admodum moleſta fuit, aliquid aquae auferrent et ſic experimentanti illuderent.

IV. In rationes phaenomenorum inquiſiuit.

V. Ex experimentis conſectaria aliquem vſum in meteorologia habentia deduxit.

Nimirum 1. Si temperies aëris ſole ſupra horizontem morante 65. graduum circiter eſt, et aquae in ſuperfi-

cie

cie telluris ſtagnantis e. g. fluuii, lacus, vel maris temperies 50. graduum, quod vere et autumno contingere ſolet, collectionem vaporum largius fieri debere ac euaporationem per exp. I. II. III.

2. Si temperies aëris ſuperat 75. gr. et temperies aquae in ſuperficie telluris ſtagnantis e. g. fluuii, lacus, vel maris eſt minor 60. gradibus, quod aeſtate ſaepius contingere ſolet, rurſus plus vaporum ex aëre colligi debere ac euaporatione in atmoſphaeram abit per Exp. V. et VI.

3. Si differentia inter temperiem aëris calidioris et aquae frigidioris in ſuperficie telluris ſtagnantis, e. g. fluuii, lacus, vel maris, paucorum tantum graduum, e. g. 1. ad 10. quod ordinario ſole ſupra horizontem morante obtinere ſolet, euapotationem praeualere prae collectione vaporum per Exp. I. II. III. IV. V. VI.

VI. Confirmauit etiam quaedam ex his obſeruationibus, quae ex obſeruationibus parum definitis iam antea feliciter deducta ſunt a naturalis ſcientiae cultoribus.

G. W. RICHMANNI EXPERIMENTA DE COMPRESSIONE AERIS INPRIMIS PER AQVAM IN BOMBIS CONGLACIATAM DESCRIPTA.

Celeberrimus Haleſius in ſtatica Vegetabilium experimentum quoddam adduxerat, mediante quo in denſitatem aëris inquirere conatus fuerat, ſcil. tubulum vitreum globo quodam excauato ferreo Bomba dicto includens, hunc globum aqua repletum rigori hiemis expoſuerat, et poſtquam is ab aqua gelaſcente diſruptus eſſet, ex eius firmitate vim ſupputauerat, qua aër tubulo praedicto contentus compreſſus fuiſſet.

Putauit Cl. Richmannus nonnullis hanc argumentandi methodum nonnihil ambiguam videri poſſe, idcirco animum induxit, adiutus a viro Cl. Kratzenſteinio experimentum denuo repetendo, omnia ita inſtituere, vt ſpatium aëris compreſſi cum ſpatio quod initio in tubulo vitreo erat, comparari commode poſſet.

Quae hac occaſione expertus eſt, huc fere redeunt.

1. Aërem, nos ambientem, quo communiter vtimur, per preſſionem mediante validiſſimo prelo in ſpatium centies vigeſies minus quam ante occupauerat, redigi poſſe.

2. Hunc ipſum aërem ope aquae gelaſcentis ſpatium trecenties minus quam ante compreſſionem obtinuerat, occupare.

3. Inſimul notatum fuit nonnulla fruſta Bombae, vi frigoris ex aqua gelaſcente orti, diſcrupta, per aliquot paſſus proiecta eſſe.

Optandum fuiſſet vt per tempus, ceterasque circumſtantias indagare licuiſſet, an maiori preſſione aër in minus coarctari poſſit ſpatium an ſecus, ſi enim prius obtinuiſſet hoc indicio fuiſſet limites compreſſionis nondum detectos eſſe, ſin poſterius hi limites eo ipſo fuiſſent inuenti.

G. W. RICHMANNI VSVS LEGIS DECREMENTI CALORIS AD DEFINIENDAM MEDIAM CERTO TEMPORIS INTERVALLO TEMPERIEM AERIS OSTENSVS ET INSTRVMENTVM METEOROLOGICVM NOVVM MEDIAE TEMPERIEI AERIS INVENIENDAE INSERVIENS.

Auctor oſtendere tentauit, quomodo media temperies aëris inueniatur, ſiue ea, quae ſi conſtans eſſet per totum

totum diem vel longius interuallum eundem effectum produceret in refrigerandis et califaciendis per idem tempus corporibus ac omnes gradus diuerſi caloris ſibi per totum diem vel longius interuallum ſuccedentes. Eum in finem ex legi decrementi caloris antea data, data temperie fluidi initiali et data temperie eiusdem diminuta poſt definitum temporis interuallum, dictam temperiem aëris mediam eruere docuit. Et deinde oſtendit, quomodo aquae calidae ingens moles, vel feliciori cum ſucceſſu machina ex ferro et argento viuo parata huic fini aptari debeat ſi de media temperie aëris per longius temporis interuallum iudicium ferendum eſt.

G. W. RICHMANNI. DE MEDIA BAROMETRI ALTITVDINE DEFINITO TEMPORIS INTERVALLO INVENIENDA ET MACHINAE HVIC VSVI APTANDAE CONSTRVCTIONE COGITATIONES.

Quid ſibi de ſtudio meteorologico perficiendo promittant Phyſici id neminem latet, qui eorum molimina tam proxime elapſo quam hodierno, quo viuimus, ſaeculo, cognita habet ac perſpecta. Cl. Richmannus, qui inter alia et hoc ſtudiorum genus ſibi excolendum ſumſit, variisque, quid hac in re humeri ſui valeant, erudito orbi iam dudum teſtatum dedit experimentis, propoſitionibus aut cogitatis, in ſemel coepto ſtadio decurrere pergens, nouam methodum proponit, quomodo omnes aëris preſſiones ſibi certo temporis interuallo ſuccedentes in vnam ſummam colligi, ſicque mediae barometri altitudines, longe exactius quam antea factum, definiri poſſint.

Propo-

Proponit hunc in finem machinam quandam ad cuius conſtructionem magna quidem copia mercurii requiritur, quam tamen accurate ſatis conſtruere, et diuidere docet, vt omnibus, quae hucuſque praeuidere potuit, occurratur dubiis.

Deſcriptionem huius machinae vberiorem lectores in diſſertatione ipſa inuenient, id nobis ſaltem adiiciendum, cogitationes has haud indignas eſſe, vt experimento comprobentur, quoniam, ſi vel maxime euentus non in omnibus exacte reſpondeat, aut natura calculis ipſis ſe plane ſubiici forte recuſet, vnaquaeque tamen veritas per experimenta ſtabilita reipublicae vtilis cenſenda eſt literariae, ſiquidem haud leuiter conducit ad limites cognitionis noſtrae amplificandos.

C. G. KRATZENSTEINII DE STATERA GEOGRAPHICA ET NAVTICA DISSERTATIO.

Autor iam perficiendae arti nauticae, quatenus hoc ex foro mechanico fieri poteſt, intentus de methodo quadam meditatus eſt, qua eleuatio poli abſque vlla obſeruatione aſtronomica inueniri poſſet. Cum enim nautae ſaepius per integras hebdomades propter coelum nubilum obſeruationes latitudinis inſtituere nequeant, adeoque ex ſola directione et aeſtimatione itineris interea temporis ad duos pluresue gradus interdum falli poſſint, praeſertim curſu maris concurrente; magno nautis ſolatio fore iudicauit autor, ſi ſub eiusmodi circumſtantiis commodo quodam modo iuſtiorem calculum ex inuenta ele-

vatione

vatione poli et rhombo formare poſſint. Poſt varias demum meditationes incidit in modum quendam, ex theoria grauitatis corporum petitum, de quo non dubitat, eum huic intentioni poſſe ſatisfacere. Quoniam ſcilicet noſtro tempore per indubias rationes et obſeruationes compertum habemus, grauitatem corporum in diuerſis terrae locis non eamdem eſſe, ſed recedendo ab aequatore verſus polos in conſtanti quadam proportione creſcere, facile patet, ſi nobis de iſto incremento per obſeruationem conſtiterit, diſtantiam loci ab aequatore inde ſtatim haberi. Conſueta bilance vero ad hoc incrementum indicandum plane non conueniente, auctor deſcribit ſtateram quandam, quae ope elateris pondus corporum, vt et eius incrementum vel decrementum ſub diuerſis ab aequatore diſtantiis accuratiſſime indicare valet. Cum enim frictio in ſtateris abſque ſingulari labore in tantum imminui poſſit, vt ſeſquilibra circiter onuſtae differentiame vnius grani ſenſibiliter ſatis notare poſſint, ſtateram ita diſpoſuit, vt in ea differentia vnius grani etiam differentiae vnius gradus latitudinis circiter reſpondeat, ſi ea ſeſquilibra fuerit onuſta. Oſtendit praeterea, quibus modis frictio magis adhuc poſſit imminui, vt huius gradus etiam aliquot ſubdiuiſiones haberi poſſint, vt adeo vix vitium quinque milliarium in diiudicanda latitudine committere liceat, id quod pro ſcopo nautarum ſufficit, inſtrumentis enim ſuis etiam in obſeruatione aſtronomica tale vitium euitare nequeunt. Adhibebit quoque hanc inuentionem combinatis aliis ſimul ſubſidiis ad nouum modum monſtrandum, quo longitudo maris abſque vlla obſeruatione aſtronomica ad quoduis momentum, tutiori, quam hactenus licuit, modo, reperiri poſſit.

C. G. KRATZENSTEINII REMIGII NOVITER INVENTI AD NAVES ONERARIAS PROMOVENDAS DESCRIPTIO.

Nautis non minus fatales ſunt malaciae quam procellae. Praeſertim hoc experiuntur naues zonam torridam tranſeuntes. Conſiſtunt interdum immobiles per biduum, immo per triduum, praeſertim diurno tempore et ſole in vertice conſtituto. Aſſeres areſcunt, contignationes dehiſcunt, pix colliqueſcit et defluit. Aqua pro potu inſeruiens putreſcit, aër quietus exhalationibus nociuis inquinatur et nautici otioſi morbos incurrunt. Praeterea nauis exſiccata deinde a vento inclinata, aquam copioſe ſorbet et operarios defatigat, donec rimae iterum clauſae fuerint. Interdum nautae portum ante oculos habentes a vento derelinquuntur aut contrarium experiuntur, ita vt per plures hebdomades in conſpectu portus in libero morari debeant. Conſideratis hiſce incommodis permulti ingenioſa excogitauerunt ſubſidia in hiſce caſibus adhibenda. Quidam per reſiſtentiam aquae in altum eleuatae per canales in puppi effluentis nauem promouere voluerunt. Alii per pondus eleuatum penduli inſtar velum quoddam elaſticum percutiens ex vi huius viua motum naui inducere conati ſunt. Nuperrime Lutetiae Pariſiorum Abbas Maſſon Comiti de Saxe obtulit typum remigii cuiusdam in nauibus onerariis adplicandi, cuius ope quadruplo maior vis obtinetur conſueto remigio. Quia vero hoc inuentum ſane non inutile non vlterius diuulgatum eſt, Autor huius diſſertationis ex ſuis meditationibus ſiſtere voluit ſimilem machinam remigatoriam, qua mediante non quadruplo ſed quintuplo fere maiorem vim exercere licet ac conſueto remigandi modo. Adeo vt 8 homines medi-

ocrem

ocrem nauem onerariam 2 horarum ſpatio fere per vnum milliare germanicum promouere valeant, id quod ſubiuncto calculo monſtrauit. Et vix quisquam de effectu huius machinae dubitabit, ſi conſiderauerit hominem pondere ſuo ſimul adiutum fere quintuplo maiorem vim ſuperare poſſe, ac ſolis brachiis. Optandum quoque eſſet, vt talis adplicatio vis humanae in pluribus machinis adhiberetur, vbi ex inueterata conſuetudine cum magno diſpendio ſolam brachiorum vim adplicare ſolemus.

EIVSDEM DE HOROLOGIO PERPETVO MOBILI DISSERTATIO.

Nemo facile datur mechanicus, vel horologipoeus, vel etiam faber ferrarius ingenio aliquantum audaci praeditus, qui non aliquo modo de perpetuo mobili conſtruendo cogitet, vel ſaltim ſibi perſuadeat ſe illud inuenire et conſtruere poſſe, ſi ipſi otium et ſumtus ſuppetant, adeo vt autor affirmet, ſe vel librum conſcribere poſſe, ſi omnes illas ideas varias et ridiculas colligere vellet, quae ſecum vmquam ab eiusmodi artificibus, quibuscum paullo confidentior conſuetudo ipſi fuit, communicata ſunt. Adnotauit quoque ſaepius, iam iſtud pro inuento et reperto tum praedicari, imo in nouellis publicis ſignificari, vbi artifex ipſe tamen adhuc de illo conſtruendo meditatur, adeoque eiusmodi relationibus, niſi certiora documenta exſtent, plane non fidendum eſſe iudicat. Vt plurimum reperit, illos tantum artifices talia ſomniare, qui machinas ad calculum reuocare ignorant. Interim tamen facundia ſua ſaepius etiam eruditos, harum rerum ignaros, in admirationem ſui trahere ſolent, adeo vt hi maiorem ſcientiam et peritiam in rebus mechanicis tali-

bus artificibus tribuant; quam ipſis mathematicis mechanicam ſcientifice callentibus. Qui itaque mirum, eiusmodi artifices prae ſcientia ſua intumeſcere et remonſtrationes mathematicorum audire nolle. Hiſce principiis innixus autor plane non dubitat eodem modo rem ſe habere circa horologium iſtud perpetuum mobile, de quo fama in nouellis publicis ſuperiori anno multa praedicabat. Relatum ſimul erat, artificem iſtum variſcum, horologium hocce tali cum praecautione compoſuiſſe, quod nemo artificium abſque quod tota machinatio corruat, perſpicere poſſit, cum tamen non nemo facillime hoc praecauere poſſet, ſi aqua impletam machinam frigori exponeret, et conglaciata demum aqua compagem diſſolueret. Nullum praeterea foret dubium, quod ſi horologium ſequentibus temporibus verum perpetuum mobile eſſet repertum famam hoc non reticuiſſe, ſed altum ex eo tempore hac de re fuit ſilentium. Interim licet autor deſperet, vnquam tale perpetuum mobile poſſe conſtrui, cuius vis motrix ex interno principio dependens ſit conſtans et continua, tamen publico non ingratum fore duxit, ſi horologium hac occaſione a ſe excogitatum deſcriberet, quod quidem non ex principio interno, ſed tamen ex externo continuo motum ſuum in perpetuum, quam diu ſcilicet eadem rerum natura manebit, continuet. Ingenue quoque fatetur, ſe plane non exhibuiſſe perpetuum illud mobile a pluribus mathematicis tam anxie quaeſitum, ſed tantum naturale, cuius ad vſum publicum vix vlla erit adplicatio, niſi quatenus curioſi ingenium delectare valet. Cum enim hodie horologia, quae per annum motum ſuum abſque noua ponderis eleuatione continuant,

eadem

eadem facilitate conſtruantur, exiguum tantum inde redundabit leuamen, ſi in tali horologio hac eleuatione ponderis ſuperſedere poſſumus. Maioris vero vtilitatis cenſet inuentionem iſtam, qua horologia pendula cylindrigera ad vſus aſtronomicos ita conſtrui poſſunt, vt ſub eleuatione ponderis motum ſuum continuent, quia talia cylindrigera merito praeferenda iudicat iſtis, vbi artificio hugeniano idem conſueto modo efficitur.

PHYSICA.

G. W. KRAFFTII DE VEGETATIONE PLANTARVM EXPERIMENTA ET CONSECTARIA.

Varia experimenta Cl. huius diſſertationis Auctor circa vegetationem phaſeolorum, piſorum vulgarium, raphani minoris ſeminum etc, more ſuo, id eſt ſumma cum circumſpectione et cautione inſtituit, fideliterque exhibuit, quae hic referre ab inſtituto noſtro alienum eſſet, contenti erimus hac vice nonnulla adducere conſectaria quae ex praemiſſis experimentis legitime deriuari poſſe ipſi videntur.

Aſſerit ſcilicet Cl. Auctor contra Cel. Fontenelle diuerſitatem inter grana ſeminis et oua et hac occaſione loca quaedam de vegetatione plantarum in libro cui titulus: *Spectacle de la nature*, emendantur. Deinde contra Cel. Muſchenbroekium demonſtrat, phaſeolos Turcicos ab inſectis haud manere intactos. Quae porro celebrem Angliae Phyſicum Bacone de Verulamio credidiſſe refert Antonius Le Grand in Hiſtoria naturae: cucumeres et ra-

phanos teneros et delicatiores fieri ſi ante ſationem aut melle aut lacte praemacerarentur refellit. Porro euincit contra eundem le Grand, quod ſcobs ferrea nihil ad vegetationem conferat.

Dum autem idem le Grand materiam animalem e. g. carnem, cornua etc. plantarum vegetationem excitare poſſe, adſerit in hoc ipſi (auctoritate Gaſſendi et Keysleri adductus) adſtipulatur experimenta actu autem non inſtituit Cl. diſſertationis huius Auctor.

Admirandum illud in omnibus plantis conſpicuum phaenomenon, quod in hunc vſque diem eruditorum torſit ingenia, cur ſcil. radices ſemper deorſum deprimantur et germina ſurſum eleuantur, poſtquam ſententias variorum eruditorum adductas ſibi haud ſatisfacere affirmaverat, tandem explicare conatur per vires quas animales vocare amat et quas forte praeter ceteras grauitatis elaſticitatis et attractionis vires in natura rerum dari ſuſpicatur, explicationem autem illam, ſuſpicionis loco ſaltim haberi vult, donec ſucceſſu temporis clara cognitio Phyſices ad maiorem euehatur gradum. Certiora autem de locis granorum, de germine et plumula, nec non de radicum proprietatibus affert, quas mechanice vix ac ne vix quidem explicari poſſe Cl. Auctor aſſerit, quae omnia lector harum rerum cupidus maxima cum voluptate vberius in diſſertatione relata inueniet.

Porro aquam puram nullo vel minimo ſale infectam, optimum plantarum eſſe nutrimentum, ſpiritum autem vini nihil illi prodeſſe contra Regnaultii Entretiens Phyſiques probat.

An

An autem oleum aut vinum maluaticum ex ſententia Cardani aut Baconis de Verulamio vegetationem promoueat, de hoc iudicium ſuum ſuſpendit et tandem occaſione vegetationis vnguium et capillorum tres dari plantarum ſpecies 1.) Quae creſcant ex terra 2.) Quae creſcant ex plantis prioribus 3.) Quae creſcant in animalibus cum Honor. Fabry ſtatuens eruditae huic diſſertationi finem imponit.

In additamento idemum exponit, experimentum circa cepam in aëre ſuſpenſam ſponte germinantem propoſitum a Verulamio art. 9. Cent. 1. *Siluae Siluarum ſ. Hiſtor. Natural.* et inuenit pondus eiusdem ſemper decreviſſe a die 26. Ian. ad 16. Maji, quo die experimentis finem impoſuit, quia germinum omnium ſummi apices corrupti non ſolum, ſed areſacti etiam fuerunt. De cetero ſollicite curauit Cel. Auctor, ne minimum aquae aut humiditatis ad cepam hanc toto hoc tempore perueniret.

ABR. KAAV BOERHAAVE OBSERVATIO ANATOMICA MVSCVLI IN PECTORE PRAETERNATVRALIS, ET VARII IN DIVERSIS CADAVERIBVS, INVENTI.

Muſculum praeter naturam ſupra pectus extenſum, in variis autem cadaueribus diuerſum inuentum, Auctor ex propria obſeruatione deſcribit atque figuris, naturaliter delineatis, exhibet. In vna cernitur muſculus Rectus abdominis, extremo ſuo longiſſimo cartilagini dextrae quintae coſtae inſertus, peculiari deinde modo a latere externo procedere elongatus ad coſtam tertiam

vſ-

vſque: in aliis plane a Recto apparet diſtinctus et inter ſe iterum diuerſus, muſculus. Narrat hac occaſione Auctor, ſibi bis, praemonſtrante Cl. B. S. Albino, nota tam muſculi Recti abdominis per pectus continuationem, vti ludentis hoc naturae exemplum Praeceptor eius poſtea in Hiſt. Muſcul. Hom. Libr. III. Cap. 78. deſcripſit, ſimulque tangit Veſalii in Galenum repraehenſionem, atque in tabulis, quae magnitudine et colore naturali partes repraeſentant, a D. Gautier Pariſiis impreſſis, vitia notando, tabulas Euſtachianas, perperam hoc in opere repraehenſas, defendit.

ST. KRASCHENINNIKOW DE ACERE FOLIIS OBLONGI CORDATIS INAEQVALITER SERRATIS

Duas arbuſculas quas ſub nomine Aceris Tatarici mo folio Gerb. Hortus Petropolitanus alit, dum accurate, ſecundum caudicem, ramos, folia eorumque petiola, flores, perianthia, corollas, filamenta, germina et capſulas deſcribit Cl. doctus Academiae Adiunctus, id praecipue aſſerit, vix vllam in tota Aceris familia plantam eſſe, quae plures diſtinctionis a congeneribus notas prae ſe ferat, quam ante deſcripta: quoniam autem corolla patens ſ. petala patentia et petala laciniis calicis aequalia hactenus pro notis Aceris characteriſticis a magni nominis Botanicis habita et in definitione generis aſſumta, plantae huic minime conueniant, idcirco ſtatuit ea locum in charactere generis Acerum minime retinere poſſe.

G. W.

G. W. STELLERI DE BESTIIS MARINIS.

In hac commentatione quatuor beſtias marinas, Manati ſcilicet ſeu vaccam marinam, vrſum marinum, leonem marinum et lutram marinam deſcribit longioris aeui digniſſimus Auctor tanto ſtudio, vt vix quidquam deſiderari poſſit, quod ad plenariam animalium hiſtoriam ſpectat. Habitum enim corporis depingit accuratiſſime, de ſingulis membris eorumque ſitu, magnitudine et proportione differit vberrime et in id vnice incumbit, vt formae externae claram et diſtinctam ideam tradat. Sed nec interna intacta relinquit, ſtructuram earum rimatur, quantum per circumſtantias loci et temporis licet, conuenientias partium cum aliis et differentias declarat, et exinde mechaniſmos atque naturam animalium dilucidare curat; vſus partium in cibo, medicina aliisque rebus exponit, denique de motu, natura et moribus beſtiarum narrat.

Antequam autem ad rem ipſam accedit, animalia ex vno climate in aliud tranſportata paene ſpeciem mutare exemplis equorum, ouium et ſciurorum demonſtrat; tum phocas in tres ſpecies ratione magnitudinis diſtinguit, ſingularumque et locum natalem determinat, et rationem adducit, cur hoc tantum amphibii genus non in oceano ſolum, ſed et lacubus paſſim reperiatur, alia autem certis quibusdam regionibus et locis propria ſint.

De quatuor beſtiis marinis narrat, innotuiſſe eas ante dimidium ſaeculum, et Lutrae quidem marinae a Marcgrauio, ſed breuiter et obſcure, mentionem factam eſſe affirmat. Leonis et vrſi marini a Dampiero; manati tum a doctis plurimis, tum etiam a Dampiero;

 cuius

cuius relationes maximi facit, et omnium eruditorum deſcriptionibus praeferre non dubitat.

In deſcriptione Manati ſ. vaccae marinae errores auctorum plurimos exponit ac corrigit. Et primo quidem Manati non eſſe bouem Ariſtotelis dicit, vt pote quae nunquam in ſicco paſcatur; tum animal illud non eſſe piloſum, vt perperam traditur, non habere vngues humanis ſimiles, non aſcendere fluuios, non iacere ſuper ſaxa, non eſſe ſagax, ſed potius ſtupidum et voraciſſimum affirmat, poſtea lapides ſic dictos Manati oſſa maſticatoria eiusdem eſſe, deſcriptioni Dale in Pharmocologia innixus, paene nullus dubitat. Denique ſingularis inſecti, quo animal hoc infeſtatur, deſcriptionem addit.

Vrſum marinum a Dampiero primum omnium viſum et ſub hoc nomine deſcriptum eſſe aſſerit. Amphibia haec certis anni temporibus inſtar anſerum, cygnorum et aliarum ex auibus, aut truttarum e piſcibus, e loco in locum migrare veriſſime ſcribit, migrationiſque eius cauſas non contemnendas affert. Tandem poſtquam de partibus externis, internis, vitae genere et captura eorum abunde commentatus eſt, inſulae Ferdinandi mentionem iniicit, in qua Dampierus litora innumerabilibus gregibus phocarum, leonum et vrſorum marinorum cooperta vidiſſe ſe narrat, et duo inde colligit. 1.) Auſtralis orbis beſtias marinas easdem eſſe, quas haemiſphaerii borealis ſub eadem longitudine, aut non multum differente, deinde credit vrſos marinos Kamtſchaticarum terrarum ſub eodem gradu in parte boreali hybernare.

Leones marinos tam forma externa, quam partium vſu et ſtructura, vt et viſcerum conſtitutione vrſis ſimil-

limos

ſimos eſſe dicit; Differentiam autem externam, quae primo intuitu obſeruari poteſt, conſiſtere. 1.) In magnitudine, quae leonibus duplo maior eſt. 2) In pilorum colore. 3.) In iuba, qua leones mares in collo donantur. In moribus etiam haud minorem diſcrepantiam narrat, quamquam enim, ait, vtrumque animal ferum et paratum ad inuadendos hoſtes, vrſi tamen tanto maiori audacia, quanto reliqui maiori mole corporis. Vtrique polygami ſunt, plures tamen foemellas vrſi, quam leones ducunt. Vrſi vxorum et prolis amantiſſimi, ſed tyrannidem ſuper vxores exercent, leones vxores maximo in honore habent, ſed negligunt prolem. Plura in ipſa diſſertatione legenda ſunt.

Lutram marinam idem eſſe animal, quod a Marcgrauio ſub nomine Lutrae Braſilienſis deſcriptum, eſſe affirmat propter notas adductas a Marcgrauio, quae in ſuo ſubiecto praeſto ſunt, magnitudinem ſcil. mediocris canis, caput ſubrotundum et quaſi felinum, naſum acutiorem, oculos nigros rotundos, aures ſubrotundas, barbam, pedes in quinque digitos diuiſos et vnguibus fuſcis acutis armatos, interiori breuiori, pilos molles atros, clamorem iunioris catelli, victum Gammaros Tandem euictis, quae obiici poſſent. Lutram marinam non eſſe Caſtorem demonſtrat. 1.) Quod folliculis caſtorei receptaculis careat. 2) Quod caudam piloſam inſtar Lutrae obtineat. 3.) Quod dentium forma et ſitu nec non inteſtinorum conſtitutione cum caſtore ei non conueniat. Poſt abſolutam externarum et internarum partium deſcriptionem addit obſeruationes nonnullas ad naturam animalium ſpectantes, ex iiſque aſſertum quorundam anatomicorum, tanquam

d 2 mem-

membrana muſculorum communis a panniculo carnoſo ortum habeat, falſum eſſe euincit. Tand m ad hiſtoriam morum accedit, ante omnia autem de pulchritndine formae huius beſtiae, de pretio vt auctum aut imminutum ſit, et quam ob cauſam narrat, tum quibus modis et quibus temporibus capiatur, denique aſtutiam eius, natatum, concubitum, amorem erga prolem deſcribit, denique quibus vſibus oſſa eius et pellis adhibeantur, vt et quomodo praeparentur, exponit.

ASTRONOMICA.

G. HEINSII OBSERVATIO ECLIPSIS LVNAE PARTIALIS d. 8. AVG. ſt. n. 1748. LIPSIAE HABITA.

Obſeruatio haec caelo maxime ſereno mediantibus horologiis oſcillatoris correctis, per altitudines ſolis reſpondentes, per quadrantem, in antecedenti eius diſſertatione deſcriptum, captas, et quidem duplici modo peracta fuit; partim annotando appulſus vmbrae ad praecipuas lunae maculas, partim definiendo phaſium conditiones ope machinae parallacticae in obſeru. Ecl. ☉. 25. Iul eiusdem anni deſcriptae.

Immerſiones et Emerſiones praecipuarum macularum ope tubi Gregoriani ſub eo apparatu quo iſte obiecta ſecundum diametrum 52. vicibus amplificat obſeruatae §. 2. recenſentur.

In ſequentibus 3. 4. 5. 6. §. Cl. Auctor exponit poſteriori modo per tubum tripedalem machinae parallacticae more conſueto obſeruatos appulſus limborum

rum lunae praecedentis et ſequentis, nec non cuſpidum phaſis cuiusque ad filum reticuli horarii.

In §. 7. 8 et 9, Schematis conſtructio exhibetur, et quae ex illo deducta ſunt; ſcil. pro quauis obſeruatione § 6. adducta, diſtantia centri vmbrae a loco obſcurationis maximae in partibus temporis ope horarii lunae a ſole, phaſis poſitione, quantitas obſcurationis ac tempus obſcurationis maximae, deinde latitudo lunae et diſtantia centrorum minima, vnde quantitas eclipſis prodit, §. autem. 9. momentum obſcurationis maximae duplici modo per obſ. initii et finis et per immerſiones et emerſiones macularum Grimaldi et Tychonis definitum et ex his mediam quandam determinat obſcurationem.

§. 10. Tempus oppoſitionis verum et §. 11. quantitatem eclipſis ex immerſione et emerſione macularum Tychonis et Grimaldi earumque poſitione in diſco lunae eruit.

§. 12. Iouis et 4. Satellitum eius poſitionem reſpectu centri et diurni veri lunae ex tranſitu iſtorum per fila reticuli determinauit, et §. 13 et 14. comparationem obſeruationis ſuae cum Viennenſi a Cl. Marinonio et ea quae in ſpecula Imperiali Petropolitana habita fuit, inſtituit.

N. POPOW METHODVS OBSERVANDI ECLIPSES LVMINARIVM.

Expoſuit clare doctus D. Adiunctus in ſua methodo eclipſes luminarium obſeruandi non ſolum conſtructionem ſed et vſum micrometri ab ipſo ad obſeruationes Aſtronomicas commode peragendas magis accommo-

dati, quae prolixiora ſunt quam vt hic locum inuenire poſſint ab Vraniae amatoribus in diſſertatione ipſa legenda. Si non omnia plane noua ſunt, quae clare doctus Auctor adducit, aut multa prolixius quam opus fuiſſet expoſita videri poſſint, fatendum tamen quoque eſt, Cl. doctum Auctorem qui cognitionis Aſtronomiae haud vulgaris ſpecimen hac diſſertatione edidit, talia quae hic proponit nullo in libro pertractata legiſſe, quamuis facile largiatur modum talem obſeruandi vni vel alteri Aſtronomorum cognitum, ab eoque forſan adhibitum fuiſſe. Accedit quod non omnes aeque in *Roſtio* (quam alii culpant prolixitatem) vituperent. Vt breuibus multa complectar Cl. doctus Auctor non laudandus ſolum ſed et exhortandus eſt vt ſua cum publico communicare pergat cogitata, quoniam in ea verſatur aetate vbi venia et ſpes eſt et paratus fauor, et audere non dedecet teſtante Quinctiliano.

MATHEMATICA.

DE REDVCTIONE
LINEARVM CVRVARVM AD ARCVS CIRCVLARES.

AVCTORE
L. EVLERO.

Cum dimenſio linearum curuarum in geometria ſublimiori maximi ſemper momenti ſit habita, Celeb: Ioannes Bernoulli fines huius ſcientiae mirifice dilataſſe cenſendus eſt, dum ex conſideratione motus reptorii longitudinem cuiusuis lineae curuae per arcum circuli exprimere docuit. Summus quoque Leibnitius hoc inuentum tanti exiſtimauit, vt cum de primo volumine Miſcell. Berol. edendo cogitaret, Bernoullium incitauerit, vt ſpecimen huius methodi inſerendum ſecum communicaret. Tanto maius huic inuento pretium eſt imponendum, cum ſola analyſis vix vllum aditum ad iſtam reductionem concedere videatur. Qui enim ſola analyſi vſi hoc negotium expedire ſunt conati, nihil fere praeſtiterunt, quod non per ſe eſſet obuium. Hanc ob rem methodus, quam hic ſum expoſiturus, non parum vtilitatis afferre videtur, cuius beneficio, propoſita linea curua quaecunque, arcus circuli exhiberi poteſt ipſi proxime aequalis; et ille quidem ipſe quoque, qui per motum reptorium inuenitur.

Definitio.

1. Amplitudinem lineae curuae A M cum Celeb: Bernoullio vocabo angulum. A N M, quem normales A N Tab. I. fig. 1.

et MN ad curuae extremitates A et M ductae inter ſe conſtituunt.

Coroll. 1.

2. Si ergo curua continua curuatura progrediatur, ita vt nuſquam habeat punctum flexus contrarii, creſcente curuae longitudine ſimul eius amplitudo creſcet. Scilicet quo maior capiatur arcus AM, eo maior euadet angulus ANM.

Coroll. 2.

3. Si curua AM fuerit circulus, erit punctum N eius centrum, atque $AN = MN$. Cum igitur angulus ANM ſit ipſi arcui AM proportionalis, in circulo arcus eorumque amplitudines in eadem ratione creſcunt.

Coroll. 3.

4. In omnibus autem aliis curuis amplitudines vel in maiore vel in minore ratione creſcunt quam ipſi arcus. Neque in his aequalitas inter normales AN et MN amplius locum inuenit, niſi forte in certis tantum locis.

Scholion.

5. Quod praeter circulum nulla alia detur linea curva, cuius arcus ſint ipſorum amplitudinibus proportionales, hoc modo oſtendi poteſt. Conſideretur curuae AM euoluta RR, ac ponatur angulus ſeu amplitudo $ANM = u$, arcus $AM = s$, et radius euolutae puncto M reſpondens $MR = r$ erit $du = \frac{ds}{r}$, ideoque $r = \frac{ds}{du}$, ſi ergo arcus AM fuerit proportionalis amplitudini ANM, erit $ds = adu$, hincque $r = a$, vnde cum curuedo vbique ſit eadem, curua AM erit circulus.

Pro-

Problema 1.

6. Data curuae AM amplitudine ANM vna cum normalibus AN et MN, inuenire limites intra quos longitudo arcus AM contineatur. fig. 2.

Solutio.

Ponatur curuae amplitudo ſeu angulus $ANM = v$, et normales $AN = p$; $MN = q$; ipſeque arcus $AM = s$. Deinde ducatur ſubtenſa AM, quae ex triangulo ANM reperitur fore $= \sqrt{(pp + qq - 2pq \text{ coſ. } v)}$. Cum ergo arcus $AM = s$ ſemper ſit maior quam ſua ſubtenſa, hinc alterum limitem minorem iam habemus quo erit:

$$s > \sqrt{(pp + qq - 2pq \text{ coſ. } v)}$$

Ducantur deinde in punctis A et M tangentes AT et MT, quarum concurſus T intra angulum ANM cadet: eritque $AT = \frac{q - p \text{ coſ. } v}{\text{ſin. } v}$ et $MT = \frac{p - q \text{ coſ. } v}{\text{ſin. } v}$

Manifeſtum autem eſt ſummam tangentium $AT + MT$ fore arcu AM maiorem, vnde prodit alter limes maior.

$$s < \frac{(p+q)(1 - \text{coſ. } v)}{\text{ſin. } v}$$

ſeu cum ſit $\frac{1 - \text{coſ. } v}{\text{ſin. } v} = \text{tang. } \frac{1}{2} v$ erit:

$$s < (p+q) \text{ tang. } \tfrac{1}{2} v$$

Erunt ergo limites, intra quos vera arcus AM longitudo continetur, ſequentes:

minor . . . . . $\sqrt{(pp + qq - 2pq \text{ coſ. } v)}$
maior . . . . . $(p+q) \text{ tang. } \frac{1}{2} v$.

Q. E. I.

Coroll. 1.

7. Quia punctum T intra crura anguli ANM producta cadit, ſi quidem curua continua curuatura progreditur,

tur, rectarum AT et MT valores ſemper erunt affirmatiui; eritque ergo $q > p$ coſ. v et $p > q$ coſ. v. Hinc normalis MN$=q$ intra hos limites continebitur

$$q > p \text{ coſ. } v \quad \text{et} \quad q < \frac{p}{\text{coſ.} v}.$$

Coroll. 2.

8. Si angulus ANM bifariam ſectus concipiatur recta NO, erit vtique AO $> p$ ſin. $\frac{1}{2}v$ et MO $> q$ ſin. $\frac{1}{2}v$, vnde addendo alius obtinetur limes minor: ſcilicet $s > (p+q)$ ſin. $\frac{1}{2}v$, qui maiorem habet affinitatem cum altero maiore ante inuento $s < (p+q)$ tang. $\frac{1}{2}v$.

Coroll. 3.

9. Cum ſit AO $> p$ ſin. $\frac{1}{2}v$ et MO $> q$ ſin. $\frac{1}{2}v$ erit quadratis ſumendis: $AO^2 > pp$ ſin. $\frac{1}{2}v^2$ et $MO^2 > qq$ ſin. $\frac{1}{2}v^2$ ideoque

$$2AO^2 + 2MO^2 > 2(pp+qq) \text{ ſin. } \tfrac{1}{2}v^2$$

At ſi partes AO et MO ſint aequales erit $2AO^2 + 2MO^2 = S^2$; ſin autem ſint inaequales, erit ſemper $2AO^2 + 2MO^2 > ss$, ideoque his caſibus expreſſio $2(pp+qq)$ ſin $\frac{1}{2}v^2$ propius accedet ad ss; vnde nouus habetur limes minor:

$$s > \text{ſin. } \tfrac{1}{2}v . \sqrt{2(pp+qq)}$$

Coroll. 4.

10. Hic autem limes minor eſt quam ille, quem ante inuenimus $\sqrt{(pp+qq-2pq \text{ coſ. } v)}$, vnde cum hic ſit minor quam s, multo magis ille erit minor. Quod vt appareat ponatur:

ſin.

$$\text{ſin.}\ \tfrac{1}{2}v.\sqrt{2(pp+qq)}=P$$
$$\sqrt{(pp+qq-2pq\ \text{coſ.}\ v.)}=Q$$

ob ſin. $\tfrac{1}{2}v^2 = \frac{1-\text{coſ.}\,v}{2}$ erit $PP=(pp+qq)(1-\text{coſ.}\,v)$ et $QQ=pp+qq-2pq\ \text{coſ.}\ v$, et $QQ-PP=(p-q)^2$ coſ. v; vnde eſt $Q=P+\frac{(p-q)\,\text{coſ.}\,v}{2P}$, ideoque

$$s > \text{ſin.}\ \tfrac{1}{2}v\sqrt{2(pp+qq)}+\frac{(p-q)^2\ \text{coſ.}\ v}{2\ \text{ſin.}\ \tfrac{1}{2}v\sqrt{2(pp+qq)}}$$

Scholion.

11. Facillimum eſt alios limites inuenire, qui non tam prope ad ſe inuicem accedunt. Si enim ex M in AN perpendiculum demittatur, erit id $=q$ ſin. v, quod cum ſit minus arcu AM, erit: $s > q$ ſin. v; ſimilique modo ex A in MN perpendiculum, demittenda erit $s > p$ ſin v; vnde conficietur $s > \tfrac{1}{2}(p+q)$ ſin. v. Deinde ſi tangens AT vſque ad occurſum cum recta MN producta continuetur, erit ea $=p$ tang. v, quae cum ſit maior arcu s, erit $s > p$ tang. v, ſimiliterque $s > q$ tang. v, vnde obtinebitur $s > \tfrac{1}{2}(p+q)$ tang. v. Limites autem ante inuenti multo ſunt arctiores quam hi, ideoque ad noſtrum inſtitutum magis accommodati.

Theorema.

12. Si angulus $ANM=v$ fuerit valde paruus, poſitis $AN=p$ et $MN=q$; erit vero proxime arcus AM $=s=\tfrac{1}{2}(p+q)v$.

Demonſtratio.

Si angulus v eſt valde paruus, erit proxime ſin. $\tfrac{1}{2}v = \tfrac{1}{2}v-\tfrac{1}{48}v^3$, et tang. $\tfrac{1}{2}v=\tfrac{1}{2}v+\tfrac{1}{24}v^3$ quibus formulis in limitibus ſuperioribus ſubſtitutis erit

$s>$

$$\left.\begin{matrix} s > \frac{1}{2}v(p+q)(1-\frac{1}{24}vv) \\ s < \frac{1}{2}v(p+q)(1+\frac{1}{12}vv) \end{matrix}\right\} \text{etc.}$$

Cum igitur $\frac{1}{2}v(p+q)$ intra hos limites ſibi valde propinquos contineatur, erit proxime:

$$s = \frac{1}{2}v(p+q)$$

Q. E. D.

Coroll. 1.

13. Haec expreſſio $\frac{1}{2}v(p+q)$ eo exactius praebet longitudinem arcus AM, quo minor fuerit angulus ANM $= v$: ſi enim hic angulus ſit infinite paruus, tum nulla omnino aberratio a veritate locum inuenire poteſt.

Coroll. 2.

14. Etiamſi autem angulus ANM $= v$ non ſit adeo paruus, tamen expreſſio $\frac{1}{2}v(p+q)$ non multum a longitudine arcus AM differre poteſt, cum dentur caſus, quibus $\frac{1}{2}v(p+q)$ veram arcus AM longitudinem exhibet; quicunque fuerit angulus v. Hoc ſcilicet euenit, ſi curua ANM fuerit circulus, tum enim ob $p = q$ erit arcus AM $= pv = qv = \frac{1}{2}v(p+q)$.

Coroll. 3.

fig. 1. 15. Non ſolum autem circulus hac proprietate gaudet, vt ſit arcus AM $= \frac{1}{2}v(p+q)$, ſed idem quoque contingit in iis curuis, quarum euolutae ſunt circuli. Sit enim euoluta BR circulus, cuius radius $= a$, ac ponatur arcus BR $= z$, quoniam eius amplitudo aequalis eſt amplitudini curuae AM quam ponimus $= v$, erit $z = av$; ſit porro AB $= b$, erit MR $= b + av$, et elementum curuae AM,

AM, $ds = (b + av)dv$, ideoque ipſe arcus $AM = bv + \frac{1}{2}avv = \frac{1}{2}v(2b + av) = \frac{1}{2}v(AB + MR)$. Verum ob $BN = RN$ erit $AB + MR = AN + MN = p + q$, ideoque et hoc caſu, quo curua AM ex euolutione circuli eſt nata, erit exacte arcus $AM = \frac{1}{2}v(p + q)$, quantumuis etiam magna fuerit eius amplitudo ſeu angulus v.

Coroll. 4.

16. Propoſita ergo quacunque curua AM, per terminos A et M deſcribi poterit arcus curuae ex euolutione circuli natae, eiusdem amplitudins ANM, ſicque habebuntur duae lineae curuae AM in A et M ad rectas AN et MN normales et continua curuatura procedentes, vnde in angulis non nimis magnis ne fieri quidem poterit, vt diſcrimen inter iſtas binas curuas ſit notabile. fig. 2.

Coroll. 5.

17. Cum igitur non ſolum proxime ſed quandoque etiam reuera ſit $AM = \frac{1}{2}v(p + q)$, curua AM aequabitur arcui circulari centro N et radio $= \frac{AN + MN}{2}$ intra crura AN et MN deſcripto.

Scholion. 1.

18. Hac autem ratione dimenſio curuae AM per arcum circularem multo accuratius inſtituitur, quam vllo modo per lineam rectam fieri poteſt, Vnde ex hoc fonte longe accuratior methodus deduci poteſt longitudinem curuarum ad arcus circulares reuocandi, quam vulgo hoc fieri ſolet ad lineas rectas. Linae curuae autem, quae in

 eandem

eandem plagam vbique ſint concauae, quales hic tantum conſidero, ratione curuedinis ad ſequentia genera referentur. Primum genus arcus tantum circulares complectitur, qui vbique eandem curuaturam tenent, hisque regula data exacte ſatisfacit. Ad ſecundum genus eas refero curuas, quarum curuedo ab A ad M continuo vel creſcit vel decreſcit, quo caſu dimenſio inuenta vix ſenſibiliter a veritate recedere poteſt, ſi enim curuedo aequabiliter vel creſcit vel decreſcit, quod in curua ex euolutione circuli nata vſu venit, formula $\frac{1}{2}v(p+q)$ exacte ſatisfacit: et niſi angulus N ſit ſatis magnus, curuedinis incrementa vel decrementa ab aequabilitate vix ſenſibiliter diſcedere poſſunt. Tertium genus comprehendit eas curvas A M, quarum curuedo ab A ad punctum aliquod medium O inter A et M creſcit, inde vero ad M vsque iterum decreſcit, quo caſu curua in O gibbum habebit, vnde eam longiorem eſſe oportet, quam formula noſtra indicat. Quarto contra generi adnumeramus eas curuas AM, quarum curuedo ab A ad O decreſcit, ab O vero ad M iterum creſcit, ita vt in O habiturae ſint quandam depreſſionem, Huiusmodi ergo linearum longitudo minor erit, quam regula declarat, quoniam circa O propius ad lineam rectam accedunt. Quodſi ergo curua ad tertium vel quartum genus pertinens in O ſecetur, atque vtra portio AO et MO iam ad genus ſecundum referenda ope regulae traditae menſuretur, error neceſſario fiet minimus, cum non ſolum regula ad has partes magis ſit accommodata, ſed etiam amplitudo iſtarum partium minor euadat.

Scho-

Scholion. 2.

19. Cum oſtendiſſem formulam $\frac{1}{2}v(p+q)$ non ſolum longitudinem curuae AM exacte exprimere, ſi ea fuerit circulus, ſed etiam, ſi euolutam habeat circularem; non abs re erit inquirere, vtrum haec proprietas nullis aliis lineis curuis competat. Quae inueſtigatio eo magis erit notatu digna, quod poſt calculum ſatis prolixum tandem ad ſimpliciſſimam ſolutionem perducat, ex quo forte non parum lucis nobis accendetur ad alias quaeſtiones eiusdem generis, quae alias difficillimae videri queant, expedite ſoluendas. Vnde ſequens problema tam ob praeſentem vſum, quam ob propriam elegantiam ſe commendare videtur.

Problema. 2.

20. Inuenire omnes curuas AM huius indolis, vt ductis ad eam normalibus AN, MN, curua AM aequalis ſit arcui circuli centro N radio $= \frac{1}{2}(AN+MN)$ intra rectas AN et MN deſcripto. fig. 1.

Solutio.

Poſitis nimirum $AN = p$, $MN = q$; et angulo $ANM = v$, arcuque $AOM = s$, quaeruntur omnes curvae in quibus ſit $s = \frac{1}{2}v(p+q)$. Ad quas inueniendas ex puncto ipſi M proximo m ducatur normalis mn, in eamque ex N perpendiculum N r demittatur, ob $MN = m\,r$ erit $nr = dq$ et $Nn = dp$. Quare cum ſit angulus A $nm = v+dv$, erit $nr = dq = dp$ coſ. v et $Nr = dp$ ſin. v. Ducatur deinde Nμ ipſi mn parallela, erit $m\mu =$ $Nr = dp$ ſin v: et ob angulum $MN\mu = dv$ habebitur

 Mμ

$M\mu = q\,dv$: vnde cum ſit $Mm = ds$ erit $ds = dp$ ſin. $v + q\,dv$. Habemus ergo quatuor variabiles p, q, s et v, quarum relationem definire oportebit ope trium ſequentium aequationum:

$$\text{I. } \frac{2s}{v} = p + q$$

$$\text{II. } dq = dp \text{ coſ. } v$$

$$\text{III. } ds = dp \text{ ſin. } v + q\,dv$$

Conſultum autem videtur binas variabiles p et q eliminare: quem in finem ponamus $s = tv$, vt ſit:

$$\text{I. } 2t = p + q:$$

$$\text{II. } dq = dp \text{ coſ. } v$$

$$\text{III. } t\,dv + v\,dt = dp \text{ ſin. } v + q\,dv$$

quarum prima dat $q = 2t - p$, quae differentiata praebet $dq = 2\,dt - dp = dp$ coſ. v, vnde fit $dp = \frac{2\,dt}{1 + \text{coſ. } v}$ et tertia aequatio abibit in:

$$t\,dv + v\,dt = \frac{2\,dt \text{ ſin. } v}{1 + \text{coſ. } v} + 2t\,dv - p\,dv \text{, ſeu}$$

$$p\,dv = t\,dv - v\,dt + \frac{2\,dt \text{ ſin. } v}{1 + \text{coſ. } v}$$

Differentietur haec denuo poſito dv conſtante, et pro dp eius valores $\frac{2\,dt}{1 + \text{coſ. } v}$ ſubſtituto habebitur:

$$\frac{2\,dt\,dv}{1 + \text{coſ. } v} = -v\,ddt + \frac{2\,ddt \text{ ſin. } v}{1 + \text{coſ. } v} + \frac{2\,dt\,dv}{1 + \text{coſ. } v}$$

vnde fit $ddt = 0$: $dt = a\,dv$, et $t = b + av$. Conſequenter $s = tv = bv + avv$: quae eſt aequatio inter arcum s eiuſque amplitudinem v, quam ſupra (15) naturam curvae ex euolutione circuli natae exprimere vidimus; et quae, ſi $a = 0$, ad ipſum eſt circulum. Vnde problemati nullae aliae ſatisfaciunt lineae praeter circulum et curuas ex euolutione circuli natas. Q. E. I.

Coroll.

Coroll. 1.

21. Quoniam aequatio non mediocriter implicata ad hanc tandem ſimpliciſſimam aequationem $ddt=0$ eſt reducta, dubium eſt nullum, quin detur methodus alia hoc problema multo expeditius ſoluendi.

Scholion.

22. Quod aequatio inuenta $s=bv+avv$ ſit ad cur- fig. 1. uam ex euolutione circuli natam, hoc modo facillime oſtenditur. Sit radius euolutae $MR=r$, quoniam eſt $dv=\frac{ds}{r}$, erit $r=\frac{ds}{dv}$; ideoque hoc caſu fit $r=b+2av$. Sit arcus euolutae $BR=z$, quia eſt $z=MR-AB$, erit $z=2av$, huiuſque radius oſculi $=2a$: ex quo patet euolutam curuae, quae aequatione $s=bv+avv$ exprimi- fig. 3. tur, eſſe circulum. Ceterum data aequatione inter s et v aequatio inter coordinatas orthogonales AP et PM facile reperitur. Sit enim $AP=x$, $PM=y$, ob angulum $AMP=v$ erit $dx=ds$ ſin. v et $dy=ds$ coſ. v vnde fit $x=\int ds$ ſin. v et $y=\int ds$ coſ. v. Cum igitur praeſenti caſu ſit $ds=bdv+2avdv$ erit $x=b\int dv$ ſin. $v+2a\int vdv$ ſin. v, et $y=b\int dv$ coſ. $v+2a\int vdv$ coſ. v. At eſt $\int dv$ ſin. $v=1-$ coſ. v; $\int dv$ coſ. $v=$ ſin. v, et $\int vdv$ ſin. $v=-v$ coſ. $v+\int dv$ coſ. $v=-v$ coſ. $v+$ ſin. v. $\int vdv$ coſ. $v=v$ ſin. $v-\int dv$ ſin. $v=v$ ſin. $v+$ coſ. v Quocirca habebitur:

$$x=b-b\ \text{coſ.}\ v+2a\ \text{ſin.}\ v-2av\ \text{coſ.}\ v$$
$$y=b\ \text{ſin.}\ v+2a\ \text{coſ.}\ v+2av\ \text{ſin.}\ v$$

Hinc fit $yy+(b-x)^2=bb+4abv+4aa+4aavv$ et $b+2av=\sqrt{(yy+(b-x)^2-4aa)}$

Deinde vero eſt $ds = \sqrt{(dx^2 + dy^2)} = dv(b + 2av)$ et $dv = \frac{ydy - (b-x)dx}{2a(b+2av)}$ ideoque:

$$2a\sqrt{(dx^2 + dy^2)} = ydy - (b-x)dx$$

Ex hac autem aequatione natura curuae quaeſitae non tam facile perſpicitur, quam ex praecedente.

Coroll. 2.

fig. 1. 23. Si fuerit B initium euolutae BR, erit $AB = b$, et ducta recta BM erit $BM = \sqrt{(yy + (b-x)^2)}$ ſit $BM = u$, erit $2ads = udu$ et $4as = uu - bb$. ideoque $s = \frac{uu-bb}{4a}$. Vnde curua hanc quoque habebit proprietatem, vt ſit diameter euolutae BR ad BM−AB ita BM+AB ad arcum AM.

Theorema. 2.

fig. 4. 24. Si arcus AM amplitudinis ANM in duas partes aeque amplas AM′, M′M diuidatur, atque in normalem M′N′ ex N perpendiculum NP′ demittatur; longitudo curuae AM proxime aequabitur arcui circuli centro N inter crura NA, NM deſcripti radio $= \frac{AN + MN + 2M'P'}{4}$.

Demonſtratio.

Ponatur amplitudo totius arcus AM′M ſeu angulus $ANM = 2v$, erit arcuum AM′, et M′M amplitudo $= u$. Concurrant normales MN′ et MN in V, eruntque anguli $AN'M' = v$ et $M'VM = v$: ideoque in triangulo VNN′ iſoſcele $NN' = NV$ et $N'P' = VP'$. Per praecedens autem theorema erit

AM′

$AM' = \frac{1}{2}v(AN' + M'N')$ proxime
$M'M = \frac{1}{2}v(M'V + MV)$

ideoque addendo:

$AM = \frac{1}{2}v(AN' + M'N' + M'V + MV)$ proxime. Eſt vero $AN' = AN - NN'$ et $MV = MN + NN'$ ergo $AN' + MV = AN + MN$: deinde autem habebimus $M'N' + M'V = 2M'P'$. vnde fiet

$$AM = \frac{1}{2}v(AN + MN + 2M'P') \text{ proxime}$$

Sit nunc r radius circuli, cuius arcus amplitudinis eiusdem $2v$ aequalis ſit curuae AM, erit $AM = 2vr$, vnde iſtius circuli radius fiet

$$r = \frac{AN + MN + 2M'P'}{4} \text{ proxime}$$

Q. E. D.

Coroll. 1.

25. Hic ergo valor radii circuli, cuius arcus curvae AM aeque amplus eidem ſimul ſit aequalis, propius ad veritatem accedit, quam ille, qui per theorema primum ex angulo integro ANM definitur, et qui prodierat $r = \frac{AN + MN}{2}$; niſi ſcilicet vterque ſit exactus.

Coroll. 2.

26. Si ergo valor $r = \frac{AN + MN}{2}$ fuerit nimis paruus, neceſſe eſt, vt ſit iſte valor $r = M'P'$ nimis magnus, quia medium arithmeticum ad veritatem proxime accedit, ſimili modo ſi valor $r = \frac{AN + MN}{2}$ nimis fuerit magnus, tum iſte $r = M'P'$ erit nimis paruus, ſicque novi habentur limites $\frac{AN + MN}{2}$ et $M'P'$ inter quos verus ipſius r valor contineatur.

Coroll.

Coroll. 3.

27. Multo pluribus autem caſibus formula hic exhibita $r = \frac{AN + MN + 2M'P'}{4}$ veritati prorſus eſt conſentanea, quam praecedens $r = \frac{AN + MN}{2}$. Non ſolum enim ea pro circulo et curuis ex euolutione circuli natis valet, ſed etiam ad innumeras alias inſuper lineas curuas extenditur.

Coroll. 4.

28. Quo plures ergo ſunt lineae curuae, quarum longitudo per formulam $\frac{1}{2}v(AN + MN + 2M'P')$ ſine vllo errore exprimitur, eo minor eſſe poterit aberratio, etiam ſi curua AM non ad id genus pertineat.

Theorema. 3.

fig. 5. 29. Si linea curua AM amplitudinis ANM in partes quotcunque aeque amplas A I; I. II; II. III; III. IV; etc. diuidatur, atque in ſingulas normales ad diuiſionum puncta ductas ex puncto N perpendicula demittantur N 1, N 2, N 3, N 4, etc. erit radius circuli, cuius arcus aeque amplus ac curua AM ſimul ipſi longitudini curuae aequalis eſt $= \frac{AN + MN + 2\,I\,1 + 2\,II\,2 + 2\,III\,3 + etc.}{2n}$ denotante n numerum partium, in quas arcus AM eſt diuiſus.

Demonſtratio.

Statuatur amplitudo ſeu angulus $ANM = nv$, erunt anguli $AN\,I = v$; $AN''II = 2v$; $AN'''III = 3v$; $AN^{IV}IV = 4v$ etc. Si iam ſingulae arcus propoſiti AM portiones ſecundum theorema primum exprimantur, erit:

A I

$$AI = \tfrac{1}{2} v(AN^{I} + IN^{I}) = \tfrac{1}{2} v(AN - NN^{I} + I1 - N^{I}1)$$

$$I.II = \tfrac{1}{2} v(IV^{I} + II\, V^{I}) = \tfrac{1}{2} v(I1 + II2 - V^{I}1 - V^{I}2)$$

$$II.III = \tfrac{1}{2} v(II\,V^{II} + III\,V^{II}) = \tfrac{1}{2} v(II2 + III3 - V^{II}2 + V^{II}3)$$

$$III.IV = \tfrac{1}{2} v(III\,V^{III} + IV\,V^{III}) = \tfrac{1}{2} v(III3 + IV4 + V^{III}3 + V^{III}4)$$

et vltima formula, quia in figura aſſumitur $n = 5$, erit:

$$IV.M = \tfrac{1}{2} v(IV\,V^{IV} + M\,V^{IV}) = \tfrac{1}{2} v(IV4 + MN + V^{IV}4 + V^{IV}N)$$

His ergo in vnam ſummam collectis prodibit

$$AM = \tfrac{1}{2} v \left\{ \begin{array}{c} AN + MN + 2I1 + 2II2 + 2III3 + 2IV4 \\ -NN^{I} - N^{I}1 - V^{I}2 + V^{II}3 + V^{III}4 + V^{IV}N \\ -V^{I}1 - V^{II}2 + V^{III}3 + V^{IV}4 \end{array} \right\}.$$

Omnes autem hos terminos inferiores ſe mutuo tollere ſequenti modo per analyſin breuius oſtendetur. Ob angulos ſingulos cognitos erit:

$$N^{I}V^{I} = \frac{N^{I}N^{II}\,\text{ſin. } 2v}{\text{ſin. } v} \quad N^{II}V^{I} = \frac{N^{I}N^{II}\,\text{ſin. } v}{\text{ſin. } v}$$

$$N^{II}V^{II} = \frac{N^{II}N^{III}\,\text{ſin. } 3v}{\text{ſin. } v}; \quad N^{III}V^{II} = \frac{N^{II}N^{III}\,\text{ſin. } 2v}{\text{ſin. } v}$$

$$N^{III}V^{III} = \frac{N^{III}N^{IV}\,\text{ſin. } 4v}{\text{ſin. } v}; \quad N^{IV}V^{III} = \frac{N^{III}N^{IV}\,\text{ſin. } 3v}{\text{ſin. } v}$$

Hinc formulae ex theoremate primo ortae erunt

$$A.I = \tfrac{1}{2} v(AN^{I} + I.N^{I})$$

$$I.II = \tfrac{1}{2} v\left(IN^{I} + II.N^{II} + \frac{N^{I}N^{II}}{\text{ſin. } v}(\text{ſin. } v + \text{ſin. } 2v)\right)$$

$$II.III = \tfrac{1}{2} v\left(II.N^{II} + III.N^{III} + \frac{N^{II}N^{III}}{\text{ſin. } v}(\text{ſin. } 2v + \text{ſin. } 3v)\right)$$

$$III.IV = \tfrac{1}{2} v\left(III.N^{III} + IV.N^{IV} + \frac{N^{III}N^{IV}}{\text{ſin. } v}(\text{ſin. } 3v + \text{ſin. } 4v)\right)$$

$$IV.M = \tfrac{1}{2} v\left(IV.N^{IV} + MN + \frac{N^{IV}N}{\text{ſin. } v}(\text{ſin. } 4v + \text{ſin. } 5v)\right)$$

Addantur hae formulae ac ſubſtituatur

 $N^{I}N^{II}$

$$N^{I}N^{II} = NN^{I} - NN^{II}$$
$$N^{II}N^{III} = NN^{II} - NN^{III}$$
$$N^{III}N^{IV} = NN^{III} - NN^{IV}$$
$$\text{et } AN^{I} = AN - NN^{I}$$

prodibitque terminis in ordinem redactis:

$$AM = \tfrac{1}{2}v \begin{cases} AN + MN + 2I.N^{I}2II.N^{II} + 2III.N^{III} + 2IV.N^{IV} \\ + \frac{NN^{I}}{\text{ſin.}\,v}\,\text{ſin.}\,2v + \frac{NN^{II}}{\text{ſin.}\,v}(\text{ſin.}\,3v - \text{ſin.}\,v) + \frac{NN^{III}}{\text{ſin.}\,v}(\text{ſin.}\,4v - \text{ſin.}\,2v) + \text{etc.} \end{cases}$$

Eſt vero $\frac{\text{ſin.}\,2v}{\text{ſin.}\,v} = 2\,\text{coſ.}\,v$; $\frac{\text{ſin.}\,3v - \text{ſin.}\,v}{\text{ſin.}\,v} = 2\,\text{coſ.}\,2v$; $\frac{\text{ſin.}\,4v - \text{ſin.}\,2v}{\text{ſin.}\,v} = 2\,\text{coſ.}\,3v$ etc. et $NN^{I}.\ \text{coſ.}\,v = N^{I}1$; $NN^{II}\ \text{coſ.}\,2v = N^{II}2$; $NN^{III}\ \text{coſ.}\,3v = N^{III}3$; etc. quibus valoribus introductis erit:

$$AM = \tfrac{1}{2}v(AN + MN + 2I1 + 2II2 + 2III3 + 2IV4 + \text{etc.}$$

vnde, cum amplitudo ſit $= nv$, erit radius arcus circuli aeque ampli et aequalis ipſi $AM =$

$$\frac{AN + MN + 2I1 + 2II2 + 2III3 + 2IV4}{2n}\ \text{etc.}$$

Q. E. D.

Coroll. 1.

30. Quod ſi diuiſio haec arcus AM in partes aeque amplas in infinitum continuetur, tum formula inuenta, quae in ſeriem infinitam abibit, longitudinem arcus AM vere exhibebit.

Coroll. 2.

31. Quamuis autem numerus partium ſit finitus, tamen plurimi dantur caſus, quibus veritas ipſa hoc modo eruitur. Et niſi hoc eueniat, error tamen erit valde par-

paruus eoque minor euadet, quo minoris amplitudinis partes capiantur.

Coroll. 3.

32. Si igitur curua hoc modo per circulum menſuranda proponatur AM, primum ductis ad A et M normalibus AN, MN notetur amplitudo ANM. Tum curua AM diuidatur in quotlibet partes aeque amplas, AB, BC, CD, DE, etc. quarum numerus ſit $= n$, et in rectas ad puncta diuiſionum normales ex N demittantur perpendicula Nb, Nc, Nd, etc. poſitoque angulo ANM $= v$, erit longitudo curuae AM

$$= \frac{v(AN + MN + 2Bb + 2Cc + 2Dd + 2Ee + etc.)}{2n} \text{ proxime.}$$

Coroll. 4.

33. Valores iſti Bb, Cc, Dd, etc. etiam inueniuntur, ſi ad puncta B, C, D, E, etc. tangentes ducantur, in easque ex puncto M perpendicula demittantur, tum enim haec perpendicula reſpectiue aequalia erunt rectis Bb, Cc, Dd, etc.

Problema. 3.

34. Propoſita linea curua quacunque AMB, fig. 7. quae vbique ad eandem partem ſit concaua, inuenire arcum circuli ab ipſi proxime aequalem.

Solutio.

Ad terminos curuae A et B ducantur normales AC, BC quae ſibi mutuo occurant in C, erit angulus ACB curuae amplitudo. Vocentur AC $= a$, BC $= b$, et an-

 gulus

gulus $ACB = \theta$, tum demiſſo ex curuae quouis puncto M ad AC perpendiculo MP, poſitisque coordinatis $AP = x$, $PM = y$ dabitur aequatio inter x et y, ex qua reperietur ſubnormalis $PN = \frac{ydy}{dx}$, ducatur normalis MN, et vocetur angulus $ANM = v$, qui erit amplitudo arcus AM, erit $\frac{dx}{dy} = \text{tang.}\ v$, ſicque tam abſciſſa x quam applicata y per angulum v poterit definiri, quibus inuentis erit $MN = \frac{y}{\text{ſin.}\ v}$. Deinde in MN, ſi opus eſt, productam ex C demittatur perpendiculum CS, ob $CN = a - x - \frac{ydy}{dx} = a - x - \frac{y\,\text{coſ.}\ v}{\text{ſin.}\ v}$ erit $NS = (a-x)\,\text{coſ.}\ v - \frac{y\,\text{coſ.}\ v^2}{\text{ſin.}\ v}$, ideoque tota recta $MS = (a-x)\,\text{coſ.}\ v + y\,\text{ſin}\ v$, ita vt datum quemuis angulum v longitudo rectae MS poſſit definiri. Indicetur haec recta MS amplitudini v reſpondens hoc ſigno $[v]$, ita vt ſimiles rectae angulis $\frac{\theta}{n}$, $\frac{2\theta}{n}$, $\frac{3\theta}{n}$, etc. reſpondentes exhibeantur his ſignis $[\frac{\theta}{n}]$, $[\frac{2\theta}{n}]$, $[\frac{3\theta}{n}]$ etc. quibus iuentis ſequentes formulae continuo magis ad valorem arcus AM appropinquabunt:

$AM = \frac{1}{2}\theta(a+b)$

$AM = \frac{1}{4}\theta(a+b+2[\frac{\theta}{2}])$

$AM = \frac{1}{6}\theta(a+b+2[\frac{\theta}{3}]+2[\frac{2\theta}{3}])$

$AM = \frac{1}{8}\theta(a+b+2[\frac{\theta}{4}]+2[\frac{2\theta}{4}]+2[\frac{3\theta}{4}])$

$AM = \frac{1}{10}\theta(a+b+2[\frac{\theta}{5}]+2[\frac{2\theta}{5}]+2[\frac{3\theta}{5}]+2[\frac{4\theta}{5}])$

Generaliter autem ſi n ſumatur pro numero diuiſionum erit eo exactius, quo maior fuerit numerus n.

$AM = \frac{1}{2n}\theta(a+b+2[\frac{\theta}{n}]+2[\frac{2\theta}{n}]+2[\frac{3\theta}{n}+\ldots+2[\frac{(n-1)\theta}{n}])$

Quodſi ergo radius circuli ab, qui intra crura AC et BC conſtitutus aequalis ſit curuae AB vocetur $= r$, erit arcus

ab

$ab = r\theta$, vnde iſtius circuli radius reperietur :

$$r = \frac{1}{2n}\left(a + b + 2\left[\frac{\theta}{n}\right] + 2\left[\frac{2\theta}{n}\right] + 2\left[\frac{3\theta}{n}\right] + \ldots + 2\left[\frac{(n-1)\theta}{n}\right]\right)$$

Q. E. I.

Coroll. 1.

35. Requirit ergo iſte modus lineas curuas per arcus circulares dimetiendi diuiſionem angulorum in partes quotcunque aequales. Cum igitur non niſi continua biſectio geometrice peragi queat, pro numero n ſucceſſiue aſſumi conueniet terminos progreſſionis geometricae duplae 2, 4, 8, 16, 32, etc.

Coroll. 2.

36. His autem numeris pro n ſucceſſiue aſſumendis id commodi adipiſcimur, vt termini iam ante inuenti omnes in expreſſiones ſequentes ingrediantur, ſicque calculi labor non mediocriter imminuatur.

Coroll. 3.

37. Valores ſcilicet radii circuli quaeſiti r ſequenti modo ex praecedentibus continuo accuratius determinabuntur.

I. $r = \frac{a+b}{2} = P$

II. $r = \frac{1}{2}P + \frac{1}{2}[\theta : 2] = Q$

III. $r = \frac{1}{2}Q + \frac{1}{4}\left[\frac{\theta}{4}\right] + \frac{1}{4}\left[\frac{3\theta}{4}\right] = R$

IV. $r = \frac{1}{2}R + \frac{1}{8}\left[\frac{\theta}{8}\right] + \frac{1}{8}\left[\frac{3\theta}{8}\right] + \frac{1}{8}\left[\frac{5\theta}{8}\right] + \frac{1}{8}\left[\frac{7\theta}{8}\right]$

etc.

Coroll. 4.

fig. 8. 38. Si valor ſecundus Q ſit verus, quantum primus P a vero vel deficit vel excedit, tantumdem quantitas $[\theta : 2]$ excedet vel ſuperabit, ideoque quantitates P et $[\frac{\theta}{2}]$ conſtituent limites, intra quos radius r contineatur. Etiamſi autem Q non ſit verus valor, tamen quia multo minus a veritate differt quam P, eaedem quantitates P et $[\frac{\theta}{2}]$ pro limitibus haberi poſſunt.

Coroll. 5.

39. Simili modo cum valores traditi continuo propius ad veritatem accedant, ſeriemque valde conuergentem conſtituant, limites quoque erunt:

$$Q \text{ et } \tfrac{1}{2}[\tfrac{\theta}{4}] + \tfrac{1}{2}[\tfrac{3\theta}{4}]$$

$$R \text{ et } \tfrac{1}{4}[\tfrac{\theta}{8}] + \tfrac{1}{4}[\tfrac{3\theta}{8}] + \tfrac{1}{4}[\tfrac{5\theta}{8}] + \tfrac{1}{4}[\tfrac{7\theta}{8}]$$

hique limites continuo ita multo fiunt arctiores, vt mox differentia fiat inſenſibilis.

Scholion.

40. Hos eosdem autem limites praebet motus reptorius Celeb. Io. Bernoullii: eiuſque ergo admirabilem vſum hic ex ſolo calculo ita elicuimus, vt etiam, ſi diviſio arcus non per continuas biſectiones inſtituatur, tamen ſemper applicari poſſit, ideoque multo latius extendatur: neque etiam hoc pacto de ratione, qua motum reptorium adornari conuenit, ſollicitos nos eſſe opus eſt, quod negotium alias non parum ſolertiae requirit.

Problema. 4.

41. Propoſita ellipſi quacunque inuenire radium circuli, cuius peripheria ſit aequalis proxime perimetro ellipſis.

Solutio.

Solutio.

Sit ACB quadrans ellipſis propoſitae, cuius ſemiaxes AC et BC, cum ſint ad curuam normales, erit AC $= a$ et BC $= b$, atque amplitudo θ aequalis erit angulo recto. Denotet ϱ angulum rectum, erit $\theta = \varrho$. Quaeſtio ergo huc redit, vt definiatur quadrans circuli, cuius arcus ſit arcui AMB longitudine aequalis. Ponatur itaque abſciſſa AP $= x$, PM $= y$, erit ex natura ellipſis $yy = \frac{bb}{aa}(2ax - xx)$ ſeu $aa - \frac{aayy}{bb} = (a-x)^2$, vnde ſit $a - x = \frac{a}{b}\sqrt{(bb-yy)}$ et $dx = \frac{aydy}{b\sqrt{(bb-yy)}}$. Ducta nunc normali MN vocetur angulus ANM $= v$, erit $\frac{dx}{dy} = \frac{ay}{b\sqrt{(bb-yy)}} =$ tang. v; ideoque $aayy$ coſ. $v^2 = b^4$ ſin. $v^2 - bbyy$ ſin. v^2, vnde ſit $y = \frac{bb\,\text{ſin.}\,v}{\sqrt{(aa\,\text{coſ.}\,v^2 + bb\,\text{ſin.}\,v^2)}}$ et conſequenter $\sqrt{(bb-yy)} = \frac{ab\,\text{coſ.}\,v}{\sqrt{(aa\,\text{coſ.}\,v^2 + bb\,\text{ſin.}\,v^2)}}$; ita vt ſit $a - x = \frac{aa\,\text{coſ.}\,v}{\sqrt{(aa\,\text{coſ.}\,v^2 + bb\,\text{ſin.}\,v^2)}}$. Demiſſo ergo in MN productam ex C perpendiculo CS, erit recta MS $= [v] = (a-x)$ coſ. $v + y$ ſin. $v = \sqrt{(aa\,\text{coſ.}\,v^2 + bb\,\text{ſin.}\,v^2)}$. Cum igitur ſit $\theta = \varrho$, ſi pro v ſucceſſiue ſubſtituantur partes aliquotae anguli recti ϱ, erit:

$[\frac{\theta}{2}] = \sqrt{(aa\,\text{coſ.}\,\frac{\varrho}{2}^2 + bb\,\text{ſin.}\,\frac{\varrho}{2}^2)}$

$[\frac{\theta}{3}] = \sqrt{(aa\,\text{coſ.}\,\frac{\varrho}{3}^2 + bb\,\text{ſin.}\,\frac{\varrho}{3}^2)}$

$[\frac{2\theta}{3}] = \sqrt{(aa\,\text{ſin.}\,\frac{\varrho}{3}^2 + bb\,\text{coſ.}\,\frac{\varrho}{3}^2)}$

etc.

His igitur ſingulis valoribus inuentis erit radius circuli propoſitae ellipſi ſecundum perimetrum aequalis

$$r = \frac{a+b}{2n} + \frac{1}{n}\sqrt{\left(aa\,\mathrm{coſ.}\,\frac{\zeta^2}{n} + bb\,\mathrm{ſin.}\,\frac{\zeta^2}{n}\right)} + \frac{1}{n}\sqrt{\left(aa\,\mathrm{coſ.}\,\frac{2\zeta^2}{n} + bb\,\mathrm{ſin.}\,\frac{2\zeta^2}{n}\right)}$$
$$+ \frac{1}{n}\sqrt{\left(aa\,\mathrm{coſ.}\,\frac{3\zeta^2}{n} + bb\,\mathrm{ſin.}\,\frac{3\zeta^2}{n}\right)} + \frac{1}{n}\sqrt{\left(aa\,\mathrm{coſ.}\,\frac{4\zeta^2}{n} + bb\,\mathrm{ſin.}\,\frac{4\zeta^2}{n}\right)}$$
$$+ \ldots\ldots + \frac{1}{n}\sqrt{\left(aa\,\mathrm{coſ.}\,\frac{(n-1)\zeta^2}{n} + bb\,\mathrm{ſin.}\,\frac{(n-1)\zeta^2}{n}\right)}$$

hicque valor, quo maior accipiatur diuiſionum numerus n, eo propius longitudinem radii quaeſiti r exhibebit. Q. E. I.

Coroll. 1.

42. Si ponatur ſemiaxis maior $a = c + d$; ſemiaxis minor $b = c - d$, fiet $aa\,\mathrm{coſ.}\,v^2 + bb\,\mathrm{ſin.}\,v^2 = cc + dd + 2cd(\mathrm{coſ.}\,v^2 - \mathrm{ſin.}\,v^2) = cc + dd + 2cd\,\mathrm{coſ.}\,2v$. His ergo valoribus ſubſtitutis habebitur ob $2\zeta = \pi$, denotante π angulum duobus rectis aequalem

$$r = \frac{c}{n} + \frac{1}{n}\sqrt{\left(cc + dd + 2cd\,\mathrm{coſ.}\,\frac{\pi}{n}\right)} + \frac{1}{n}\sqrt{\left(cc + dd + 2cd\,\mathrm{coſ.}\,\frac{2\pi}{n}\right)}$$
$$+ \frac{1}{n}\sqrt{\left(cc + dd + 2cd\,\mathrm{coſ.}\,\frac{3\pi}{n}\right)} + \frac{1}{n}\sqrt{\left(cc + dd + 2cd\,\mathrm{coſ.}\,\frac{4\pi}{n}\right)}$$
$$+ \ldots\ldots\ldots + \frac{1}{n}\sqrt{\left(cc + dd + 2cd\,\mathrm{coſ.}\,\frac{(n-1)\pi}{n}\right)}$$

Coroll. 2.

43. Hinc ergo patet, ſi ſit $d = 0$, quo caſu ellipſis abit in circulum radii $= c$, ob ſingulos terminos $= c$ fore, quotcunque diuiſiones inſtituantur, ſemper $r = c$.

Coroll. 3.

Tab. II. fig. 1. 44. Ex formulis in coroll. 1. inuentis elegantiſſima ſequitur conſtructio geometrica ſimilis ei, quam Celeb. Bernoullius dedit. Super diametro $AB = a + b = 2c$ conſtituatur ſemicirculus, qui in partes quotcunque aequales diuidatur in punctis a, b, c, d, etc. quarum partium numerus ſit $= n$. Tum ſecta diametro AB in C ita

ita vt ſit $AC = a$, $BC = b$; ex C ad ſingula diuiſionum puncta agantur rectae Ca, Cb, Cc, Cd, etc. eritque, ſi arcus Ac contineat m partes, recta $Cc = \sqrt{(cc + dd + 2cd \operatorname{coſ.} \frac{m\pi}{n})}$. Ducto enim ex centro O radio $Oc = c$, erit angulus $AOc = \frac{m\pi}{n}$, et $CO = AC - AO = d$, ideoque recta $Cc = \sqrt{(cc + dd + 2cd \operatorname{coſ.} AOc)}$. Quamobrem radius circuli ellipſis propoſitae iſoperimetri erit

$$r = \frac{AO + Ca + Cb + Cc + Cd + Ce + Cf + Cg + Ch + Ci + Ck + Cl}{n}$$

Coroll. 4.

45. Cum autem expreſſiones coſinuum pro diuerſis valoribus numeri n ſint ſequentes:

ſi $n = 2$: $\operatorname{coſ.} \frac{\pi}{2} = 0$;

ſi $n = 3$; $\operatorname{coſ.} \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$; $\operatorname{coſ.} \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$

ſi $n = 4$ $\operatorname{coſ.} \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$; $\operatorname{coſ.} \frac{2\pi}{4} = 0$; $\operatorname{coſ.} \frac{3\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$.

ſi $n = 6$; $\operatorname{coſ.} \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\operatorname{coſ.} \frac{2\pi}{6} = \frac{1}{2}$; $\operatorname{coſ.} \frac{3\pi}{6} = 0$; $\operatorname{coſ.} \frac{4\pi}{6} = -\frac{1}{2}$; $\operatorname{coſ.} \frac{5\pi}{6} = \frac{-\sqrt{3}}{2}$.

ſi $n = 12$; $\operatorname{coſ.} \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$; $\operatorname{coſ.} \frac{2\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\operatorname{coſ.} \frac{3\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\operatorname{coſ.} \frac{4\pi}{12} = \frac{1}{2}$

$\operatorname{coſ.} \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$; $\operatorname{coſ.} \frac{6\pi}{12} = 0$; $\operatorname{coſ.} \frac{7\pi}{12} = \frac{-\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$; $\operatorname{coſ.} \frac{8\pi}{12} = -\frac{1}{2}$

$\operatorname{coſ.} \frac{9\pi}{12} = \frac{-\sqrt{2}}{2}$; $\operatorname{coſ.} \frac{10\pi}{12} = \frac{-\sqrt{3}}{2}$; $\operatorname{coſ.} \frac{11\pi}{12} = \frac{-\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$

Sequentes formulae ad valorem radii circuli quaeſiti r proxime inueniendum videntur aptiſſimae:

I. $r = c$

II. $r = \frac{1}{2}(c + \surd(cc + dd))$

III. $r = \frac{1}{3}(c + \surd(cc + dd + cd) + \surd(cc + dd - cd)) = P$

IV. $r = \frac{1}{4}(c + \surd(cc + dd + cd\surd 2) + \surd(cc + dd) + \surd(cc + dd - cd\surd 2))$

V. $r = \frac{1}{6}(3P + \surd(cc + dd + cd\surd 3) + \surd(cc + dd) + \surd(cc + dd - cd\surd 3)) = Q$

VI. $r = \frac{1}{12}\Big(6Q + \surd\big(cc + dd + \frac{cd(\surd 3 + 1)}{\surd 2}\big) + \surd(cc + dd + cd\surd 2)$
$+ \surd\big(cc + dd + \frac{cd(\surd 3 - 1)}{\surd 2}\big) + \surd\big(cc + dd - \frac{cd(\surd 3 - 1)}{\surd 2}\big)$
$+ \surd(cc + dd - cd\surd 2) + \surd\big(cc + dd - \frac{cd(\surd 3 + 1)}{\surd 2}\big)\Big)$

Exemplum I.

46. *Inuenire circulum, cuius peripheria proxime aequetur perimetro ellipſis, cuius axes teneant inter ſe rationem 5 : 4.*

Sit ſemiaxis maior $a = 10$ et ſemiaxis minor $b = 8$, quod eſt exemplum a Celeb. Bernoullio imprimis pertractatum; erit $c = \frac{a+b}{2} = 9$; $d = \frac{a-b}{2} = 1$; hincque $cc + dd = 82$ et $cd = 9$, ergo in fractionibus decimalibus erit:

$$c = 9{,}000000$$
$$\surd(cc + dd) = 9{,}055386$$
$$\surd(cc + dd + cd) = 9{,}539392$$
$$\surd(cc + dd - cd) = 8{,}544004$$
$$\surd(cc + dd + cd\surd 2) = 9{,}732827$$
$$\surd(cc + dd - cd\surd 2) = 8{,}322984$$
$$\surd(cc + dd + cd\surd 3) = 9{,}878687$$
$$\surd(cc + dd - cd\surd 3) = 8{,}149328$$
$$\surd\Big(cc + dd + \frac{cd(\surd 3 + 1)}{\surd 2}\Big) = 9{,}969284$$
$$\surd\Big(cc + dd + \frac{cd(\surd 3 - 1)}{\surd 2}\Big) = 9{,}309069$$
$$\surd\Big(cc + dd - \frac{cd(\surd 3 - 1)}{\surd 2}\Big) = 8{,}794386$$
$$\surd\Big(cc + dd - \frac{cd(\surd 3 + 1)}{\surd 2}\Big) = 8{,}038242$$

vnde

vnde ſequentes expreſſiones radium r continuo accuratius dabunt;

I. $r = 9,000000$
II. $r = 9,027693$
III. $r = 9,027798$
IV. $r = 9,027799$
V. $r = 9,027799$
VI. $r = 9,027799$

vnde patet formulam ſextam ad multo plures adhuc figuras valorem ipſius r exhibituram fuiſſe, ſi calculum vlterius produxiſſem: et quidem expreſſio ſexta videtur valorem ipſius r ad 24 notas axactum praebitura fuiſſe.

Exempl. 2.

47. *Ellipſium non multum a circulo abludentium perimetros per circulum proxime exprimere.*

Quando ellipſis non multum a circulo differt, tum d prae c erit quantitas valde parua: ideoque formulae irrationales commode per approximationem exhiberi poterunt. Sit breuitatis gratia $\sqrt{(cc+dd)} = e$ et angulus $\frac{\pi}{n} = \Phi$ erit $\sqrt{(cc+dd+2cd\,\text{coſ.}\,\frac{\pi}{n})} = \sqrt{(ee+2cd\,\text{coſ.}\,\Phi)} = e + \frac{cd}{e}\,\text{coſ.}\,\Phi - \frac{1.1c^2d^2}{1.2e^3}\,\text{coſ.}\,\Phi^2 + \frac{1.1.3c^3d^3}{1.1.3e^5}\,\text{coſ.}\,\Phi^3 - \frac{1.1.3.5c^4d^4}{1.2.3.4e^7}\,\text{coſ.}\,\Phi^4 + \text{etc.}$

His ergo formulis loco irrationalium ſubſtitutis erit

$$
\begin{aligned}
r = e - \tfrac{1}{n}(e-c)& \\
+ \tfrac{cd}{ne}&(\text{coſ.}\,\Phi + \text{coſ.}\,2\Phi + \text{coſ.}\,3\Phi + \ldots + \text{coſ.}(n-1)\Phi) \\
- \tfrac{1.1c^2d^2}{1.2ne^3}&(\text{coſ}\,\Phi^2 + \text{coſ.}\,2\Phi^2 + \text{coſ.}\,3\Phi^2 + \ldots + \text{coſ.}(n-1)\Phi^2) \\
+ \tfrac{1.1.3c^3d^3}{1.2.3ne^5}&(\text{coſ.}\,\Phi^3 + \text{coſ.}\,2\Phi^3 + \text{coſ.}\,3\Phi^3 + \ldots + \text{coſ.}(n-1)\Phi^3) \\
- \tfrac{1.1.3.5c^4d^4}{1.2.3.4ne^7}&(\text{coſ.}\,\Phi^4 + \text{coſ.}\,2\Phi^4 + \text{coſ.}\,3\Phi^4 + \ldots + \text{coſ.}(n-1)\Phi^4) \\
&\text{etc.}
\end{aligned}
$$

 Eſt

Eſt vero $\text{coſ.}\,\Phi + \text{coſ.}\,2\Phi + \ldots + \text{coſ.}\,(n-1)\Phi =$
$$-\tfrac{1}{2} + \frac{\text{coſ.}\,(n-1)\Phi - \text{coſ.}\,n\Phi}{2(1-\text{coſ.}\,\Phi)} = \frac{\text{ſin.}\,(n-\frac{1}{2})\Phi - \text{ſin.}\,\frac{1}{2}\Phi}{2\,\text{ſin.}\,\frac{1}{2}\Phi}$$
At cum ſit $n\Phi = \pi$ erit $\text{coſ.}\,n\Phi = -1$, et $\text{coſ.}\,(n-1)\Phi = \text{coſ.}\,(\pi - \Phi = -\text{coſ.}\,\Phi$, ideoque $\text{coſ.}\,\Phi + \text{coſ.}\,2\Phi + \text{coſ.}\,3\Phi \ldots + \text{coſ.}\,(n-1)\Phi = 0$. Deinde ob $\text{coſ.}\,\Phi^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\,\text{coſ.}\,2\Phi$, fiet $\text{coſ.}\,\Phi^2 + \text{coſ.}\,2\Phi^2 + \text{coſ.}\,3\Phi^2 + \ldots + \text{coſ.}\,(n-1)\Phi^2 = \frac{n-1}{2} + \frac{1}{2}(\text{coſ.}\,2\Phi + \text{coſ.}\,4\Phi + \text{coſ.}\,6\Phi + \ldots + \text{coſ.}\,(n-1)2\Phi) = \frac{n-1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{\text{coſ.}\,(n-1)2\Phi - \text{coſ.}\,2n\Phi}{4(1-\text{coſ.}\,2\Phi} = \frac{n-2}{2}$. Simili modo reliquas ſeries ad angulos ſimplices reducendo, obtinentur ſequentes ſummationes.

$\text{coſ.}\,\Phi + \text{coſ.}\,2\Phi + \text{coſ.}\,3\Phi + \ldots + \text{coſ.}\,(n-1)\Phi = 0$
$\text{coſ.}\,\Phi^2 + \text{coſ.}\,2\Phi^2 + \text{coſ.}\,3\Phi^2 + \ldots + \text{coſ.}\,(n-1)\Phi^2 = \frac{1}{2}n - 1$
$\text{coſ.}\,\Phi^3 + \text{coſ.}\,2\Phi^3 + \text{coſ.}\,3\Phi^3 + \ldots + \text{coſ.}\,(n-1)\Phi^3 = 0$
$\text{coſ.}\,\Phi^4 + \text{coſ.}\,2\Phi^4 + \text{coſ.}\,3\Phi^4 + \ldots + \text{coſ.}\,(n-1)\Phi^4 = \frac{3}{8}n - 1$
$\text{coſ.}\,\Phi^5 + \text{coſ.}\,2\Phi^5 + \text{coſ.}\,3\Phi^5 + \ldots + \text{coſ.}\,(n-1)\Phi^5 = 0$
$\text{coſ.}\,\Phi^6 + \text{coſ.}\,2\Phi^6 + \text{coſ.}\,3\Phi^6 + \ldots + \text{coſ.}\,(n-1)\Phi^6 = \frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}n - 1$

etc.

Quibus valoribus ſubſtitutis habebitur:
$$r = e - \tfrac{1}{n}(e-c) - \frac{1\cdot 1\,c^2 d^2}{2\cdot 2\,e^3} + \frac{1\cdot 1\,c^2 d^2}{1\cdot 2\,n e^3}$$
$$- \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 1\cdot 3\,c^4 d^4}{2\cdot 3\cdot 4\cdot 2\cdot 4\,e^7} + \frac{1\cdot 1\cdot 3\cdot 5\,c^4 d^4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\,n e^7}$$
$$- \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot 9\cdot 1\cdot 3\cdot 5\,c^6 d^6}{2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 2\cdot 4\cdot 6\,e^{11}} + \frac{1\cdot 1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot 9\,c^6 d^6}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\,n e^{11}}$$
quae aequatio hanc formam induit ſimpliciorem:

$r =$

$$r = e - \tfrac{1}{n}(e-c) - \tfrac{1\cdot 1}{2\cdot 2}\cdot\tfrac{c^2d^2}{e^3} + \tfrac{1\cdot 1}{1\cdot 2}\cdot\tfrac{c^2d^2}{ne^3}$$
$$- \tfrac{1\cdot 1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 2\cdot 4\cdot 4}\,\tfrac{c^4d^4}{e^7} + \tfrac{1\cdot 1\cdot 3\cdot 5}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}\cdot\tfrac{c^4d^7}{ne^7}$$
$$- \tfrac{1\cdot 1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot 9}{2\cdot 2\cdot 4\cdot 4\cdot 6\cdot 6}\,\tfrac{c^6d^6}{e^{11}} + \tfrac{1\cdot 1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot 9}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6}\cdot\tfrac{c^6d^6}{ne^{11}}$$
$$- \tfrac{1\cdot 1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot 9\cdot 11\cdot 13}{2\cdot 2\cdot 4\cdot 4\cdot 6\cdot 6\cdot 8\cdot 8}\,\tfrac{c^8d^8}{e^{15}} + \tfrac{1\cdot 1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot 9\cdot 11\cdot 13}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8}\,\tfrac{c^8d^8}{ne^{15}}$$
etc.

At vltima ſeries $-\frac{1\cdot 1}{1\cdot 2}\frac{c^2d^2}{ne^3} + \frac{1\cdot 1\cdot 3\cdot 5}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}\cdot\frac{c^4d^4}{ne^7} +$ etc. ſummam habet $\frac{1}{n}(e - \frac{1}{2}\sqrt{(ee+2cd)} - \frac{1}{2}\sqrt{(ee-2cd)}) = \frac{1}{n}(e-c)$ ita vt numerus n prorſus ex calculo euaneſcat fiatque accurate

$$r = e - \tfrac{1\cdot 1}{2\cdot 2}\cdot\tfrac{c^2d^2}{e^3} - \tfrac{1\cdot 1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 2\cdot 4\cdot 4}\cdot\tfrac{c^4d^4}{e^7} - \tfrac{1\cdot 1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot 9}{2\cdot 2\cdot 4\cdot 4\cdot 6\cdot 6}\cdot\tfrac{c^6d^6}{e^{11}} - \text{etc.}$$

quae ſeries eo celerius conuergit, quo minor fuerit valor d ratione ipſius $e = \sqrt{(cc+dd)}$. Eſt autem, dum ellipſis ſemiaxes ponuntur a et b, $c = \frac{a+b}{2}$ et $d = \frac{a-b}{2}$.

Exempl. 3.

48. *Si axis minor ellipſis prorſus euaneſcat, tum eius quadrans ſemiaxi maiori aequabitur*, cui ergo quadrantem *circuli aequalem inueniri oporteat.*

Sit ergo ſemiaxis maior $= a$, et radius circuli, cuius qnarta pars ipſi a aequetur ſit $= r$, eritque $r\varrho = a$: ideoque $\varrho = \frac{a}{r}$: ita vt radio r proxime inuento peripheria circuli per lineam rectam exprimi poſſit proxime. Ex formula ergo praecedente erit $c = \frac{a}{2}$; $d = \frac{a}{2}$ et $e = \frac{a}{\sqrt{2}}$: quibus valoribus ſubſtitutis in vltima ſerie prodit:

$$r = \tfrac{a}{\sqrt{2}}\left(1 - \tfrac{1\cdot 1}{4\cdot 4} - \tfrac{1\cdot 1\cdot 3\cdot 5}{4\cdot 4\cdot 8\cdot 8} - \tfrac{1\cdot 1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot 9}{4\cdot 4\cdot 8\cdot 8\cdot 12\cdot 12} - \text{etc.}\right)$$

Cum autem ſit $\varrho = \frac{\pi}{2}$, denotante $1 : \pi$ rationem diametri ad peripheriam, erit $r = \frac{a}{\varrho} = \frac{2a}{\pi}$ vnde ſequentis ſeriei ſumma habebitur.

$$1 - \frac{1 \cdot 1}{4 \cdot 4} - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5}{4 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 8} - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{4 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 12 \cdot 12} - \text{etc.} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}.$$

Aliter autem valor ipſius r ex formulis in ipſa ſolutione problematis inuentis expreſſus reperietur, namque ob $b = 0$ erit;

$$r = \frac{a}{2n} + \frac{a}{n}\left(\text{coſ.}\,\frac{\rho}{n} + \text{coſ.}\,\frac{2\rho}{n} + \text{coſ.}\,\frac{3\rho}{n} + \text{coſ.}\,\frac{4\rho}{n} + \ldots\ldots + \text{coſ.}\,\frac{(n-1)\rho}{n}\right)$$

vnde ſequentes formulae ad valorem r appropinquabunt:

ſi $n = 1$, $r = \frac{1}{2} a$

ſi $n = 2$; $r = \frac{1}{4} a\left(1 + 2\,\text{coſ.}\,\frac{\rho}{2}\right)$

ſi $n = 3$; $r = \frac{1}{6} a\left(1 + 2\,\text{coſ.}\,\frac{\rho}{3} + 2\,\text{coſ.}\,\frac{2\rho}{3}\right)$

etc.

At vero ſeries illa coſinuum expreſſione finita exhiberi poteſt; erit enim:

$$\text{coſ.}\,\frac{\rho}{n} + \text{coſ.}\,\frac{2\rho}{n} + \text{coſ.}\,\frac{3\rho}{n} + \ldots + \text{coſ.}\,\frac{(n-1)\rho}{n} = -\frac{1}{2} + \frac{\text{coſ.}\,\frac{(n-1)\rho}{n} - \text{coſ.}\,\rho}{2\left(1 - \text{coſ.}\,\frac{\rho}{n}\right)}$$

Iam ob ρ angulum rectum, erit coſ. $\rho = 0$, et coſ. $\frac{(n-1)\rho}{n} = \text{coſ.}\left(\rho - \frac{\rho}{n}\right) = \text{ſin.}\,\frac{\rho}{n}$: vnde praecedens ſumma abit in $-\frac{1}{2} + \frac{\text{ſin.}\,\frac{\rho}{n}}{2\left(1 - \text{coſ.}\,\frac{\rho}{n}\right)}$. Eſt vero $\frac{1 - \text{coſ.}\,\frac{\rho}{n}}{\text{ſin.}\,\frac{\rho}{n}} = \text{tang}\,\frac{\rho}{2n}$; ideoque ſumma ſeriei

$$\text{coſ.}\,\frac{\rho}{n} + \text{coſ.}\,\frac{2\rho}{n} + \text{coſ.}\,\frac{3\rho}{n} + \ldots + \text{coſ.}\,\frac{(n-1)\rho}{n} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2\,\text{tang.}\,\frac{\rho}{2n}}$$

quo valore ſubſtituto fiet

$r =$

$r = \frac{a}{2n\,\text{tang.}\frac{\rho}{2n}}$, hincque $\rho = 2n$ tang. $\frac{\rho}{2n}$
Hic autem manifeſtum eſt, poſito $n = \infty$, aequationem perfecte ſatisfacere, ceterum vero eo magis ad veritatem accedere, quo maior fuerit n. Eſt enim tang. $\frac{\rho}{2n} = \frac{\rho}{2n} + \frac{\rho^3}{24n^3} +$ etc. ideoque erit quidem $\rho < 2n$ tang. $\frac{\rho}{2n}$, at defectus circiter erit $= \frac{\rho^3}{12nn}$. Ex hoc autem caſu nihil deducitur, quod non aliunde eſſet notiſſimum.

Problema. 5.

49. *Longitudinem arcus parabolici per arcum circuli proxime exhibere.*

Solutio.

Sit AMB parabola ad axem AC relata, cuius natura inter coordinatas AP$= x$ et PM$= y$ hac aequatione contineatur $yy = 2cx$. Ducatur ad M normalis MN, et vocetur angulus ANM$= v$, qui ſimul amplitudinem arcus AM metietur. Iam ob ſubnormalem PN$= c$, erit $y = c$ tang. v et $x = \frac{yy}{2c} = \frac{c\,\text{tang.}\,v^2}{2}$ atque MN$= \frac{c}{\text{coſ.}\,v}$ et AN$= c(1 + \frac{1}{2}$ tang. $v^2)$ Sit iam arcus AMB, quem metiri oporteat, amplitudo $= \theta$, erit ducta normali BC angulus ACB$= \theta$, et AC$= c(1 + \frac{1}{2}$ tang. θ^2,) atque BC$= \frac{c}{\text{coſ.}\,\theta}$ Vocetur iam vt in probl. 3. AC$= a = c$ $(1 + \frac{1}{2}$ tang. $\theta^2)$ et BC$= b = \frac{c}{\text{coſ.}\,\theta}$: et demiſſo ex C in normalem MN productam perpendiculo CS, erit MS$=$ $(a - x)$ coſ. $v + y$ ſin. $v = c(1 + \frac{1}{2}$ tang. $\theta^2 - \frac{1}{2}$ tang. $v^2)$ coſ. $v + c$ tang. v ſin. v vel ſuccinctius MS$= c$ coſ. $v + \frac{1}{2}c$ (tang. $\theta^2 +$ tang. $v^2)$ coſ. v. Sit nunc ab arcus circuli Tab. I. fig. 7.
centro

centro C inter normales AC et BC deſcriptus, ipſique arcui parabolico AMB aequalis, voceturque eius radius $aC = r$: ſi pro v ſucceſſiue ſubſtituantur partes anguli θ indeterminatae $\frac{\theta}{n}, \frac{2\theta}{n}, \frac{3\theta}{n} \ldots \frac{(n-1)\theta}{n}$ ob $a + b = c$ $\left(1 + \frac{1}{\text{coſ.}\,\theta} + \frac{\text{ſin.}\,\theta^2}{2\,\text{coſ.}\,\theta^2}\right) = \frac{c(1+\text{coſ.}\,\theta)^2}{2\,\text{coſ.}\,\theta^2}$ prodibit

$$r = \frac{c}{2n}\left\{\begin{array}{l} \frac{(1+\text{coſ.}\,\theta)^2}{2\,\text{coſ.}\,\theta^2} + 2\left(\text{coſ.}\,\frac{\theta}{n} + \text{coſ.}\,\frac{2\theta}{n} + \text{coſ.}\,\frac{3\theta}{n} + \ldots + \text{coſ.}\,\frac{(n-1)\theta}{n}\right. \\ \quad + \text{tang.}\,\theta^2\left(\text{coſ.}\,\frac{\theta}{n} + \text{coſ.}\,\frac{2\theta}{n} + \text{coſ.}\,\frac{3\theta}{n} + \ldots + \text{coſ.}\,\frac{(n-1)\theta}{n}\right. \\ \quad + \text{tang.}\,\frac{\theta}{n}\,\text{ſin.}\,\frac{\theta}{n} + \text{tang.}\,\frac{2\theta}{n}\,\text{ſin.}\,\frac{2\theta}{n} + \ldots + \text{tang.}\,\frac{(n-1)\theta}{n}\,\text{ſin.}\,\frac{(n-1)\theta}{n} \end{array}\right\}$$

At eſt $\text{coſ.}\,\frac{\theta}{n} + \text{coſ.}\,\frac{2\theta}{n} + \ldots\ldots + \text{coſ.}\,\frac{(n-1)\theta}{n} = -\frac{1}{2}$

$$+ \frac{\text{coſ.}\left(1-\frac{1}{n}\right)\theta - \text{coſ.}\,\theta}{2\left(1-\text{coſ.}\,\frac{\theta}{n}\right)}$$

$$= -\frac{1}{2} - \frac{\text{coſ.}\,\theta}{2} + \frac{\text{ſin.}\,\theta\,\text{ſin.}\,\frac{\theta}{n}}{2\left(1-\text{coſ.}\,\frac{\theta}{n}\right)} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\text{coſ.}\,\theta + \frac{1}{2}\text{ſin.}\,\theta\ \text{cot.}\,\frac{\theta}{2n}$$

quo valore ſubſtituto habebitur:

$$r = \frac{c}{2n}\left\{\begin{array}{l} \frac{1}{2}\text{tang.}\,\theta\,\text{ſin.}\,\theta + \text{ſin.}\,\theta\,\text{cot.}\,\frac{\theta}{2n} + \frac{1}{2}\text{tang.}\,\theta^2\,\text{ſin.}\,\theta\,\text{cot.}\,\frac{\theta}{2n} \\ + \text{tang}\,\frac{\theta}{n}\,\text{ſin.}\,\frac{\theta}{n} + \text{tang.}\,\frac{2\theta}{n}\,\text{ſin.}\,\frac{2\theta}{n} + \text{tang.}\,\frac{3\theta}{n}\,\text{ſin.}\,\frac{3\theta}{n} + \ldots + \text{tang.}\,\frac{(n-1)\theta}{n}\,\text{ſin.}\,\frac{(n-1)\theta}{n} \end{array}\right\}$$

Ponamus nunc amplitudinem arcus parabolici AMB eſſe $60°$, vt ſit $\text{ſin.}\,\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\text{coſ.}\,\theta = \frac{1}{2}$; $\text{tang.}\,\theta = \sqrt{3}$ atque $\text{ſin.}\,\frac{1}{2}\theta = \frac{1}{2}$; $\text{coſ.}\,\frac{1}{2}\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\text{tang.}\,\frac{1}{2}\theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\text{ſin.}\,\frac{1}{4}\theta = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$; $\text{coſ.}\,\frac{1}{4}\theta = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$; $\text{tang.}\,\frac{1}{4}\theta = 2-\sqrt{3}$; $\text{ſin.}\,\frac{1}{8}\theta = \sqrt{\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{3}-1}{4\sqrt{2}}}$; $\text{coſ.}\,\frac{1}{8}\theta = \sqrt{\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{3}+1}{4\sqrt{2}}}$; $\text{tang.}\,\frac{1}{8}\theta = (\sqrt{2}-1)(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ $\text{ſin.}\,\frac{3}{4}\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\text{coſ.}\,\frac{3}{4}\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\text{tang.}\,\frac{7}{4}\theta = 1$ ex quibus valoribus oritur:

$r =$

$$r = \frac{c}{2n}\left(\frac{3}{4} + \frac{3\sqrt{3}}{4}\cot.\frac{\theta}{2n} + \text{tang.}\frac{\theta}{n}\,\text{ſin.}\frac{\theta}{n} + \text{tang.}\frac{2\theta}{n}\,\text{ſin.}\frac{2\theta}{n} + \text{tang.}\frac{3\theta}{n}\,\text{ſin.}\frac{3\theta}{n} + \ldots + \text{tang.}\frac{(n-1)\theta}{n}\,\text{ſin.}\frac{(n-1)\theta}{n}\right)$$

Subſtituantur nunc pro n valores 1, 2, 4, et prodibunt ſequentes expreſſiones ad r appropinquantes:

I. $r = \frac{9}{4}c$

II. $r = \frac{9}{8}c + \frac{2}{\sqrt{3}}c$

III. $r = \frac{9}{16}c + \frac{1}{\sqrt{3}}c + \frac{3\sqrt{2}}{8}c + \frac{\sqrt{6}}{4}c$

Poſita ergo ratione diametri ad peripheriam $= 1 : \pi$ ob angulum $60° = \frac{1}{3}\pi$, ſequentes expreſſiones arcum parabolicum AMB, cuius amplitudo ACB eſt $60°$, proxime exhibebunt:

I. $AMB = \frac{\pi c}{3}\cdot\frac{9}{4} = \frac{3}{4}\pi c$

II. $AMB = \frac{\pi c}{3}\left(\frac{9}{8} + \frac{2}{\sqrt{3}}\right)$

III. $AMB = \frac{\pi c}{3}\left(\frac{9}{16} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{3\sqrt{2}}{8} + \frac{\sqrt{6}}{4}\right)$

Conſtat autem rectificationem parabolae a logarithmis pendere, vnde arcus AMB veram longitudinem inueſtigemus. Cum igitur ſit $AC = c(1 + \frac{1}{2})$ erit abſciſſa arcui AMB reſpondens $= \frac{3}{2}c$, qui valor ipſi x in aequatione $yy = 2cx$ tribuatur, eritque $yy = 3cc$ Iam ob $x = \frac{yy}{2c}$ erit $dx = \frac{ydy}{c}$, et elementum arcus $AMB = \frac{dy}{c}\sqrt{(cc+yy)}$, cuius integrale eſt $= \frac{y}{2c}\sqrt{(cc+yy)} + \frac{c}{2}l\frac{y+\sqrt{(cc+yy)}}{c}$ Ponatur nunc $y = c\sqrt{3}$, fietque arcus $AMB = c\sqrt{3} + \frac{c}{2}l(2+\sqrt{3})$; vnde ſequentes aequationes proximae inter quadraturam circuli et logarithmos obtinebuntur;

I. $3\sqrt{3} + \frac{3}{2}l(2+\sqrt{3}) = \frac{9}{4}\pi$

II. $3\sqrt{3} + \frac{3}{2}l(2+\sqrt{3}) = \left(\frac{9}{8} + \frac{2}{\sqrt{3}}\right)\pi$

III. $3\sqrt{3} + \frac{3}{2}l(2+\sqrt{3}) = \left(\frac{9}{16} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{3\sqrt{2}}{8} + \frac{\sqrt{6}}{4}\right)\pi$

etc. Q. E. I.

Scholion.

Tab. I. fig. 8. 50. Quemadmodum ex parabola logarithmi ad quadraturam circuli reuocantur, ita, ſi pro curua AMB linea rectificabilis accipitur, linea recta ad arcum circularem reducetur, ſicque viciſſim linea recta exhiberi poterit, quae arcui circuli proxime ſit aequalis. Ita ſi curua AMB hac aequatione exprimatur $y = \sqrt{x} - \frac{1}{3} x\sqrt{x}$: erit ipſe curuae arcus $AM = \sqrt{x} + \frac{1}{3} x\sqrt{x}$; et ſumta $x = 1 = AC$, erit applicata $BC = \frac{2}{3}$, normalis ad curuam, ideoque arcus AMB amplitudo angulus rectus ACB; et curva $AMB = \frac{4}{3}$. Quod ſi iam capiatur arcus AM amplitudinis $ANM = v$, atque in MN demittatur perpendiculum CS reperietur $MS = \frac{2}{3}\left(\text{coſ.}\, v + \frac{1}{1+\text{coſ.}\, v}\right)$ vnde poſito radio circuli, $= r$ cuius quadrans $= AMB = \frac{4}{3}$ ob $a = 1$ et $b = \frac{2}{3}$ erit:

$$r = \frac{1}{2n}\left(\frac{5}{3} + \frac{4}{3}\left(\text{coſ.}\,\frac{\varrho}{n} + \text{coſ.}\,\frac{2\varrho}{n} + \text{coſ.}\,\frac{3\varrho}{n} + \ldots + \text{coſ.}\,\frac{(n-1)\varrho}{n}\right)\right.$$
$$+ \frac{4}{3}\left(\frac{1}{1+\text{coſ.}\,\frac{\varrho}{n}} + \frac{1}{1+\text{coſ.}\,\frac{2\varrho}{n}} + \frac{1}{1+\text{coſ.}\,\frac{3\varrho}{n}} + \ldots\right.$$
$$\left.\left. + \frac{1}{1+\text{coſ.}\,\frac{(n-1)\varrho}{n}}\right)\right)$$

ſeu priorem ſeriem ſummando:

$$r = \frac{1}{2n} + \frac{1}{3n\,\text{tang.}\,\frac{\varrho}{2n}} + \frac{2}{3n}\left(\frac{1}{1+\text{coſ.}\,\frac{\varrho}{n}} + \frac{1}{1+\text{coſ.}\,\frac{2\varrho}{n}} + \ldots\right.$$
$$\left. + \frac{1}{1+\text{coſ.}\,\frac{(n-1)\varrho}{n}}\right)$$

At poſito $\pi = 2\varrho$, ſeu $1 : \pi$, ratione diametri ad peripheriam, erit $\frac{4}{3} = \frac{\pi r}{2}$, ideoque $r = \frac{8}{3\pi}$, vnde peripheria π per ſeriem algebraicam exprimitur.

Prob-

Problema. 6.

51. Si curua propoſita fuerit cyclois AMB, inueni- Tab. II.
re radium circuli, cuius quarta peripheriae pars proxime fig. 2.
ſit aequalis arcui cycloidico AMB.

Solutio.

Sit BQC ſemiſſis circuli generatoris eiusque centrum in O; vocetur radius $OB = OC = c$, et poſita ratione diametri ad peripheriam $= 1 : \pi$ erit ſemicircumſerentia $BQC = \pi c$, cui aequalis eſt baſis AC, ita vt ſit $AC = a = \pi c$ et $BC = b = 2c$. Ducatur iam recta quaecunque PM baſi AC parallela, iunctaeque cordae CQ per M parallela ducatur MN, erit haec ad cycloidem normalis, ac propterea angulus ANM menſurabit amplitudinem arcus AM. Sit angulus $ANM = v$, erit ducta chorda BQ angulus $CBQ = v$, ideoque chorda $CQ = 2c\,\text{ſin.}\,v = MN$. Deinde ob angulum ad centrum $COQ = 2v$ erit arcus $CQ = 2cv$ et arcus $BQ = \pi c - 2cv$, cui aequalis eſt recta QM huicque CN, ita vt ſit $CN = \pi c - 2cv$. Quare ſi in MN productam ex C demittatur perpendiculum CS erit $NS = \pi c\,\text{coſ.}\,v - 2cv\,\text{coſ.}\,v$; ideoque $MS = [v] = 2c\,\text{ſin.}\,v + \pi c\,\text{coſ.}\,v - 2cv\,\text{coſ.}\,v$; ſubſtituamus iam pro v partes anguli $ACB = \varrho$, denotante ϱ angulum rectum, ita vt ſit $\varrho = \frac{1}{2}\pi$, erit

$$\left[\tfrac{\varrho}{n}\right] = 2c\,\text{ſin.}\,\tfrac{\varrho}{n} + \pi c\,\text{coſ.}\,\tfrac{\varrho}{n} - \tfrac{2c\varrho}{n}\,\text{coſ.}\,\tfrac{\varrho}{n}$$

$$\left[\tfrac{2\varrho}{n}\right] = 2c\,\text{ſin.}\,\tfrac{2\varrho}{n} + \pi c\,\text{coſ.}\,\tfrac{2\varrho}{n} - \tfrac{4c\varrho}{n}\,\text{coſ.}\,\tfrac{2\varrho}{n}$$

etc.

Vnde ſi r ſit radius circuli quaeſiti, erit:

$$r = \tfrac{\varrho}{2n}\Big(\pi + 2 + 4\big(\text{ſin.}\tfrac{\varrho}{n} + \text{ſin.}\tfrac{2\varrho}{n} + \ldots + \text{ſin.}\tfrac{(n-1)\varrho}{n}\big)$$
$$+ 2\pi\big(\text{coſ.}\tfrac{\varrho}{n} + \text{coſ.}\tfrac{2\varrho}{n} + \ldots + \text{coſ}\tfrac{(n-1)\varrho}{n}\big)$$
$$- \tfrac{2\pi}{n}\big(\text{coſ.}\tfrac{\varrho}{n} + 2\,\text{coſ.}\tfrac{2\varrho}{n} + 3\,\text{coſ.}\tfrac{3\varrho}{n} + \ldots + (n-1)\,\text{coſ.}\tfrac{(n-1)\varrho}{n}\big)\Big)$$

At iam ſupra oſtendimus eſſe:

$$\text{coſ.}\tfrac{\varrho}{n} + \text{coſ.}\tfrac{2\varrho}{n} + \text{coſ.}\tfrac{3\varrho}{n} + \ldots + \text{coſ.}\tfrac{(n-1)\varrho}{n} = -\tfrac{1}{2} + \frac{\text{coſ.}(\varrho - \frac{\varrho}{n}) - \text{coſ.}\,\varrho}{2(1 - \text{coſ.}\frac{\varrho}{n})} = -\tfrac{1}{2} + \frac{\text{ſin.}\frac{\varrho}{n}}{2(1 - \text{coſ.}\frac{\varrho}{n})}$$

ob ϱ angulum rectum. Simili modo reperietur fore:

$$\text{ſin.}\tfrac{\varrho}{n} + \text{ſin.}\tfrac{2\varrho}{n} + \text{ſin.}\tfrac{3\varrho}{n} + \ldots + \text{ſin.}\tfrac{(n-1)\varrho}{n} = \frac{\text{ſin.}\frac{\varrho}{n} + \text{ſin.}\frac{(n-1)}{n}\varrho - \text{ſin.}\,\varrho}{2(1 - \text{coſ.}\frac{\varrho}{n})}$$

: differentietur vtrinque, conſiderata ϱ tamquam variabili: erit

$$\tfrac{1}{n}\big(\text{coſ.}\tfrac{\varrho}{n} + 2\,\text{coſ.}\tfrac{2\varrho}{n} + 3\,\text{coſ.}\tfrac{3\varrho}{n} + \ldots + (n-1)\,\text{coſ.}\tfrac{(n-1)\varrho}{n}\big) = \frac{\text{coſ.}\frac{\varrho}{n} + (n-1)\,\text{coſ.}\frac{(n-1)\varrho}{n} - n\,\text{coſ.}\,\varrho}{2n(1 - \text{coſ.}\frac{\varrho}{n})} - \frac{\text{ſin}\frac{\varrho}{n}}{2n(1 - \text{coſ.}\frac{\varrho}{n})^2}\big(\text{ſin.}\tfrac{\varrho}{n} + \text{ſin.}\tfrac{(n-1)\varrho}{n} - \text{ſin.}\,\varrho\big)$$

Cum iam ſit ϱ angulus rectus erit:

$$\text{ſin.}\tfrac{\varrho}{n} + \text{ſin.}\tfrac{2\varrho}{n} + \ldots\,\text{ſin.}\tfrac{(n-1)\varrho}{n} = -\tfrac{1}{2} + \frac{\text{ſin}\frac{\varrho}{n}}{2(1 - \text{coſ.}\frac{\varrho}{n})}\ \text{etc.}$$

$$\text{coſ.}\tfrac{\varrho}{n} + 2\,\text{coſ.}\tfrac{2\varrho}{n} + 3\,\text{coſ.}\tfrac{3\varrho}{n} + \ldots + (n-1)\,\text{coſ.}\tfrac{(n-1)\varrho}{n} = \frac{\text{coſ.}\frac{\varrho}{n} + n\,\text{ſin.}\frac{\varrho}{n} - \text{ſin.}\frac{\varrho}{n}}{2(1 - \text{coſ.}\frac{\varrho}{n})} - \frac{\text{ſin.}\frac{\varrho}{n}}{2(1 - \text{coſ.}\frac{\varrho}{n})^2}\big(\text{ſin.}\tfrac{\varrho}{n} + \text{coſ.}$$

$\frac{\varrho}{n}$ −

$$\frac{\varrho}{n}-1)=\frac{\operatorname{cof.}\frac{\varrho}{n}+n\operatorname{fin.}\frac{\varrho}{n}-\operatorname{fin.}\frac{\varrho}{n}-1-\operatorname{cof.}\frac{\varrho}{n}+\operatorname{fin.}\frac{\varrho}{n}}{2(1-\operatorname{cof.}\frac{\varrho}{n})}$$

$$=\frac{-1+n\operatorname{fin.}\frac{\varrho}{n}}{2(1-\operatorname{cof.}\frac{\varrho}{n})}$$

His valoribus ſubſtitutis proueniet:

$$r=\frac{c}{2n}\left(\pi+2-2+\frac{2\operatorname{fin.}\frac{\varrho}{n}}{1-\operatorname{cof.}\frac{\varrho}{n}}-\pi+\frac{\pi\operatorname{fin.}\frac{\varrho}{n}}{1-\operatorname{cof.}\frac{\varrho}{n}}+\right.$$

$$\left.\frac{\pi}{n(1-\operatorname{cof.}\frac{\varrho}{n})}-\frac{\pi\operatorname{fin.}\frac{\varrho}{n}}{1-\operatorname{cof.}\frac{\varrho}{n}}\right)\text{ ſeu }r=\frac{c}{2n}\left(\frac{2\operatorname{fin.}\frac{\varrho}{n}}{1-\operatorname{cof.}\frac{\varrho}{n}}+\right.$$

$\left.\frac{\pi}{n(1-\operatorname{cof.}\frac{\varrho}{n})}\right)$. In qua formula, quo maior accipitur numerus n, eo propius valor ipſius r inuenietur. Q. E. I.

Coroll. 1.

52. Inuento radio r erit arcus cycloidalis $AMB=r\varrho=\frac{\pi r}{2}$: ideoque habebitur arcus

$$AMB=\frac{\pi c}{4n}\cdot\frac{2n\operatorname{fin.}\frac{\varrho}{n}+\pi}{n(1-\operatorname{cof.}\frac{\varrho}{n})}=\frac{\pi c(2n\operatorname{fin.}\frac{\varrho}{n}+\pi)}{4nn(1-\operatorname{cof.}\frac{\varrho}{n})}.$$

qui valor erit exactus, ſi n ſtatuatur numerus infinitus. Hoc autem caſu erit $2n\operatorname{fin.}\frac{\varrho}{n}=2\varrho=\pi$ et $1-\operatorname{cof.}\frac{\varrho}{n}=\frac{\varrho\varrho}{2nn}=\frac{\pi\pi}{8nn}$: vnde fit $AMB=4c=2BC$, vti ex natura cycloidis conſtat.

Coroll. 2.

53. Cum igitur ſit arcus cycloidis AMB reuera $=4c$, habebitur ſequens aequatio eo propius vera, quo maior fuerit numerus n

$$4 = \frac{\pi(\pi + 2n\,\text{ſin.}\frac{\varrho}{n})}{4nn(1 - \text{coſ.}\frac{\varrho}{n})}$$

ſeu $\pi\pi + 2n\pi\,\text{ſin.}\frac{\varrho}{n} = 16nn(1 - \text{coſ.}\frac{\varrho}{n})$ vnde fit

$\pi = -n\,\text{ſin.}\frac{\varrho}{n} + n\sqrt{(16 - 16\,\text{coſ.}\frac{\varrho}{n} + \text{ſin.}\frac{\varrho}{n}^2)}$ ſeu

$\pi = -n\,\text{ſin.}\frac{\varrho}{n} + n\sqrt{(1 - \text{coſ.}\frac{\varrho}{n})(17 + \text{coſ.}\frac{\varrho}{n})}$

Coroll. 3.

54. Cum ſit $1 - \text{coſ.}\frac{\varrho}{n} = 2\,\text{ſin.}\frac{\varrho^2}{2n}$ et $\text{ſin.}\frac{\varrho}{n} = 2\,\text{ſin.}\frac{\varrho}{2n}\,\text{coſ.}\frac{\varrho}{2n}$
erit $\pi = -2n\,\text{ſin.}\frac{\varrho}{2n}\,\text{coſ.}\frac{\varrho}{2n} + 2n\,\text{ſin.}\frac{\varrho}{2n}\sqrt{(9 - \text{ſin.}\frac{\varrho^2}{2n})}$
ſit nunc $2n = m$ et $\frac{\varrho}{2n} = \frac{\varrho}{m} = \Phi$, ſeu $\Phi = \frac{90^\circ}{m}$
erit $\pi = -m\,\text{ſin.}\Phi\,\text{coſ.}\Phi + m\,\text{ſin.}\Phi\sqrt{(9 - \text{ſin.}\Phi^2)}$

Coroll. 4.

55. Si ergo circulus deſcribatur radio $= 1$, erit in eo quadrans $= \varrho = \frac{1}{2}\pi = m\Phi$; denotante Φ partem quamcunque, vnde ipſe arcus Φ ſequenti modo proxime definietur

$$\Phi = -\frac{\text{ſin.}\Phi\,\text{coſ.}\Phi + \text{ſin.}\Phi\sqrt{(9 - \text{ſin.}\Phi^2)}}{2}$$

Tab. II. ſeu $\Phi = \text{ſin.}\Phi(\sqrt{(2 + \frac{1}{4}\text{coſ.}^2)} - \frac{1}{2}\text{coſ.}\Phi)$

fig. 3. Propoſito ergo in quadrante ACB arcu AM, cuius ſinus PM, capiatur CD = chordae quadrantis AB, et biſecta CP in O iungatur DO, vnde reſecetur OI = CO et in radio CM producto capiatur CL = DI, demiſſumque in AC perpendiculum LQ eo propius aequabitur arcui AM, quo minor fuerit iſte arcus.

INDAGATIO FOCORVM IN OMNIBVS CVRVIS POSSIBILIBVS.

AVCTORE
G. *W*. *KRAFFT*

§. 1.

Veteres geometrae intra ſolam geometricam conſiderationem ſectionum conicarum aut aliarum linearum curuarum, ab ipſis examinatarum, ſubſtiterunt, neque ad vſus phyſicos illas adoptare conati ſunt. Factum hinc eſt, vt *Apollonius Pergaeus*, diligentiſſimus inter antiquos ſectionum conicarum ſcrutator, de ſoco parabolae, quem hodie vocamus, plane taceat; ſocos ellipſeos autem et hyperbolae appellet non ſocos, ſed *puncta ex comparatione facta*, ex comparatione ſcilicet aliqua mathematica facta, ſine omni reſpectu ad vſum quendam phyſicum exinde hauriendum, qui nempe ex natura lucis vtiliſſime hodie poteſt exinde deriuari. Solus *Euclides* in tractatu de catoptricis, qui ipſi tribuitur, Propoſ. III. docet, quo modo radii ſolares, ſtatutis geometricis obedientes, ignem aliquem excitare poſſint, dum in ſocum colliguntur illapſi omnes. Sed, vt feliciſſimus fuit in ratiociniis geometricis, ita infelix fuit in applicatione hac phyſica, cum nempe inconſueta illorum ſeculorum veſtigia ingrederetur. Falſum enim ſpeculo circulari ſocum non aſſignauit quidem, ſed potius ex falſa hypotheſi phyſica illum legitima tamen conſequentia deduxit. Sed memoratur etiam *Archimedem* edidiſſe tractatum de *ſpeculis vſtoriis*, de quo videatur *Fabricius* in bibliothecae graecae lib. III. c. 22.

Verum

Verum hic videtur eſſe ſuppoſititius ex rationibus in l. c. allegatis; vt itaque proxime ſit vero, veteres geometras ſoli geometriae attentos fuiſſe, phyſicae autem eandem, vbi facile etiam fieri id potuiſſet, non applicuiſſe.

§. 2. Subſequentium deinde ſeculorum perſpicacia, demum maior exorta, oculorum diuiſit officia, iuſſitque vt alter geometriae legibus ſit intentus, alter vero phyſicae ſimul iuſſis ſtudeat. Vnde circa medium ſeculi decimi quinti *Ioannes Regiomontanus* magnum ſpeculum annulare parabolicum cauſticum ex metallo confectum produxit, quod primum fuit omnium in Germania viſorum, teſtante Celeberr. *Doppelmaiero*, *de mathematicis norinbergenſibus*, in vita Regiomontani, p. 23. nec non *bibliotheque germanique* ad 1736. p. 7. Poſtea etiam *Vi tellio*, in *perſpectiua*, edita Norinbergae anno 1535, libro IX, theor. 43, luculenter oſtendit, qua ratione a ſuperficie ſpeculorum parabolicorum ignem poſſibile ſit accendi.

§. 3. Conſtat igitur hodie, focum actualem et *phyſicum*, hoc eſt, tale punctum geometricum, in quod radii lucis illapſi et a natura curuae collecti ignem excitare poſſint, dari in duabus ſectionibus conicis, parabola nempe ac ellipſi; cumque punctum hoc, ex concinnitate geometrica, ibi poſitum ſit in axe, vbi applicata orthogonalis parametro curuae eſt aequalis: hinc factum eſt, vt auctores aliqui ex hac proprietate focum definiuerint per punctum axeos, in quo ordinatim applicata aequatur parametro, geometrice potius quam phyſice; atque dein ſtatuerint, parabolas et ellipſes ſuperiores quoque ſuos habere focos; quia nimirum in omnibus earum generibus

ſummis

ſummis ſemper fieri poteſt, vt alicubi ad axem applicetur ordinata, quae parametro ſit aequalis. Cupido itaque animum inceſſit meum ſciendi, an curuae hae etiam ſuperiores habeant focum verum et phyſicum; an vero ſolum aliquem geometricum, ex proprietate parametri conceptum et fictum, qui caetera frigidus ſit Quod vt obtinerem, conuenientiſſimum eſſe duxi inueſtigare a priori per methodum tangentium inuerſam omnes curuas poſſibiles, quae focum teneant phyſicum; adducta ſic ad geometriam phyſica, quae angulum incidentiae angulo reflexionis eſſe vbiuis aequalem experimentis et rationibus docet et confirmat.

§. 4. Sit igitur problema hoc: aſſumtis in recta punctis duobus F et f fixis, inuenire curuam M D, quae radios omnes, ex vno puncto F illapſos, ſub aequali angulo reflectat in alterum punctum fixum et immutabile f. Ducantur ergo tangens M T, et ſemiapplicata orthogonalis M P puncti M, diſtantiaque punctorum datorum F f biſecetur in C; quibus factis ſint $CF = Cf = m$, $CP = x$, $PM = y$, ſubtangens $PT = S$, tangens $MT = t$, atque erunt $fP = x - m$, $FP = x + m$, $FT = x + m + S$; tum vero ex theoremate pythagorico $MF = \sqrt{(x^2 + 2mx + m^2 + y^2)} = v$, et $Mf = \sqrt{(x^2 - 2mx + m^2 + y^2)} = u$. Tab. II fig. 4.

§. 5. Iam vero ex trigonometricis erit, poſito ſinu toto $= 1$, T M P ſinus $\frac{s}{t}$, coſinus $\frac{y}{t}$; P M f ſinus $\frac{x-m}{u}$, coſinus $\frac{y}{u}$, vnde, ex noto theoremate ſummae angulorum eruitur ſinus ſummae praecedentium angulorum, hoc eſt, ſinus anguli T M f, vel ſinus anguli reflexionis,

$= \frac{sy+\overline{x-m}.y}{tu}$. Eſt autem porro, demiſſa ex F in tangentem perpendiculari FR, ob triangula ſimilia MTP et FTR, MT (t) : PM (y) = FT $(x+m+s)$: RF $\left(\frac{y.\overline{x+\quad+s}}{t}\right)$; vnde deducitur ſinus anguli RMF $= \frac{RF}{MF}$ $= \frac{y.\overline{x+m+s}}{tv}$, qui erit ſinus anguli incidentiae.

§. 6. Ob aequalitatem igitur vtriusque huius anguli ex phyſicis deſumtam aequales etiam erunt eorum ſinus, ex quo haec obtinetur aequatio:

$$\frac{sy+\overline{x-m}.y}{tu} = \frac{y.\overline{x+m+s}}{tv}$$

vnde deducitur, facta vtrinque diuiſione per $\frac{y}{t}$, $\frac{s+x-m}{u}$ $= \frac{s+x+m}{v}$, vel, mutatis hiſce ſymbolis in lineas figurae, $\frac{Tf}{Mf} = \frac{TF}{MF}$, quae proprietas aliqua generalis eſt, quam curva haec quaeſita tenere debet.

§. 7. Vt autem calculus, prolixiſſimus alias, ad compendium reducatur: pono iam $s+x=P$, atque $x^2+m^2+y^2=Q^2$, vnde habebimus ex proprietate praecedentis paragraphi hanc aequationem,

$$\frac{P-m}{\sqrt{(Q^2-2mx)}} = \frac{P+m}{\sqrt{(Q^2+2mx)}}.$$

ex qua, membris quadratis, facta multiplicatione in rucem, deletis terminis ſe deſtruentibus, facta diuiſione per $4m$, et demum extracta radice, prodit

$$P = \frac{Q^2 \mp \sqrt{(Q^4-4m^2x^2)}}{2x}$$

Eſt autem ex methodo tangentium *leibnitiana* $s = -\frac{y\,dx}{dy}$; ſubſtitutis igitur in hac praecedenti aequatione terminis legitimis, ab initio aſſumtis, oritur haec aequatio:

$$x-\frac{y\,dx}{dy} = \frac{x^2+m^2+y^2 \mp \sqrt{(x^4-2m^2x^2+m^4+2x^2y^2+2m^2y^2+y^4)}}{2x}$$

et

et deinceps haec:

$2x^2 - \frac{2yxdx}{dy} = x^2 + m^2 + y^2 \pm \sqrt{(xx - mm^2 + 2y^2 \cdot xx + mm + y^4)}$, quae deinde, porro facta reductione, tandem abit in hanc,

$\frac{x^2dy - y^2dy - m^2dy - 2yxdx}{\sqrt{(xx - mm^2 + 2y^2 \cdot xx + mm + y^4)}} = \pm dy.$

§. 8. Quae difficilis aequatio differentialis vt ad integrationem praeparetur, pono primum $x^2 - m^2 = py$, vnde eſt $x^2 = m^2 + py$, et $2xdx = pdy + ydp$, quibus ſubſtitutis habeo

$$\frac{-dy - dp}{\sqrt{(p^2 + 2py + 4m^2 + y^2)}} = \frac{\pm dy}{y},$$

aut vero $\frac{-dy - dp}{\sqrt{(y + p^2 + 4m^2)}} = \pm \frac{dy}{y}$. Accipiatur iam denuo $y + p = z$, vnde $dy + dp = dz$, et aequatio praecedens mutatur in hanc, $\frac{dz}{\sqrt{(4m^2 + z^2)}} = \mp \frac{dy}{y}$. Cuius alterum membrum vt ab irrationalitate liberetur, aſſumo rurſus $\sqrt{(4m^2 + z^2)} = 2m + qz$, ex quo deſcendit $z = \frac{4mq}{1 - q^2}$; $dz = \frac{4mdq + 4mq^2dq}{(1 - qq)^2}$; atque factis his ſubſtitutionibus emergit tandem $\frac{dz}{\sqrt{(4m^2 + z^2)}} = \frac{2dq}{1 - qq}$, vnde obtinetur $\frac{2dq}{1 - qq} = \mp \frac{dy}{y}$.

§. 9. Haec vltima aequatio differentialis ad mera differentialia logarithmica ſic reducitur, ſi conſideretur, eſſe $\frac{2dq}{1 - q^2} = \frac{dq}{1 + q} + \frac{dq}{1 - q}$; erit enim ex hac conſideratione iam aequatio data in differentialibus logarithmicis talis, $\frac{dq}{1 + q} + \frac{dq}{1 - q} = \mp \frac{dy}{y}$, quorum logarithmi ſumti efficiunt, $l(1 + q) - l(1 - q) = lE \mp ly$, aſſumta E pro quantitate conſtante poſtea determinanda. Et ſi deinde horum

 logarith-

logarithmorum ſumantur quantitates abſolutae, orientur duo caſus, quorum *primus* eſt $\frac{1+q}{1-q} = Ey$; *ſecundus* autem $\frac{1+q}{1-q} = \frac{E}{y}$.

§. 10. Eſt autem (§. 8.) $q = \frac{\sqrt{(4m^2+z^2)}-2m}{z}$, et proinde $1+q = \frac{z+\sqrt{(4m^2+z^2)}-2m}{z}$; $1-q = \frac{z-\sqrt{(4m^2+z^2)}+2m}{z}$, quibus ſubſtitutis in aequatione vltima (§. 9.) pro caſu primo prodit, $\frac{z-2m+\sqrt{(4m^2+z^2)}}{z+2m-\sqrt{(4m^2+z^2)}} = Ey$; aut vero, coniugatis membris homogeneis, haec $\frac{Ey-1}{Ey+1} z + 2m = \sqrt{(4m^2+z^2)}$. Aut, ſi membra huius aequationis quadrentur, exſurgit $mE^2y^2 - m = Eyz$. Sed eſt (§. 8.) $z = y + p$, et $p = \frac{x^2-m^2}{y}$, ergo $z = \frac{y^2+x^2-m^2}{y}$, quo valore inducto, emergit aequatio ad curuam quaeſitam haec, $Ey^2 - \frac{Ex^2}{mE-1} + m = 0$

§. 11. Reſtat iam indagandus valor quantitatis conſtantis, ſed indeterminatae adhuc, E, qui ita eruitur. Ex puncto medio C erigatur perpendicularis ad axem CD, eaque vocetur a; manifeſtum itaque eſt, ſi fiat $x = 0$, eſſe $y = a$; vnde eruitur $E = \frac{-m}{a^2}$, et aequatio completa curuae euadit talis, $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{m^2+a^2} - 1 = 0$. Ponatur $m^2 + a^2 = A^2$, erit aequatio quaeſita haec, $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{A^2} - 1 = 0$, vel $A^2y^2 + a^2x^2 = A^2a^2$, aut vero haec, $A^2y^2 = A^2a^2 - a^2x^2$; quae reſoluitur in hanc analogiam, $y^2 : a^2 = \overline{A+x}.\overline{A-x} : A^2$. Sed haec eſt aequatio ad ſolam ellipſin apollonianam, in qua eſt ſemiaxis maior $A = \sqrt{(m^2+a^2)} = Df$; ſemiaxis minor autem $= a = $ C.D.

Ergo

Ergo caſui huic primo ſatisfacit ſola ellipſis apolloniana, in qua ex proprietatibus eiusdem aliunde cognitis eſt, aſſumtis libere $Cf = m$, $CD = a$, axis maior $= 2Df$, axis minor $= 2CD$; et puncta F et f ſunt eiusdem ellipſeos foci phyſici.

§. 12. Si tractetur ſimiliter caſus ſecundus ſupra allegatus (§. 9.) in quo eſt $\frac{1+q}{1-q} = \frac{E}{y}$: habebitur rurſus, ſubſtituto valore ipſius q, (§. 8.) $\frac{z - 2m + \surd(4m^2 + z^2)}{z + 2m - \surd(4m^2 + z^2)} = \frac{E}{y}$, quae aequatio, ſi ſumantur quadrata et ordinentur membra, deducitur facile ad hanc, $\overline{E + y}^2 . z = \overline{E - y}^2 . z + 4m(E^2 - y^2)$, vel deinde ad hanc ſimpliciorem, $Eyz = mE^2 - my^2$, vnde deducitur, ſubſtituto valore ipſius z (§. 8.), $y^2 + \frac{Ex^2}{E+m} - mE = 0$. Ad determinandam autem conſtantem E iterum obſeruatur, ſi fiat $x = 0$, abire y in a, vnde deducitur iſta $E = \frac{a^2}{m}$; et aequatio completa prodit haec, $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{m^2 + a^2} - 1 = 0$, eadem plane, quae prius, (§. 11.) Vnde intelligitur, in vtroque caſu non fundari niſi vnam eandemque curuam, ellipſin ſcilicet apollonianam.

§. 13. Indicauimus ſupra (§. 6.) curuae quaeſitae proprietatem generalem eſſe, vt habeatur in illa $\frac{Tf}{M} = \frac{TF}{MF}$; cum autem ſciamus nunc, nullam aliam eſſe curuam quaeſitam quam ellipſin ordinariam, habebit etiam haec dictam proprietatem; vnde oritur *theorema conicum* tale: ſit ellipſeos tangens MT, ſecans axem productum in T, atque in punctum contingentiae M ex vtroque foco ducantur rectae Mf, MF, erit ſic $Tf : Mf = TF : MF$. Ex quo porro conſequitur etiam hoc conſectarium; Fig. 5.

rium: nempe ſi ex F ducatur in tangentem recta F N, parallela ipſi f M: erunt aequales ipſae F N et F M, hoc eſt, triangulum M F N erit aequicrurum. Nam ob parallelas f M et F N erit T f : M f = T F : N F; ſed ob proprietatem theorematis erit etiam T f : M f = T F : M F; ergo ex combinata hac proportione erit quoque M F = N F. Quod idem vero facilius etiam ſic probaturo; ob parallelismum linearum M f, N F eſt ang. T M f = ang. M N F; ſed, ob reflexionem radii, eſt T M f = ang. N M F; ergo anguli M N F et N M F ſunt aequales.

§. 14. Sed vt iam regrediamur ad propoſitum noſtrum, euidens eſt ex iis, quae hucusque oſtendimus, ſolam ellipſin ordinariam eſſe praeditam focis duobus phyſicis, reliquas omnes vero ſuperiores deſtitui tali foco phyſico, quamuis imaginarius aliquis focus tribui ipſis poſſit ex conſideratione parametri (§. 3.) quod tamen punctum ex parametro definitum in omnibus ſuperioribus ellipſibus foci nomen non meretur adeoque male his curuis tribuitur, quia facile ad errorem inducendum poteſt inſeruire, quaſi nempe hae ſuperiores ellipſes etiam focis veris et phyſicis eſſent praeditae.

§. 15. Ita ergo etiam in ſola illa *ellipſi* ordinaria, in qua focorum alteruter ab altero in infinitum diſtat, dabitur focus phyſicus et realis, nimirum in parabola ſola apolloniana, in quam radii ab infinita diſtantia, hoc eſt, paralleli inter ſe, incidunt. Ergo excluduntur a foci phyſici proprietate omnes parabolae ſuperiores, quae ſolum geometricum aut imaginarium affirmere poſſunt. De hyperbolis vero nihil opus eſt vt moneam, illas focum

habere

habere non collectionis, ſed diſperſionis radiorum, qualis focus in opticis vocari ſolet focus virtualis.

§. 16. Parabolas ſuperiores nullum habere, focum phyſicum, hoc quoque modo oſtenditur. Sit aequatio ad tales parabolas generalis haec: $a^m x^n = y^{m+n}$, aut vero $a^{\frac{m}{m+n}} x^{\frac{n}{m+n}} = y$, vbi $AP = x$, $PM = y$. Ex methodo tangentium cognoſcitur, eſſe huius parabolae ſubtangentem $PT = \frac{m+n}{n} x$, adeoque $AT = \frac{m}{n} x$. Ponatur itaque focus talis parabolae in f, et $Af = u$, erit ſic $Pf = x - u$, et $Tf = u + \frac{m}{n} x$. Si igitur FM fuerit radius incidens, eſt angulus a radio reflexo factus $TMf = RMF$, ob rationes opticas. Eſt vero ſimul etiam ob parallelas Tf et MF angulus $MTf = RMF$, ergo anguli TMf et MTf aequales, et conſequentur triangulum MfT aequicrurum, in quo $Mf = Tf$, vel Mf^2 Tf^2; eſt autem $Mf^2 = Pf^2 + PM^2$, itaque $x^2 - 2ux + u^2 + a^{\frac{2m}{m+n}} x^{\frac{2n}{m+n}} = u^2 + \frac{2m}{n} ux + \frac{m^2}{n^2} x^2$; ex qua aequatione, abiecto vtrinque u^2 et reductis terminis reliquis, reſultat $u = \frac{n}{2m+2n} a^{\frac{2m}{m+n}} x^{\frac{n-m}{m+n}} - \frac{m-n}{2n} x$. Ex hoc valore ipſius u ſeu Af ſtatim apparet, requiri vt ſit $m = n$, ſi punctum f debeat eſſe ſtabile ac fixum, hoc eſt, ſi talis parabola debeat habere focum realem et phyſicum. Erit enim in hoc ſolo caſu tum $u = \frac{n}{2m+2n} a^{\frac{2m}{m+n}}$, ſiue aequalis quantitati conſtanti $\frac{1}{4} a$. Sed ſi ſtatuatur $m = n$, tum aequatio parabolae generalis aſſumta $a^m x^n = y^{m+n}$ abit in hanc: $a^m x^m = y^{2m}$, ſiue extracta

tracta vtrinque radice exponentis *m*, mutatur ea in hanc, $a x = y^2$, quae eſt ad parabolam apollonii. Ergo in hac ſola haeret focus phyſicus, neque in vlla alia parabolarum ſuperiorum. Falſum itaque eſt focum phyſicum in parabolis ſuperioribus dari illic, vbi $y = \frac{1}{2} a =$ ſemi parametro; et male ex hac proprietate geometrica, quae in parabola infima ſolum obtinet, concluditur ad ſuperiores haſce curuas.

SOLVTIO

SOLVTIO PROBLEMATIS DIFFICILLIMI A FERMATIO PROPOSITI.

AVCTORE

L. EVLERO.

§. 1.

Quamquam problemata, quae olim ſolutu difficilia ſunt habita, hodie plerumque ob fines analyſeos tantopere promotos nihil vel parum difficultatis habere ſolent; tamen hoc in eo problematum genere, quae ad methodum Diophanti pertinent, non vſu venit. In hac enim analyſeos parte poſt Fermatii tempora, qui plurimum ſtudii et operae in ea feliciſſimo cum ſucceſſu conſumſit, non ſolum nihil vltra praeſtitum eſſe videtur, ſed etiam hoc ſtudium a geometris, qui eum ſunt ſecuti, fere penitus eſt neglectum. Et ſi autem ea analyſeos pars, in qua mathematici hodie potiſſimum verſantur, ob ſummam vtilitatem, quam ad reliquas ſcientias atque artes copioſiſſime affert, omni laude maxime digna eſt habenda: tamen altera quoque pars, quae in numeris eſt occupata, et ad problemata indeterminata ſoluenda adhiberi ſolet, idcirco minime eſt contemnenda, cum in ea plerumque ſumma ingenii vis cernatur atque ab analyſta non mediocris ſagacitas requiratur.

§. 2 Quae cum ita ſint comparata, ea huius generis problemata, quae a Fermatio ſummopere difficilia ſunt iudicata, eadem et hodie non magis facta ſunt facilia; hincque ſtudium, quod in eorum ſolutione ponitur, non male collocatur. Proponit autem Fermatius in anno-

tationibus ſuis ad Diophantum Bacheti ſequens problema tanquam ſolutu difficillimum

Inuenire triangulum rectangulum in numeris rationalibus expreſſum, cuius vterque cathetus area ipſius trianguli minutus producat numerum quadratum.

Huius ergo problematis ſequentes, quas mihi quidem elicere contigit, ſolutiones in medium afferre viſum eſt,

Praeparatio ad ſolutionem.

§. 3. Notum eſt triangulum rectangulum in numeris rationalibus exprimi, ſi ponatur cathetorum alter $=2ab$, et alter $=aa-bb$, tum enim prodibit hypotenuſa $=aa+bb$. Generalius catheti ambo poni poſſunt $\frac{2ab}{z}$ et $\frac{aa-bb}{z}$, prodeunte hypotenuſa $=\frac{aa+bb}{z}$. Ponam autem, quoniam naturam trianguli rectanguli vltimo loco in computum vocare expedit,

vnum cathetum $=\frac{2x}{z}$

alterum cathetum $=\frac{y}{z}$

eritque area $=\frac{xy}{zz}$

Ac primo per conditionem problematis hae quantitates

$$\left.\begin{array}{l} \text{I. } \frac{2x}{z}-\frac{xy}{zz} \text{ ſeu } 2xz-xy \\ \text{II. } \frac{y}{z}-\frac{xy}{zz} \text{ ſeu } yz-xy \end{array}\right\} \text{quadrata effici debent.}$$

Tum vero, quia hypotenuſa fit $=\frac{\sqrt{(4xx+yy)}}{z}$, haec quantitas

III. $4xx+yy$ reddi debet quadratum.

§. 4. Quoniam hae ambae quantitas $2xz-xy$ et $yz-xy$ eſſe debent quadrata, earum productum pariter erit quadratum. Ordior ergo a producto,

$2xy$

$$2xyzz - 2xxyz - xyyz + xxyy$$

quod quadratum reddi debet, ponoque eius radicem $= xy - \frac{p}{q} y z$, vt ex euolutione valor ipſius z commode definiri queat, fiet autem

$$2xyzz - 2xxyz - xyyz + xxyy = xxyy - \frac{2p}{q} xyyz + \frac{pp}{qq} yyzz$$

Ac deleto vtrinque termino communi $xxyy$ et reliqua aequatione per yz diuiſa obtinebitur

$$2xz - 2xx - xy = \frac{-2p}{q} xy + \frac{pp}{qq} yz$$

vnde fit $z = \frac{2qqxx + qqxy - 2pqxy}{2qqx - ppy}$

§. 5. Inuento iam valore ipſius z, fiet

$$2z - y = \frac{4qqxx - 4pqxy + ppyy}{2qqx - ppy} = \frac{(2qx - py)^2}{2qqx - ppy}$$

$$z - x = \frac{ppxy + qqxy - 2pqxy}{2qqx - ppy} = \frac{xy(p-q)^2}{2qqx - ppy}$$

hincque porro habebitur:

$$2xz - xy = \frac{x(2qx - py)^2}{2qqx - ppy} = \frac{xx(2qx - py)^2}{2qqxx - ppxy}$$

$$yz - xy = \frac{xyy(p-q)^2}{2qqx - ppy} = \frac{xxyy(p-q)^2}{2qqxx - ppxy}$$

Quarum quantitatum cum vtraque eſſe debeat quadratum; hoc efficietur, dummodo communis denominator: $2qqxx - ppxy$ fiat quadratum. Ponatur in hunc finem $2qqxx - ppxy = rrxx$, ac diuiſione facta per x erit $(2qq - rr)x = ppy$, et $\frac{x}{y} = \frac{pp}{2qq - rr}$

§. 6. Sufficiet autem ad noſtram ſolutionem noſſe relationem inter x et y, quia in calculum iam introductus eſt communis denominator z, quare ponere licebit:

$$x = pp \text{ et } y = 2qq - rr$$

vnde fiet $z - x = \frac{pp(2qq - rr)(p-q)^2}{pprr}$ ideoque

 $z =$

$$z = pp + \frac{(2qq - rr)(p - q)^2}{rr}$$

ideoque ſupereſt tantum, vt $4xx + yy$ reddatur quadratum, vnde ſequens expreſſio debet eſſe quadratum

$$4p^4 + 4q^4 - 4qqrr + r^4$$

vnde ſequentes ſolutiones particulares adornabuntur.

Solutio prima.

§. 7. Quoniam igitur quaeſtio huc eſt redacta, vt pro litteris p, q, r eiusmodi valores aſſignentur, qui hanc expreſſionem

$$4p^4 + 4q^4 - 4qqrr + r^4$$

reddant quadratum, ſolutio generalis, quae omnes omnino valores idoneos harum litterarum complectatur, tradi nequit. Cum igitur ſolutionibus ſpecialibus acquieſcere debeamus, ponam primo radicem huius expreſſionis eſſe $= 2pp \mp rr$, vt termini $4p^4$ et r^4 vtrinque ſe deſtruant, ac prodibit haec aequatio

$$4q^4 - 4qqrr = \mp 4pprr$$

vnde fit $pp = \mp \frac{qq}{rr}(qq - rr)$, et habebimus

vel $p = \frac{q}{r}\sqrt{(qq - rr)}$ vel $p = \frac{q}{r}\sqrt{(rr - qq)}$

§. 8. Priori formulae $p = \frac{q}{r}\sqrt{(qq - rr)}$ ſatis fit ponendo $q = cc + dd$, et $r = 2cd$, vnde fit $p = \frac{(cc + dd)(cc - dd)}{2cd}$

Ex his ergo valoribus:

$$p = (cc + dd)(cc - dd)$$

ſeu $q = 2cd(cc + dd)$

$$r = 4ccdd$$

$q =$

$$q = cc + dd, \quad r = 2cd, \quad p = \frac{(cc+dd)(cc-dd)}{2cd} \quad \text{erit} \quad x = pp, \quad y = 2qq - rr, \quad \sqrt{(4xx+yy)} = 2pp + rr, \quad z = x + \frac{y(-q)^2}{rr}$$

quibus inuentis erit pro triangulo rectangulo quaeſito:

I. cathetus $= \frac{2x}{z}$, II. cathetus $= \frac{y}{z}$

Exemplum. 1.

§. 9. Sit $c = 2$, et $d = 1$, ac prodibunt hi valores:

$p = 5 \cdot 3 = 15$; $x = 225$

$q = 4 \cdot 5 = 20$; $y = 544$

$r = 4 \cdot 4 = 16$; $z = 225 + \frac{544 \cdot 25}{256} = \frac{25 \cdot 89}{8} = \frac{2225}{8}$

atque $\sqrt{(4xx+yy)} = 2pp + rr = 706$

ex quibus conficitur hoc triangulum rectangulum in numeris:

I. cath. $\frac{2x}{z} = \frac{144}{89}$; II. cath. $\frac{y}{z} = \frac{4352}{25 \cdot 89}$; III. hypot. $= \frac{5648}{25 \cdot 89}$

area ergo erit $= \frac{72 \cdot 4352}{25 \cdot 89^2}$, et problemati ita ſatisfit.

I. cath. - area $= \frac{144}{25 \cdot 89^2}(25 \cdot 89 - 2176) = \frac{144 \cdot 49}{25 \cdot 89^2} = \left(\frac{12 \cdot 7}{5 \cdot 89}\right)^2$

II. cath. - area $= \frac{4352}{25 \cdot 89^2}(89 - 72) = \frac{17 \cdot 17 \cdot 256}{25 \cdot 89^2} = \left(\frac{16 \cdot 17}{5 \cdot 89}\right)^2$

Exemplum. 2.

§. 10. Sit $c = 3$, et $d = 1$, ac ſequentes prodibunt valores

$p = 10.\ 8$ $\qquad\qquad$ $p = 20$

$q = 6.\ 10$ qui per 4 diuiſi ad minores $\quad q = 15$

$r = 6.\ 6$ terminos hos reducuntur $\quad r = 9$.

ex his fit $x = 400$; $y = 369$; et $z = \frac{4625}{9}$; $\sqrt{(4xx + yy)} = 881$; vnde triangulum rectangulum erit

I. cath. $\frac{2x}{z} = \frac{32\cdot 9}{185}$; II. cath. $\frac{y}{z} = \frac{81\cdot 41}{25\cdot 185}$; III. hyp. $= \frac{9\cdot 881}{25\cdot 185}$

atque area $= \frac{16\cdot 9\cdot 81\cdot 41}{25\cdot 185^2}$; quare problemati ita ſatisfit:

I. cath. − area $= \frac{2\cdot 16\cdot 9\cdot 25\cdot 185 - 16\cdot 9\cdot 81\cdot 41}{25\cdot 185^2} = \frac{16\cdot 9\cdot 5929}{25\cdot 185^2} = \left(\frac{4\cdot 3\cdot 77}{5\cdot 185}\right)^2$

II. cath. − area $= \frac{81\cdot 41\cdot 185 - 16\cdot 9\cdot 81\cdot 41}{25\cdot 185^2} = \frac{81\cdot 41\cdot 41}{25\cdot 185^2} = \left(\frac{9\cdot 41}{5\cdot 185}\right)^2$

Solutio ſecunda.

§. 11. Sumatur ex ſolutione praecedente caſus poſterior $p = \frac{q}{r}\sqrt{(rr - qq)}$, qui requirit hos valores:

$$\left.\begin{array}{l} r = cc + dd \\ q = 2cd \\ p = \frac{2cd(cc-dd)}{cc+dd} \end{array}\right\} \text{ ſeu } \begin{array}{ll} r = (cc+dd)^2; & x = pp \\ q = 2cd(cc+dd); & y = 2qq - rr \\ p = 2cd(cc-dd); & \sqrt{(4xx+yy)} = 2pp - rr \end{array}$$

et vt ante $z = x + \frac{y(p-q)^2}{rr}$

Quia autem eſſe debet $2qq > rr$ erit $8ccdd > (cc+dd)^2$ et $2cd\sqrt{2} > cc + dd$, ſeu $0 > cc - 2cd\sqrt{2} + dd$, quod huc redit, vt ſit $dd > (c - d\sqrt{2})^2$; ergo vel $d > c - d\sqrt{2}$ ſeu $\frac{d}{c} > \frac{1}{1+\sqrt{2}}$

vel $d > d\sqrt{2} - c$ ſeu $\frac{d}{c} < \frac{1}{\sqrt{2}-1}$

Ergo ſi $d = 1$ neceſſe eſt vt ſit vel $c < \sqrt{2} + 1$ vel $c > \sqrt{2} - 1$. At eſt $c > 1$, vnde ſemper erit $c > \sqrt{2} - 1$, et $2qq - rr$ fiet quantitas poſitiua. Erit itaque

I. cath. $= \frac{2x}{z}$; II. cath. $= \frac{y}{z}$ et III. hypot: $= \frac{\sqrt{(4xx+yy)}}{z}$.

Exemplum. 1.

§. 12. Sit $c = 2$, et $d = 1$, ac prouenient hi valores;

$r =$

$$\left.\begin{array}{l} r = 5.5 = 25 \\ q = 4.5 = 20 \\ p = 4.3 = 12 \end{array}\right\} \text{hincque} \left\{\begin{array}{l} x = 144 \\ y = 175 \\ \sqrt{(4xx + yy} = 337 \end{array}\right.$$

atque $z = 144 + \frac{175 \cdot 64}{625} = \frac{4048}{25}$

Vnde trianguli quaeſiti erit

$$\text{I. cath.} = \frac{2x}{z} = \frac{288 \cdot 25}{4048} = \frac{18 \cdot 25}{253} = \frac{450}{253}$$

$$\text{II. cath.} = \frac{y}{z} = \frac{25 \cdot 175}{4048} = \frac{4375}{4048}$$

$$\text{III. hypot.} = \frac{\sqrt{(4xx + yy)}}{z} = \frac{25 \cdot 337}{4048} = \frac{8425}{4048}$$

$$\text{Area itaque erit} = \frac{225 \cdot 4375}{253 \cdot 4048} = \frac{225 \cdot 4375}{16 \cdot 253^2}$$

Vnde problemati hoc modo ſatisfit, vt ſit:

$$\text{I. cath.} - \text{area} = \frac{225(32 \cdot 253 - 4375)}{16 \cdot 253^2} = \frac{225 \cdot 61^2}{16 \cdot 253^2} = \left(\frac{15 \cdot 61}{4 \cdot 253}\right)^2$$

$$\text{II. cath.} - \text{area} = \frac{25(175 \cdot 253 - 9 \cdot 4375)}{253 \cdot 4048} = \frac{25 \cdot 25 \cdot 7 \cdot 28}{16 \cdot 253^2} = \left(\frac{25 \cdot 14}{4 \cdot 253}\right)^2$$

Exemplum. 2.

§. 13. Sit $c = 3$ et $d = 1$, ac prodibunt hi valores:

$$\left.\begin{array}{l|l} r = 10.10 & r = 25 \\ q = 6.10 & q = 15 \\ p = 6.8 & p = 8 \end{array}\right\} \text{hincque} \left\{\begin{array}{l} x = 144 \\ y = 175 \\ \sqrt{(4xx + yy)} = 337 \end{array}\right.$$

qui valores cum ſint iidem, qui in exemplo praecedente, hinc nulla noua oritur ſolutio. Maiores autem numeros pro c et d non ſubſtituo, quod inde nimis complicati valores pro x, y et z prodeunt; praecipua enim cura in hoc debet poni, vt triangula in minimis, quantum fieri poteſt, numeris expreſſa reperiantur.

Solutio

Solutio tertia.

§. 14. Cum $4xx + yy = 4p^4 + 4q^4 - 4qqrr + r^4$ eſſe debeat quadratum, eius radicem ponamus hic $= 2pp \pm 2qq$, vt ſit $\sqrt{(4xx + yy)} = 2pp \pm 2qq$; atque prodibit haec aequatio $r^4 - 4qqrr = \pm 8ppqq$; vnde ſit $pp = \pm \frac{2rr(rr - 4qq)}{16qq}$ et vel $p = \frac{r}{4q}\sqrt{(2rr - 8qq)}$ vel $p = \frac{r}{4q}\sqrt{(8qq - 2rr)}$ Quia vero ob $y = 2qq - rr$ eſſe oportet $2qq > rr$, prior valor erit inutilis, habebimusque

$$p = \frac{r}{4q}\sqrt{(8qq - 2rr)};\ x = pp;\ y = 2qq - rr;$$
$$\text{et } \sqrt{(4xx + yy)} = 2pp - 2qq$$

atque vt ante $z = x + \frac{y(p-q)^2}{rr}$. Erit ergo

I cathetus $= \frac{2x}{z}$; II cath. $= \frac{y}{z}$; hypot. $= \frac{\sqrt{(4xx + yy)}}{z}$

Nunc ergo huc deuenimus, vt $8qq - 2rr$ reddatur quadratum: ſit eius radix $= \frac{c}{d}(2q + r)$ eritque $4q - 2r = \frac{cc}{dd}(2q + r)$ ſeu $4ddq - 2ddr = 2ccq + ccr$, hincque $q = cc + 2dd$ et $r = 4dd - 2cc$; $2q + r = 8dd$ atque $\sqrt{(8qq - 2rr)} = 8cd$, hincque $p = \frac{4cd(2dd - cc)}{2dd + cc}$ Quare in integris multiplicando per $2dd + cc$ fiet

$p = 4cd(2dd - cc)$	$x = pp$
$q = (2dd + cc)^2$	$y = 2qq - rr$
$r = 2(2dd - cc)(2dd + cc)$	$\sqrt{(4xx + yy)} = 2pp - 2qq$

$$z = x + \frac{y(p-q)^2}{rr}.$$

Exemplum. I.

§. 15. Sit $c = 1$; $d = 1$, erit:

$p =$

$p = 4$; $x = 16$

$q = 9$; $y = 126$ et $z = 16 + \frac{126 \cdot 25}{36} = \frac{207}{2} = \frac{9 \cdot 23}{2}$

$r = 6$; $\sqrt{(4xx + yy)} = 130$

I cath. $\frac{64}{207}$; II cath. $= \frac{252}{207}$; III hypot. $= \frac{260}{207}$

Area vero erit $= \frac{64 \cdot 126}{207 \cdot 207} = \frac{64 \cdot 14}{9 \cdot 23^2}$: ſicque fiet

I. cath. — area $= \frac{64}{9 \cdot 23^2}(23 - 14) = \frac{64}{23^2} = \left(\frac{8}{23}\right)^2$

II. cath. — area $= \frac{252 \cdot 23 - 64 \cdot 14}{9 \cdot 23^2} = \frac{28 \cdot 175}{9 \cdot 23^2} = \frac{4 \cdot 7^2 5^2}{9 \cdot 23^2} = \left(\frac{2 \cdot 5 \cdot 7}{9 \cdot 23}\right)^2$

Hocque exemplum ſine dubio in numeris minimis exiſtit, vti deinceps oſtendam.

Exemplum. 2.

§. 16. Quia debet eſſe $2qq > rr$, oportet vt ſit $\frac{c}{d} > 2 - \sqrt{2}$; nihilque refert, ſiue ſit $2dd > cc$ ſiue minus, quia nihil obſtat, quo minus p, q, r, eſſe queant numeri negatiui.

*S*it igitur $d = 2$; $c = 3$; erit $2dd - cc = -1$; $2dd + cc = 17$ atque

$p = -24 \cdot 1 = -24$	$x = 576$
$q = 17 \cdot 17 = 289$	$y = 2 \cdot 7 \cdot 41 \cdot 17^2$
$r = -2 \cdot 17 = -34$	$\sqrt{(4xx + yy)} = 2 \cdot 5 \cdot 53 \cdot 313$

$z = \frac{90983}{2}$

I. cath. $= \frac{2304}{90983}$; II. cath. $= \frac{28 \cdot 41 \cdot 17^2}{90983}$; III. hyp. $= \frac{4 \cdot 5 \cdot 53 \cdot 313}{90983}$

§. 17. In his omnibus exemplis notari meretur, perinde eſſe, ſiue litterarum *c* et *d* valores capiantur affirmatiui, ſiue negatiui, inde enim tantum valores *p*, vel *q*, vel *r* prodeunt negatiui; neque propterea valores *x* et

y alterantur. Verum valor ipſius z variationem ſubit ex quo pro z ſemper duplex valor aſſignari poterit, alter qui iam eſt exhibitus $z = x + \frac{y(p-q)^2}{rr}$ alter vero $z = x + \frac{y(p+q)^2}{rr}$: ſicque ob duplicem valorem ipſius z ſingula exempla allata duplicabuntur.

§. 18. Huiusmodi ſolutiones particulares plures adhuc elicere licet, dum aliae idoneae quantitates pro radice quadrata huius formae $4p^4 + 4q^4 - 4qqrr + r^4$ aſſumuntur. Veluti ſi haec radix ponatur $rr + 2qq \pm 2pp$, obtinebitur haec aequatio $-4qqrr = 4qqrr \pm 4pp(2qq + rr)$, ſeu $pp(2qq + rr) = \mp 2qqrr$; vnde patet ſignum inferius valere, eſſeque $\sqrt{(4xx + yy)} = rr + 2qq - 2pp$, exiſtente vel $p = \frac{2qr}{\sqrt{2(2qq+rr)}}$ vel $q = \frac{pr}{\sqrt{2(rr-pp)}}$ quae formulae iam facile rationales redduntur. Hic ergo ſi ponatur $r = 3$, $p = 1$, erit $q = \frac{3}{4}$, et in integris

$p = 4$	$x = 16$ qui caſus ob y negatiuum
$q = 3$	$y = -126$ non conuenit quaeſtioni
$r = 12$	$\sqrt{(4xx + yy)} = 130$

§. 19. Qoniam cardo quaeſtionis in hoc verſatur, vt haec expreſſio reddatur quadratum, $4p^4 + (2qq - rr)^2$, poteſt hoc generaliter ita effici, vt eius radix ponatur $= 2qq - rr + \frac{2m}{n}pp$, vnde fiet $pp = \frac{m}{n}(2qq - rr) + \frac{mm}{nn}pp$ ſeu $(nn - mm)pp = mn(2qq - rr)$, et $p = \sqrt{\frac{mm(2qq-rr)}{nn-mm}} = mn\sqrt{\frac{2qq-rr}{mn(nn-mm)}}$, cui conditioni ſatisfiet eiusmodi numeros pro m et n quaerendo, vt ſit $mn(nn - mm)$ numerus huius formae $2ff - gg$. Verum haec ſolutio facilius obtinetur ex ipſa praeparatione ad ſolutionem tradita, quae, ſi recte tractetur, omnes ſolutiones non ſolum in-

in ſe complectitur; ſed etiam ſolutiones in minoribus numeris omnes commode exhibet. Eam data opera euoluam.

Solutio generalis.

§. 20. Aſſumtis cathetis trianguli quaeſiti $\frac{2x}{z}$ et $\frac{y}{z}$ ponatur ſtatim, vt anguli recti ratio habeatur:
$x = ab$; $y = aa - bb$; eritque trianguli
I. cath. $= \frac{2ab}{z}$; II. cath. $= \frac{aa-bb}{z}$. hypot. $= \frac{aa+bb}{z}$.
et area huius trianguli erit $= \frac{ab(aa-bb)}{zz}$
Inuenimus autem primo (§. 4.)

$$z = \frac{2qqxx + qqxy - 2pqxy}{2qqx - ppy}$$

ſeu $z = x + \frac{xy(p-q)^2}{2qqx - ppy}$.
Vel, quia q tam negatiue quam affirmatiue accipere licet, erit

$$z = x + \frac{xy(p \pm q)^2}{2qqx - ppy}$$

exiſtente $x = ab$ et $y = aa - bb$.

§. 21. Tum vero (§. 5.) hanc quantitatum x et y indolem inuenimus, vt ſit $2qqxx - ppxy = rrxx$, vnde fit $z = x + \frac{y(p \pm q)^2}{rr} = ab + \frac{(aa-bb)(p \pm q)^2}{rr}$.
Nihil aliud ergo efficiendum reſtat, niſi vt haec aequatio $2qqxx - ppxy = rrxx$, ſeu haec:

$$xy = \frac{xx}{pp}(2qq - rr) \text{ conficiatur.}$$

Vbi cum ſit $xy = ab(aa - bb)$, eiusmodi numeros pro a et b inueſtigari oportet, vt fiat $ab(aa-bb)$ numerus huius formae $2ff - gg$, ſeu $(2ff - gg)bb$.

§. 22. Ponamus igitur pro a et b iam huiusmodi valores eſſe erutos, vt ſit

$$ab(aa-bb)=(2ff-gg)bb$$

Cum igitur ob $x=ab$ ſit:

$$(2ff-gg)bb\,\frac{aabb}{pp}(2qq-rr)$$

hinc ſtatim ſponte ſe prodit

$$\frac{abq}{p}=fb \text{ et } \frac{abr}{p}=gb.$$

ſit ergo $p=ab$ erit $q=fb$ et $r=gb$

atque $z=ab+\dfrac{(aa-bb)(ab\pm fb)^2}{ggbb}$

Eruntque trianguli rectanguli quaeſiti latera:

$$\text{I. cath.}=\frac{2ab}{z}=\frac{2abggbb}{2abggbb+(aa-bb)(ab\pm fb)^2}$$

$$\text{II. cath.}=\frac{aa-bb}{z}=\frac{(aa-bb)ggbb}{2abggbb+(aa-bb)(ab\pm fb)^2}$$

$$\text{III. hypot.}=\frac{aa+bb}{z}=\frac{(aa+bb)ggbb}{2abggbb+(aa-bb)(ab\pm fb)^2}$$

§. 23. Poſſunt etiam ex huiusmodi valoribus ipſarum a et b quibuſuis innumerabilia triangula rectangula, quae quaeſito ſatisfaciant, erui. Poſito enim $p=ab$, ſi ſit $ab(aa-bb)=(2ff-ggbb)$, erit

$$(ff-ggbb)=2q-rr$$

ſeu $2(ffbb-qq)=ggbb-rr$

Ponitur $2(fb+q)\frac{m}{n}(gb+r)$, eritque $fb-q=\frac{n}{m}(gb-r)$

et hinc reperietur:

(2ff

$$q = \frac{2mngb-(2nn+mm)fb}{2nn-mm}$$

$$r = \frac{(2nn+mm)gb-4mnfb}{2nn-mm}.$$

Vel in numeris integris erit

$$p = (2nn-mm)ab$$

$$q = 2mngb-(2nn+mm)fb$$

$$r = (2nn+mm)gb-4mnfb$$

§. 24. Inuentis ſic valoribus his p, q, et r, erit

$$z = \frac{abrr+(aa-bb)(p+q)^2}{rr}$$

atque trianguli quaeſiti latera erunt:

I. cath. $= \frac{2ab}{z}$; II. cath. $= \frac{aa-bb}{z}$ et III. hyp. $\frac{aa+bb}{z}$ vnde pro ſingulis idoneis valoribus ipſarum a et b, vt ſit $ab(aa-bb) = (2ff-gg)bb$, ob m et r numeros pro arbitrio aſſumendos, innumerabilia triangula exhiberi poterunt.

§. 25. Qoniam igitur totum negotium huc redit, vt pro a et b eiusmodi numeri aſſumantur, vt productum $ab(aa-bb$ ſiue $ab(a+b)(a-b)$ fiat numerus huius formae $(2ff-gg)bb$. Quo hoc facilius effici poſſit, indolem numerorum, qui in hac forma generali $(2ff-gg)bb$ ſeu hac $2tt-uu$ continentur, attentius conſiderari conueniet. Ac primo quidem perſpicuum eſt, in forma $2tt$

 $-uu$

$-uu$ contineri omnes numeros quadratos, quippe qui prodeunt, ſi $u=t$; tum vero etiam in hac forma continentur omnes numeri quadrati duplicati, ponendo $u=0$. Praeterea vero infiniti alii occurrunt numeri, qui vsque ad 200 ſunt ſequentes:

1, 2, 4, 7, 8, 9, 14, 16, 17, 18, 23, 25, 28, 31, 32, 34, 36, 41, 46, 47, 49, 50, 56, 62, 63, 64, 68, 71, 72, 73, 79, 81, 82, 89, 92, 94, 97, 98, 100, 103, 112, 113, 119, 121, 124, 126, 127, 128, 136, 137, 142, 144, 146, 151, 153, 158, 161, 162, 164, 167, 169, 175, 178, 184, 188, 191, 193, 194, 196, 199, 200.

§. 26. Si numeri primi conſiderentur, qui occurrunt, ii non ſolum omnes in hac forma $8m \pm 1$ continentur, ſed etiam viciſſim omnes numeri primi in hac gemina forma $8m \pm 1$ contenti ibi occurrunt, ideoque in forma $2tt-uu$ comprehenduntur. Praeterea vero horum numerorum primorum dupla adſunt, item eorum producta, tam per quosuis numeros quadratos, quam per ſe ipſos; nec non horum productorum dupla. Qua proprietate animaduerſa non difficile erit hos numeros quovsque libuerit continuare.

§. 27. Hinc porro colligitur numeros non primos in forma $2tt-uu$ contentos alios diuiſores, qui quidem inter ſe ſint primi, non admittere, niſi qui ipſi ſint numeri in eadem forma $2tt-uu$ contenti. Quare cum productum $ab(a+b)(a-b)$ eſſe debeat numerus formae $2tt$

$-uu$,

$-uu$, hique factores a, b, $a+b$, $a-b$, ſint vel primi inter ſe vel ad ſummum binarium pro communi diuiſore habeant, qui ipſi in forma $2tt-uu$ continetur, neceſſe eſt, vt hi ſinguli factores a, b, $a+b$, $a-b$ ſint numeri eiusdem formae $2tt-uu$. Quo cognito ex tabula tradita non erit difficile idoneos valores pro a et b excerpere, vt non ſolum a et b ſed etiam $a+b$ et $a-b$ in eadem tabula exiſtant.

§. 28. Quod ſi autem a, b, et $a+b$, $a-b$ ſinguli ſint numeri formae $2tt-uu$, tum quoque eorum productum $ab(a+b)(a-b)$ in eadem forma continebitur, quod generatim ita oſtendi poteſt: ſint propoſiti duo numeri huius formae, velut $2\alpha\alpha-\beta\beta$ et $2\gamma\gamma-\delta\delta$ erit eorum productum $(2\alpha\alpha-\beta\beta)(2\gamma\gamma-\delta\delta)=(2\alpha\gamma+\beta\delta)^2-2(\beta\gamma+\alpha\delta)^2=2(2\alpha\gamma+\beta\gamma+\alpha\delta+\beta\delta)^2-(2\alpha\gamma+2\beta\gamma+2\alpha\delta+\beta\delta)^2$. Eſt enim generaliter

$$xx-2yy=2(x+y)^2-(x+2y)^2$$

ita vt hae duae formae $2tt-uu$ et $tt-2uu$ inter ſe congruant. Cum igitur productum ex duobus numeris formae $2tt-uu$ facile ad eandem formam reuocetur, etiam ſi quotcunque numeri huius formae in ſe inuicem multiplicentur, eorum productum in eadem forma comprehendi reperietur

§. 29. Tribuatur ergo primo ipſi b valor quidam ex tabula numerorum allata (§. 25), et in eadem tabula facile diſpicietur, vtrum inſint tres numeri $a-b$, a, $a+b$, qui differant illo numero b. Verum hanc tabulam inſpicienti mox patet pro b vel numeros impares, vel per 8 diuiſi-

diuiſibiles tantum aſſumi poſſe, ſiquidem *a* et *b* numeri debent eſſe inter ſe primi. Huiusmodi igitur valoribus pro *b* ſubſtitutis, pro *a* ſequentes prodibunt valores

b	valores ipſius *a*
1	8, 17, 63, 72; 127,
7	9; 16, 25, 144,
8	9, 17, 71, 81, 89, 161,
9	16, 23, 25, 32, 41, 73, 103, 112, 128, 137, 184,
16	25, 47, 63, 97, 137, 153,
17	64, 81, 144, 161,
23	41. 121, 144,
25	56, 72, 119, 128, 137, 144, 153, 169,
31	32, 63, 72, 81, 113, 144,
32	41; 49, 81, 121,
41	72, 103, 112, 153,
47	56, 72, 79, 81, 97, 128, 144,
49	72, 113, 146,
56	81, 97, 137,
63	64, 79, 136,
71	73,
72	79, 89, 97, 103, 119, 121
73	89
79	—
81	97, 112, 113

Ex-

Exemplum. 1.

§. 30. Quo vſus huius tabulae ad ſolutionem problematis clarius appareat, ſit $b = 1$; $a = 8$, eritque: $ab = 8$; $aa - bb = 63$; $ab(aa - bb) = 8 . 9 . 7 = 4 . 9 . 14$ Fiet ergo $4 . 9 . 14 = bb(2ff - gg)$, ideoque $b = 6$ et $2ff - gg = 14$, vnde colligitur $f = 3$; $g = 2$, et ex §. 23 obtinebimus.

$$p = 8(2nn - mm); q = 24mn - 18(2nn + mm); r = 12(2nn + mm) - 72mn$$

qui ſublato communi diuiſore 2, erit

$$p = 8nn - 4mm$$

$$q = 12mn - 18nn - 9mm; \quad r = 12nn + 6mm - 36mn$$

$$p + q = 12mn - 10nn - 13mm$$

$$-p + q = 12mn - 26nn - 5mm$$

$$\text{et } z = 8 + \frac{63(p \pm q)^2}{rr}$$

Hinc ergo innumerabiles prodeunt valores ipſius z, ex quorum quouis conficitur triangulum rectangulum.

I. cath. $= \frac{16}{z}$; II. cath. $= \frac{63}{z}$; III. hypot. $= \frac{65}{z}$

Caſusque omnium ſimpliciſſimus oritur ponendo $n = 0$ et $m = 1$, vnde fit $r = 6$, $p \pm q = \frac{5}{13}$, et $z = 8 + \frac{7}{4} . \frac{25}{169}$ ergo vel $z = \frac{207}{4}$ vel $z = \frac{1215}{4}$, quorum valorum prior eſt pro caſu ſimpliciſſimo iam §. 15. expoſito.

Exemplum. 2.

§. 31. Cum pro quibusque valoribus litterarum a et b infiniti exhiberi poſſint valores idonei ipſius z, quorum inuentio nulla difficultate laborat per ea, quae §. §. 23 & 24 ſunt tradita, hic tantum valorem §. 22 datum, $z =$

$ab + \frac{(aa-bb)(ab \pm fb)^2}{gg\,bb}$ adhibere ſufficiet, ob $ab(aa-bb) = (2ff-gg)bb$; vnde erunt trianguli catheti, I $= \frac{2ab}{z}$; II $= \frac{aa-bb}{z}$ et hypoth. $= \frac{aa+bb}{z}$. Sit igitur $b=7$ et $a=9$ erit $ab=63$; $aa-bb=32$, et $ab(aa-bb)$, $=63.32 = 16.9.14 = (2ff-gg)bb$, vnde fiet $b=12$; $f=3$ et $g=2$; ergo $z = 63 + \frac{32(63 \pm 36)^2}{24.24}$ ſeu $z = 63 + \frac{9(27 \pm 4)^2}{2}$; ideoque vel $z = \frac{207}{2}$ vel $z = \frac{1215}{2}$ conſequenter triangulum quaeſitum erit vt ante:

I cath. $= \frac{126}{207}$; II cath. $= \frac{64}{207}$ III hypot. $= \frac{260}{207}$.

Exemplum. 3.

§. 32. Quo vſus tabulae §. 29. exhibitae clarius perſpiciatur, ſumamus pro a et b maiores numeros, ſitque $b=41$ et $a=112$, vt ſit $ab = 7.16.41$; $aa-bb = 71.9.17$ erit $ab(aa-bb) = 16.9.7.17.41.71 = (2ff-gg)bb$, et $b=12$ atque $7.17.41.71 = 2ff-gg$. At eſt $7 = 3^2 - 2.1^2$; $17 = 2.3^2 - 1^2$; $41 = 7^2 - 2.2^2$; $71 = 2.6^2 - 1^2$, vnde fit $7.41 = (21 \pm 2.2)^2 - 2(6 \pm 7)^2 = 17^2 - 2.1^2 = 2.16^2 - 15^2$; $17.71 = (2.18 \pm 1)^2 - 2(6 \pm 3)^2 = 35^2 - 2.3^2 = 2.32^2 - 29^2$ Atque $7.17.41.71 = (17.35 - 2.3)^2 - 2(51 - 35)^2 = 589^2 - 2.16^2$; ergo $7.17.41.71 = 2.573^2 - 557^2$. Haec autem reductio ad formam $2tt-uu$ infinitis aliis modis fieri poteſt, quorum ſimpliciſſimus eſt hic:

$7.17.41.71 = 2.417^2 - 37^2$ vt ſit $f=417$ et $g=37$.

Ergo

Ergo ob $b = 12$ erit $fb = 12\cdot3\cdot139$ et $gb = 12\cdot37$.
ideoque $z = 16\cdot7\cdot41 + \frac{9\cdot17\cdot71(16\cdot7\cdot41 \pm 4\cdot9\cdot139)^2}{16\cdot9\cdot37\cdot37}$
ſeu $z = 16\cdot7\cdot41 + \frac{17\cdot71(4\cdot7\cdot41 - 9\cdot139)^2}{37\cdot37}$
vel $z = 16\cdot7\cdot41 + \frac{17\cdot71\cdot103\cdot103}{37\cdot37} = \frac{19091511}{1369}$
Ex quo obtinebitur triangulum rectangulum:

I. cath. $= \frac{9184\cdot1369}{19091511}$

II. cath. $= \frac{10863\cdot1369}{19091511}$

III. hyp. $= \frac{14225\cdot1369}{19091511}$

DE NVMERIS PERFECTIS.

AVCTORE
C. N. de Winsheim.

§. 1.

Qui numeros perfectos vel ipſi inuenire, aut ab aliis iam inuentos examini ſubiicere geſtiunt, ii ante omnia probe perſpecta habere debent, quid per *numeros primos*, *perfectos*, *abundantes* aut *diminutos* intelligant mathematici, modumque ab iis praeſcriptum, mediante quo numeri determinandi ſunt perfecti, ſcire tenentur.

§. 2. *Numerus primus* per 11. def. VII. eſt, quem ſola vnitas metitur, contra diſtinguitur compoſito, quem praeter vnitatem alius numerus metitur.

Exinde ſequitur, ſi numerus quidam impar, ſpeciem primi mentiatur aut pro tali habitus ſit ab aliis, ſtatim ceſſare eſſe primum, ſimulac demoſtrari poteſt illum per alium quemcumque numerum imparem, eſſe diuiſibilem.

§. 3. Numerus *perfectus* per 22. def. VII. eſt qui ſuis ipſius partibus eſt aequalis.

Scilicet, illi numeri, quorum diuiſores partes ſcilicet aliquotae, omnes (haud neglecta vnitate, quae et hic in computum venit) ſibi inuicem additi, eos exacte reſtituunt, perfecti appellantur, quales ſunt v. c. 6. et 28. quippe quorum partes aliquotae huius 1 et illius 1 eos

	2	2
	4	3
		6
	7	
	14	
iterum producunt	28	

§. 4.

§. 4. *Numerus*, qui ſuis ipſius partibus minor eſt, ſicuti 12, cuius partes ſeu diuiſores

1
2
3
4
6
——
16

ſibi additi maiorem numerum producunt, *abundans* appellatur, quoniam abundat diuiſoribus et eorum plures habet, quam ad eum reſtituendum requiruntur.

Diminutus autem, qui maior eſt ſuis partibus aliquotis in vnam ſummam collectis, qualis eſt numerus 15. cuius diuiſores ſeu partes ipſum metientes, quales ſunt

1
3
5
——
9

ipſum reſtituere non valent.

§. 5. Exinde ſequitur, tametſi numeri cuiusdam diviſores per binarium producti, et haud neglecta vnitate in vnam ſummam collecti, illum exacte reſtituant, eum tamen tamdiu pro perfecto haberi non poſſe, donec probetur, illum non alios, praeter adductos, agnoſcere diuiſores.

Sit e. g. datus numerus 120. ſi diuidatur per poteſtates binarii

1	120
2	60
4	30
8	15

omnes hi diuiſores

$60 + 30 + 15 + 8 + 4 + 2 + 1$ eum exacte re-

ſtituere videntur et ſic ſpeciem perfecti producere, aſt quoniam inſuper alios admittit diuiſores 3 + 5 + 6 + 10 + 12 + 20 + 24 + 40 qui ipſum pariter reſtituunt, ergo non perfectis ſed abundantibus accenſendus erit.

Scilicet numerus ſemper erit abundans, quando numerus impar, productor numeri perfecti, non eſt primus ſed compoſitus, tunc enim *ad minimum* praeter partes aliquotas e progreſſione dyadica oriundas, tot adhuc alteras admittit partes, quot indicantur per duplum potentiae binarii, ad quam numerus hic compoſitus eſt eleuatus. Sic in praecedenti exemplo $2^4 - 1$. Seu $1 + 2 + 4 + 8 = 15$. quoniam binarius hic ad quartam potentiam eleuatus erat, ideo adhuc bis quatuor admittit partes aliquotas ſc.

3	40
6	20
12	10
24	5

dixi *ad minimum*, quoniam dantur caſus in quibus etiam hae partes aliquotae abundant, prouti videre eſt in numero $2016 = (2^6 - 1) 2^5$ ſeu 63 . 32 ſcilicet quoniam $63 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32$ non eſt primus, ſed diuiſibilis per 7 et 9 hinc habet nonſolum ſequentes e potentiis binarii productas partes

1	2016	ſed et bis ſex ſequentes:	7	228	nec non alios bis ſex	3	672
2	1008		14	144		6	336
4	504		28	72		12	168
8	252		56	36		24	84
16	125		112	18		48	42
32	63		224	9		96	21

§. 6.

§. 6. Tales vt euitentur ſcopuli, ſollicite attendendum eſt ad methodum numeros inueniendi perfectos qualis extat (36. prop. IX.)

1. A 2. B 4. C 8. D 16.
E 31. G 62. H 124. L 248. F 496.

„ Si ab vnitate quotcunque numeri A, B, C, D,
„ deinceps exponantur in dupla proportione quoad
„ totus compoſitus E, fiat primus et totus hic E,
„ in vltimum D, multiplicatus, faciat aliquem F,
„ factus F, erit perfectus.

§. 7. His docet Euclides: non omnes numeros impares, per additionem terminorum poteſtatis binarii, adiecta vnitate, conflatos, quales ſunt

3. 1 + 2
7. 1 + 2 + 4
* 15. 1 + 2 + 4 + 8
31. 1 + 2 + 4 + 8 + 16
* 63. 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32
127. 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64
* 255. 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128
* 511. 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256
* 1023. 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512
* 2047. 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512 + 1024

pro numeris primis habendos, ſed potius per diuiſionem per omnes numeros primos, minores numero propoſito, examinandos eſſe, antequam conſtet, primine ſint an compoſiti. Suppeditarunt hunc in finem catalogos numerorum

rarum primorum Ozanamus, (*) Poetius, (** Harris; (***) et Krugerus (****). His mediantibus ſi ſequens ſeries poteſtatum binarii, quam hic certas ob cauſas ad octogeſimam dignitatem eleuatam ſubiicimus

1		
2	—	1
4	—	2
8	—	3
16	—	4
32	—	5
64	—	6
128	—	7
256	—	8
512	—	9
1024	—	10
2048	—	11
4096	—	12
8192	—	13
16384	—	14
32768	—	15
65536	—	16
131072	—	17

131072

(*) Recr. Math. T. I. p. 47. ad 10000.

(**) In Anat. numerorum adiecta introductione ad Arithmeticam, germanico idiomate impreſſam 8º 1728. ad 10000. Conf. Lex. Math. T. II.

(***) Vniuerſal Engliſch Dictionary, voce Incompoſits 1704. fol. ad 100000. in quo tamen 30. ſphalmata emendauit Walliſius, prouti videre eſt T. II. operum, p. 511. Tr. de combinationibus, alternationibus et partibus aliquotis.

(****) In cogitatis de Algeb a prod. 1746. 8º ad 101000.

131072	—	17
262144	—	18
524288	—	19
1048576	—	20
2097152	—	21
4194304	—	22
8388608	—	23
16777216	—	24
33554432	—	25
67108864	—	26
134217728	—	27
268435456	—	28
536870912	—	29
1073741824	—	30
2147483648	—	31
4294967296	—	32
8589934592	—	33
17179869184	—	34
34359738368	—	35
68719476736	—	36
137438953472	—	37
274877906944	—	38
549755813888	—	39
1099511627776	—	40
2199023255552	—	41
4398046511104	—	42
8796093022208	—	43
17592186044416	—	44
35184372088832	—	45
70368744177664	—	46
140737488355328	—	47

140737488355328	—	47
281474976710656	—	48
562949953421312	—	49
1125899906842624	—	50
2251799813685248	—	51
4503599627370496	—	52
9007199254740992	—	53
18014398509481984	—	54
36028797018963968	—	55
72057594037927936	—	56
144115188075855872	—	57
288230376151711744	—	58
576460752303423488	—	59
1152921504606846976	—	60
2305843009213693952	—	61
4611686018427387904	—	62
9223372036854775808	—	63
18446744073709551616	—	64
36893488147419103232	—	65
73786976294838206464	—	66
147573952589676412928	—	67
295147905179352825856	—	68
590295810358705651712	—	69
1180591620717411303424	—	70
2361183241434822606848	—	71
4722366482869645213696	—	72
9444732965739290427392	—	73
18889465931478580854784	—	74
37778931862957161709568	—	75
75557863725914323419136	—	76

75557863725914323419136	— 76
151115727451828646838272	— 77
302231454903657293676544	— 78
604462909807314587353088	— 79
1208925819614629174706176	— 80

Si inquam haec ſeries mediante diuiſione per numeros primos vsque ad quadrageſimam et octauam poteſtatem examinetur, prouti in ſubſequenti tabula factum

2	3 Primus
4	7 Primus
8	15 div. per 5.
16	31 Primus
32	63 div. per 7.
64	127 Primus
128	255 div. per 5.
256	511 div. per 7.
512	1023 div. per 3.
1024	2047 div. per 23.
2048	4095 div. per 5.
4096	8191 Primus
8192	16383 div. per 3.
16384	32767 div. per 7.
32768	65535 div. per 5.
65536	131071 Primus
131072	262143 div. per 3.
262144	524287 Primus

524288	1048575	div. per 5.
1048576	2097151	div. per 7.
2097152	4194303	div. per 3.
4194304	8388607	div. per 47.
8388608	16777215	div. per 3.
16777216	33554431	div. per 31.
33554432	67108863	div. per 3.
67108864	134217727	div. per 7.
134217728	268435455	div. per 5.
268435456	536870911	div. per 233.
536870912	1073741823	div. per 3.
1073741824	2147483647	Primus
2147483648	4294967295	div. per 5.
4294967296	8589934591	div. per 7.
8589934592	17179869183	div. per 3.
17179869184	34359738367	div. per 127.
34359738368	68719476735	div. per 5.
68719476736	137438953471	div. per 223.
137438953472	274877906943	div. per 3.
274877906944	549755813887	div. per 7.
549755813888	1099511627775	div. per 5.
1099511627776	2199023255551	Prim. dub.
2199023255552	4398046511103	div. per 3.
4398046511104	8796093022207	div. per 431.
8796093022208	17592186044415	div. per 5.
17592186044416	35184372088831	div. per 7.
35184372088832	70368744177663	div. per 3.
70368744177664	140737488355327	div. per 2351.
140737488355328	281474976710655	div. per 5.

Pate-

Patebit ex additione (ab Euclide praeſcripta;) vnitatis ab ordine ſe excipientes poteſtates binarii non niſi nouem ſequentes promanaſſe numeros primos, reliquos 39. autem omnes numeros eſſe compoſitos, praedictos quoque primos eſſe totidem perfectorum productores:

a.	b.	c.	d.	e.	f.	g.
3.	7.	31.	127.	8191.	131071.	524287.

h.	i.
2147483647.	2199023255551.

Scilicet, ſi in antecedentem poteſtatem binarii methodo Euclidea ducantur, dabunt ſequentes nouem numeros perfectos,

a. $(2^2-1)2$ — — — — — — 6. N°.I.
b. $(2^3-1)2^2$ — — — — — — 28. N°.II.
c. $(2^5-1)2^4$ — — — — — — 496. N°.III.
d. $(2^7-1)2^6$ — — — — — 8128. N°.IV.
e. $(2^{13}-1)2^{12}$ — — — — 33550336. N°.V.
f. $(2^{17}-1)2^{16}$ — — — — 8589869056. N°.VI.
g. $(2^{19}-1)2^{18}$ — — — 137438691328. N°.VII.
h. $(2^{31}-1)2^{30}$ — — 2305843008139952128. N°.VIII.
i. $(2^{41}-1)2^{40}$ — 2417851639228158837784576 N° IX.

qui pro talibus cum Cel. Eulero Tom. vi. et Cl. Krafftio Tom. vii. Commentt. Petrop. haberi poſſunt, donec probetur contrarium. (*)

K 3 §. 8.

(*) Suſpicio enim adeſſe videtur, vtrum numerus nonus, perfecti locum tueri poſſit, quoniam ab acutiſſimo Merſenno excluſus reperitur, qui eius in locum poteſtatem binarii $(2^{67}-1)2^{66}$ ſiue numerum decimum nonum perfectum Hanſchii:

§. 8. Hos autem numeros ſuis partibus aliquotis aequa-

147573952589670412927. ſubſtituit: digna certe mihi viſa ſunt verba viri perſpicaciſſimi, vt hic integra exhibeantur.

„Vbi fuerit operae pretium aduertere XXVIII. numeros a Pe„tro Bungo pro perfectis exhibitos capite XXVIII. libri de Nume„ris, non eſſe omnes perfectos, quippe 20. ſunt imperfecti, adeo „vt ſolos octo perfectos habeat, videlicet 6. 28. 496. 8128. „33550336. 8589869056. 137438691328. et „2305843008139952128. qui ſunt e regione tabulae Bungi 1. 2. „3 4. 8. 10. 12. et 29. quique ſoli perfecti ſunt, vt qui Bun„gum habuerint, errori medicinam faciant.

„Porro numeri perfecti adeo rari ſunt, vt vndecim duntaxat „potuerint hactenus inueniri: hoc eſt, alii tres a Bungianis differen„tes: neque enim vllus eſt alius perfectus ab illis octo, niſi ſupe„res exponentem numerum 62 progreſſionis duplae ab 1. incipien„tis. Nonus enim perfectus eſt poteſtas exponentis 68. minus 1. „Decimus, poteſtas exponentis 128. minus 1. Vndecimus denique „poteſtas 258. minus 1. hoc eſt poteſtas 257. vnitate decurtata „multiplicata per poteſtatem 256.

„Qui vndecim alios repererit, nouerit ſe analyſim omnem, „quae fuerit hactenus ſuperaſſe: meminerit que interea nullum eſſe „perfectum a 17000. poteſtate ad 32000. et nullum poteſtatum „interuallum tantum aſſignari poſſe, quin detur illud absque per„fectis Verbi gratia, ſi fuerit exponens 1050000. nullus erit nu„merus progreſſionis duplae vsque ad 2090000. qui perfectis nu„meris ſeruiat, hoc eſt qui minor vnitate, primus exiſtat.

„Vnde clarum eſt quam rari ſint perfecti numeri, et quam „merito viris perfectis comparentur, eſſeque vnam ex maximis to„tius matheſeos difficultatibus, praeſcriptam numerorum perfectorum „multitudinem exhibere; quemadmodum et agnoſcere num dati nu„meri 15. aut 20. caracteribus conſtantes, ſint primi nec ne, cum „ne quidem ſaeculum integrum huic examini, quocunque modo „hactenus cognito, ſufficiat„ Vid. Merſenni Cogit. Phyſ. Math. Praef. gen. §. XIX

Fundamentum huius aſſerti, dubio procul in ſtupendo Merſenni ingenio quaerendum, quod forſan plures agnouit veritates quam demonſtrare potuit, id enim quodammodo innuere videntur ver-

aequales eſſe, ſequens docebit abacus

A

---

ba praefationis particularis libro de Gallicis, Romanis, Hebraicis aliorumque menſuris praemiſſae, quae ſequuntur:

,,Decimum quartum referet ſtupendum in numeris ingenium
,,tam in inueniendis numeris, quae praeſcriptum partium aliquota-
,,rum numerum habeant, iiſque, ſi cupias, minimis, vel infinitis,
,,quam in numeris perfectis dignoſcendis, et in numeris problemati-
,,bus, in quibus analyſis hactenus agnita caecutit: nec vllum in
,,orbe credidero qui tanta facilitate definiat num numerus aliquis li-
,,cet 12. 15. 20. litteris ſeu characteribus conſtans, ſit primus
,,nec ne. Liber mihi ſcribendus fuerit, ſi quae proprio marte
,,abſque analyſi reperit, enumerem. Sufficiat exemplum partium
,,aliquotarum, velitque ſcire quiſpiam quis numerus omnium mini-
,,mus 59. partes aliquotas exhibeat; huic numero 59. adde 1.
,,vt habeas 60. compoſitum ex his numeris 2. 2. 3. 5; ſeſe mul-
,,tiplicantibus, ex quorum vnoquoque ablata vnitate, ſuperſunt 1.
,,1. 2. 4. quibus analogae ſunt poteſtates 9, 16. 7. 5. quae ſe
,,inuicem multiplicantes generant numerum quaeſitum 5040, quem
,,Plato tantopere laudauit, 5. de legibus.

,,Ne vero quis de hac methodo dubitet, illas 59. partes
,,aliquotas ſubiicio, quae ſimul additae ſummam 29344. conficiunt,
,,cum eis numerus 5040. additur, quo dempto ſuperſunt 24304.

Quinquaginta nouem partes aliquotae numeri
Platonici 5040.

1	3	9	5	15	45	7	21	63	35	105	315
2	6	18	10	30	90	14	42	126	70	210	630
4	12	36	20	60	180	28	84	252	140	420	1260
8	24	72	40	120	360	56	168	504	280	840	2520
16	48	144	80	240	720	112	336	1008	560	1680	5040

,,Nec difficilius ſi quaeras numerum, habentem numerum par-
,,tium aliquotarum vtcumque magnum, verbi gratia ſi mille partes
,,volueris, hic enim numerus 3779136000000, illas exhibebit:

A	B	C
1	1	1
2	2	2
3	4	4
6	7	8
	14	16
	28	31
		62
		124
		248
		496

D

„quanquam nullus numerus poſſit habere centum aliquotas, qui ſe-„quente minor ſit, 1267650600228229401496703205376. ſi vero „poteſtas vndecima cubicubi numeri iſtius multiplicetur per quadra-„to quadratum numeri 847288609443, exurget numerus omnium „minimus qui millionem partium aliquotarum habeat. „

D	E	F
1	1	1
2	2	2
4	4	4
8	8	8
16	16	16
32	32	32
64	64	64
127	128	128
254	256	256
508	512	512
1016	1024	1024
2032	2048	2048
4064	4096	4096
8128	8191	8192
	16382	16384
	32764	32768
	65528	65536
	131056	131071
	262112	262142
	524224	524284
	1048448	1048568
	2096896	2097136
	4193792	4194272
	8387584	8388544
	16775168	16777088
	33550336	33554176
		67108352
		134216704
		268433408
		536866816
		1073733632
		2147467264
		4294934528
		8589869056

G

1
2
4
8
16
32
64
128
256
512
1024
2048
4096
8192
16384
32768
65536
131072
262144
524287
1048574
2097148
4194296
8388592
16777184
33554368
67108736
134217472
268434944
536869888
1073739776
2147479552
4294959104
8589918208
17179836416
34359672832
68719345664

137438691328

H

H

1 —	2305843008139952128
2 —	1152921504069976064
4 —	576460752034988032
8 —	288230376017494016
16 —	144115188008747008
32 —	72057594004373504
64 —	36028797002186752
128 —	18014398501093376
256 — —	9007199250546688
512 — —	4503599625273344
1024 — —	2251799812636672
2048 — —	1125899906318336
4096 — —	562949953159168
8192 — —	281474976579584
16384 — —	140737488289792
32768 — —	70368744144896
65536 — —	35184372072448
131072 — —	17592186036224
262144 — —	8796093018112
524288 — —	4398046509056
1048576 — —	2199023254528
2097152 — —	1099511627264
4194304 — —	549755813632
8388608 — —	274877906816
16777216 — —	137438953408
33554432 — — —	68719476704
67108864 — — —	34359738352
134217728 — — —	17179869176
268435456 — — —	8589934588
536870912 — — —	4294967294
1073741824 — — —	2147483647

2305772639395807232
70366596661249
2147483647

2305843008139952128

I

1	—	2417851639228158837784576
2	—	1208925819614079418892288
4	—	604462909807039709446144
8	—	302231145490 519854723072
16	—	151115727451759927361536
32	—	755578637-5879963680768
64	—	37778931862939981840384
128	—	18889465931469990920192
256	— —	9444732965734993460096
512	— —	4722366482867497730048
1024	— —	2361183241433748865024
2048	— —	1180591620716874432512
4096	— — —	590295810358437216256
8192	— — —	295147905179218608128
16384	— — —	147573952589609304064
32768	— — —	7378 976294804652032
65536	— — —	36893488147402326016
131027	— — —	18446744073701163008
262144	— — —	9223372036850581504
524288	— — —	4611686018425290752
1048576	— — —	2305843009212645376
2097152	— — —	115291504606322688
4194304	— — —	576460752303161344
8388608	— — —	288230376151180672
16777216	— — —	144115188075790336
33554432	— — — —	72057594037895168
67108864	— — — —	36028797018947584
134217728	— — — —	18014398509 73792
268435456	— — — —	9007199254736896
536870912	— — — —	4503599627368448
1073741824	— — — —	2251799813684224
2147483648	— — — —	1125899906842112
4294967296	— — — — —	562949953421056
8589934592	— — — — —	281474976710528
17179869184	— — — — —	140737488355264
34359738368	— — — — — —	70368744177632
68719476736	— — — — — —	35184372088816
137438953472	— — — — — —	17592186044408
274877906944	— — — — — —	8796093022204
549755813888	— — — — — —	4398046511102
1099511627776	— — — — — —	2199023255551

2342293775502278874103808
73196680484446214815744
2358877398424536219648
2303591209398961152
2249600790428673
2199023455551

2417851639228158837784576

§. 9. His praemiſſis haud difficile erit pronuntiare, quid ſtatuendum ſit de Michaëlis Gottlieb Hanſchii S. Caes. et Cath. Maj. Conſiliarii, Theoria Arithmetices nouis a ſe inuentis aucta, quam in epiſtola quadam ante nouem annos, ſcil. Calend. Sept. 1739. Vindobonae ad Mathematicos data expoſuit, quae non niſi Ao. 1748. menſe ſeptembri nobiscum communicata eſt.

§. 10. Continet autem praedicta epiſtola triadem προβλημάτων περὶ των τελειων αριθμων, quam ſpeciminis loco examini intelligentium ſubmittit vir Cel. vt exinde conſtet quale iudicium de iis ferendum ſit, quae Cl. Autore circa geneſin, analyſin, partes atque ſummam numerorum integrorum rationalium tentauerit et quae noua ſua Arithmeticae theoria vberius declarabit, quae veram continebit methodum detegendi numerorum myſteria.

Sunt autem problemata ſequentia:

1um Inuenire numeros primos perfectorum productores ex data eorum a numerorum primorum in ordine primo diſtantia.

2dum Inuenire numeros perfectos in infinitum ex data eorum a perfecto primo diſtantia.

3um Inuenire ſeriem numerorum parium, quae continent terminos, qui, per terminum ſeriei primum diuiſi, dent numeros perfectos omnes, excepto perfecto primo.

His tribus problematibus tabulas tres adiecit ſequentes:

1ma Numeros primos 20. perfectorum productores exhibet p. 8.

2da Numeros perfectos ipſos a numeris primis antecedentibus productos ſiſtit. Quibus p. 10. Numerorum perfectorum antecedentium notas, partes aliquotas et differen-

tiam vtriusque, it. p. 11. Numeri perfecti in ordine duodecimi examen ſeu partes aliquotas per poteſtates binarii productas ſubiunxit.

3^{tia} Demum tabula p. 12. ſeriem exhibet numerorum parium, continentem terminos, qui per primum diuiſi, dant perfectos omnes, excepto perfecto primo. Cui p. 13. ſeriei praecedentis examen adiecit, haecque tabula omnes numeros (praetermiſſis excluſis, qui Aſterisco ab auctore notati inueniuntur, a nobis notis numericis Romanis indigitatis) indicat, qui per quaternarium diuiſi numerum ſiſtunt perfectum.

Tandem numerum 22. perfectum tanquam duplum perfectorum a Merſenno pro talibus non habitorum addit, quoniam praedictus Merſennus (*) aſſeuerat, eum qui vndecim alios perfectos reperit, nouerit ſe analyſin omnem, quae fuerit hactenus ſuperaſſe.

Et vt euincat hunc numerum a ſe examinatum fuiſſe, addit eum non ſolum eſſe notarum 48. ſed etiam partium 157.

Et ſic demonſtraſſe ſe credit ab 1. ad ſeptilliones numeros dari ſaltem 22. perfectos.

§. 11. Nobis animus eſt ante omnia in naturam harum tabularum inquirere, et deinde quid de ſolutione problematum ſtatui poſſit, ſubiicere.

Prima ergo tabula methodo Euclidea examinata, ex poteſtatibus conſtat binarii ad numeros primos eleuatis, prouti ex ſequenti videre eſt abaco.

$(2^2-1)2$

(*) Vid ſupra §. 7. in notis.

-1)2	4 - 1.	2
-1)2^2	8 - 1.	4
-1)2^4	32 - 1.	16
-1)2^6	128 - 1.	64
-1)2^{10}	2048 - 1.	1024
-1)2^{12}	8192 - 1.	4096
-1)2^{16}	131072 - 1.	65536
-1)2^{18}	524288 - 1.	262144
-1)2^{22}	8388608 + 1.	4194304
-1)2^{28}	536870912 - 1.	268435456
-1)2^{30}	2147483648 - 1.	1073741824
-1)2^{36}	137438953472 - 1.	68719476736
-1)2^{40}	2199023255552 - 1.	1099511627776
-1)2^{42}	8796093022208 - 1.	4398046511104
-1)2^{46}	140737488355328 - 1.	70368744177664
-1)2^{52}	9007199254740992 - 1.	4503599627370496
-1)2^{58}	576460752303423488 - 1.	288230376151711744
-1)2^{60}	2305843009213693952 - 1.	1152921504606846976
-1)2^{66}	147573952589676412928 - 1.	73786976294838206464
-1)2^{70}	2361183241434822606848 - 1.	1180591620717411303424
-1)2^{72}	9444732965739290424792 - 1.	4722366482869645213696
-1)2^{78}	604462909807314587353088 - 1.	302231454903657293676544

§. 12. Scilicet Cel. Autor ſibi perſuaſit poteſtatem binarii, ad numerum primum eleuatam, demta vnitate, neceſſario numerum producere primum, hinc illum ſub examen §. 7. indicatum vocare minus duxit neceſſarium, de qua re Cel. Eulerus Tom. VI. Comment. Petrop. p. 105. ſic pronuntiat „ Si n ſit numerus primus, videri „poſſet etiam $2^n - 1$ ſemper talem exhibere: hoc tamen „aſſe-

„aſſeuerare nemo eſt auſus, quantum ſcio, cum tam faci-
„le potuiſſet refelli. Namque $2^{11}-1$. i. e. 2047. diui-
„ſores habet 23. et 89. et $2^{23}-1$ diuidi poteſt per 47.

Inſtituo ergo actu examine a viro Cel. in praedicto Tom. VI. Comm. nec non a Cl. Krafftio Tom VII. excluſi inueniuntur N° 5. N° 9. N° 10. N° 12. N° 14. N° 15. quoniam diuiſibiles ſunt per ſequentes numeros alios primos.

N° 5. 23. 2047 | 89
184
207
207
000

N° 9. 47. 8388607 | 178481
47
368
329
398
376
226
188
380
376
47
47
00

N° 10.

N° 10. 233. 536870911 | 2304167
466

708
699

970
932

389
233

1561
1398

1631
1631

0000

```
N° 12. 223. 137438953471. | 616318177....
            1338
            ----
             363
             223
             ----
             1408
             1338
             ----
               709
               669
               ----
                405
                223
                ----
                1823
                1784
                ----
                  394
                  223
                  ----
                  1717
                  1561
                  ----
                   1561
                   1561
                   ----
                   0000
```

N° 14. 431. 8796093022207 ÷ 20408568497.

```
862
----
 1760
 1724
 ----
   3693
   3448
   ----
    2450
    2155
    ----
     2952
     2586
     ----
      3662
      3448
      ----
       2142
       1724
       ----
        4180
        3879
        ----
         3017
         3017
         ----
         0000
```

Nº 15. 2351. 140737488355327 + 59862819377

11755

23187
21159

20284
18808

14768
14106

6028
4702

19263
18808

4555
2351

22045
21159

8863
7053

18102
16457

16457
16457

00000

§. 13.

§. 13. Ad ſecundam tabulam quod attinet, ea ſe amplius tueri non valet, quoniam priori ſuperſtructa eſt, et neceſſario corruere debet fundamento ſublato, ſcilicet ob numeros ante citatos Nº 5. 9. 10. 12. 14. 15. non primos ſed compoſitos, iidem numeri non amplius erunt perfecti, ſed potius abundantes. Ex numero ergo 20. perfectorum actu 6. excluduntur, reliqui autem ſunt perfecti, aut ad minimum dubii, ſi quidem admodum eſt difficile, nec vnius hominis vita ſuppetet ad demonſtrandum illos aut perfectis, aut abundantibus accenſendos eſſe.

§. 14. Numerorum perfectorum notas et partes aliquotas quod concernit, quae p. 10 recenſentur, illae amplius valere non poſſunt, quoniam ſupra §. 5. demonſtravimus in numeris abundantibus, quales hic ſunt Nº 5. 9. 10. 12. 14. 15 numerum partium aliquotarum ad minimum totidem aliis augendum eſſe. Illa autem auctori inſeruiit, vt in limine huius epiſtolae aſſereret contra Merſennum (nil tale cogitantem ſed de numeris primis loquentem) „ numerum perfectum 20. notarum eſſe impoſſibilem, quoniam „e ſua ſerie aut 19. aut 22. notis conſtare debebat.

§. 15. Hoc vt probemus nobis ſufficiat circa examen numeri perfecti in ordine duodecimi p. 11. 74. alias partes aliquotas addere, quae euincunt numerum hunc duodecimum, quem ſe primum inueniſſe, aut ad minimum demonſtraſſe eum eſſe perfectum, Cel. Auctor ſibi perſuadere videtur, adiiciendo circa finem pag. huius 11. hoc Epiphonema: *En numerum primum perfecti duodecimi productorem!* nil minus eſſe quam perfectum, ſed potius abundantem.

 4135306.

42353062626325430272	223
21176531313162715136	446
10588265656581357568	892
5294132828290678784	1784
2647066414145339392	3568
1323533207072669696	7136
661766603536334848	14272
330883301768167424	28544
165441650884083712	57088
82720825442041856	114176
41360412721020928	228352
20680206360510464	456704
10340103180255232	913408
5170051590127616	1826816
2585025795063808	3653632
1292512897531904	7307264
646256448765952	14614528
323128224382976	29229056
161564112181488	58458112
80782056095744	116916224
40391028047872	233832448
20195514023936	467664896
10097757011968	935329792
5048878505984	1870659584
2524439252992	3741319168
1262219626496	7482638336
631109813248	14965276672
315554906624	29930553344
157777453312	59861106688
78888726656	119722213376
	3944

39444363328	239444426752
19722181664	478888853504
9861090832	957777707008
4930545416	1915555414016
2465272708	3831110828032
1232636354	7662221656064
616318177	15324443312128.

§. 16. Ad tabulam tertiam quod ſpectat, quae ſeriem numerorum parium terminosque continet, qui per primum diuiſi, perfectos dant omnes excepto primo, ea duplici nititur fundamento. 1.) numerus primus perfecti productor ducitur NB. in poteſtatem *ſubſequentem*. 2.) At quoniam tabula haec in vna ſerie omnes poteſtates binarii in ſe ductas continet; non autem quiuis numerus impar ex additione poteſtatum binarii ad vnitatem neceſſario dat primum, ſequitur quam plurimos numeros excludendos eſſe, hi ergo aſteriſco notati, et illi qui ſine aſteriſco inueniuntur perfectos continere dicuntur. Nos eum in finem non quidem numeros ipſos omnes, qui per quaternarium diuiſi dent numeros perfectos, exhibemus, ſed ſaltim eorum factores e quibus patet nonnulla vitia typographica irrepſiſſe, in diſſertatione Hanſchiana ſcilicet N° 5. et 19.

	4		4	I.
	112	7	16	2.
	1984	31	64	3.
	32512	127	256	4.
leg. 523264	523776	511	1024	V.
	8384512	2047	4096	6.
	134201344	8191	16384	7.
	2147418112	32767	65536	VIII.
	34359476224	131071	262144	9.
leg. 765	549754365312	524287	1048576	10.
	8796079719004	2097151	4194304	XI.
	140737471577112	8388607	16777216	12.
etc. etc. etc.		33554431	67108864	XIII.
		134217727	268435456	XIV.
		536870911	1073741824	15.
		2147483647	4294967296	16.
		8589934591	17179869184	XVII.
		34359738367	68719476736	XVIII.
		137438953471	274877906944	19.
		549755813887	1099511627776	XX.
		2199023255551	4398046511104	21.
		8796093022207	17592186044416	22.
		35184372088831	70368744177664	XXIII.
		140737488355327	281474976710656	24.
		562949953421311	1125899906842624	XXV.
		2251799813685247	4503599627370496	XXVI.
		9007199254740991	18014398509481984	27.
		36028797018963967	72057594037927936	XXVIII.
		144115188075855871	288230376151711744	XXIX.
		576460752303423487	1152921504606846976	30.
		2305843009213693951	4611686018427387904	31.
		9223372036854775807	18446744073709551616	XXXII.
		36893488147419103231	73786976294838206464	XXXIII.
		147573952589676412927	295147905179352825856	34.
		590295810358705651711	1180591620717411303424	XXXV.
		2361183241434822606847	4722366482869645213696	36.
		9444732965739290427391	18889465931478580854784	37.
		37778931862957161709567	75557863725914323419136	XXXVIII.
		151115727451828646838271	302231454903657293676544	XXXVIIII.
		604462909807314587353087	1208925819614629174706176	40.

Tabulam tamen hanc fallere iam nemo dubitabit, qui ſupra animaduertit N° 5. 9. 10. 12. 14. 15. falſo perfectis adnumeratos fuiſſe.

§ 17. Numerum 22. quod attinet, illum e poteſtate $(2^{79}-1)2^{78}$ ortum eſſe ſubiecti demonſtrant factores, qui numerum ipſum exacte ſiſtunt.

```
                     604462909807314587353087
                     302231454903657293676544
                     ------------------------
                     2417851639229258349412348
                    2417851639229258349412348
                   3022314549036572936765435
                  3626777458843887524118522
                 4231240368651202111471609
                3626777458843887524118522
               1813388729421943762059261
              5440166188265831286177783
             1208925819614629174706174
            4231240368651202111471609
           3022314549036572936765435
          3626777458843887524118522
         1813388729421943762059261
        54401661882658312861777830
       2417851639229258349412348
      3022314549036572936765435
     2417851639229258349412348
     604462909807314587353087
    1813388729421943762059261
   1208925819914629174706174
  1208925819614629174706174
 18133887294219437620592610
 ---------------------------------------------------
 182687704666362864775460301858080473799697891328
```

Nec non numerus e ſerie parium perfecti huius index $(2^{79}-1)2^{80}$, qui per 4. diuiſus eundem numerum pariter exhibet.

```
                        604462909807314587353087
                       1208925819614629174706176
                       -------------------------
                       3626777458843887524118522
                      4231240368651202111471609
                      604462909807314587353087
                    3626777458843887524118522
                  42312403686512021114716090
                 2417851639229258349412348
                4231240368651202111471609
                604462909807314587353087
              5440166188265831286177783
             1208925819614629174706174
            3626777458843887524118522
           2417851639229258349412348
           604462909807314587353087
         3626777458843887524118522
        5440166188265831286177783
        604462909807314587252087
      4835703278458516698824696
     3022314549036572936765435
    1208925819614629174706174
   5440166188265831286177783
  4835703278458516698824696
12089258196146291747061740
604462909807314587353087
------------------------------------------------
730750818665451459101841207432321895198791565312
```

§. 18. Quibus confirmatur, omnes ceteras poteſtates binarii, non eleuatas ad numerum primum, non dare primos perfectorum productores, ſed et ſimul monſtrat numerum 21. perfectum, quem non indicauit Cel. Auctor nullum alium eſſe, quam poteſtatem $(2^{73}-1)2^{72}$. Hunc tamen numerum

merum non eſſe primum, ſed per 439. diuiſibilem, demonſtrauit Cel. Eulerus ſupra allegato Tom. VI. Comment.

§. 19. Nunc quae circa ſolutionem trium problematum monenda ſunt, paucis exponamus.

Primum e mente Auctoris ita ſoluitur: Quaere poteſtatem binarii eleuatam ad numerum primum, haec vnitate mulctata, dabit tibi numerum primum perfecti productorem.

Secundum. Inuento numero primo perfecti productore, duc eum in poteſtatem NB. *antecedentem* binarii, ſecundum (36. prop. IX.) productum ſiſtit numerum perfectum.

Tertium. Inuenta ſupra ſeries numerorum parium ita eſt adhibenda, vt ſolummodo inuenti ordine numeri primi, perfectorum productores, in poteſtatem binarii NB. *ſubſequentem* ducantur, reliqui autem aſteriſco, vel notis numericis Romanis notentur, quoniam e mente auctoris nullos producere valent numeros perfectos, id quod e ſupra adducta Tabula δ melius colligere, quam pluribus verbis hic deſcribere licet.

§. 20. Quoniam autem tria haec problemata vno eodemque nituntur fundamento, eoque non ſatis firmo, prouti ſupra monſtratum eſſe nobis perſuademus, ſerio dolemus iacturam temporis improbique laboris Cl. auctoris, quem alias magni fecimus hucusque et faciemus ſemper, licet magnis his auſis nobis plane excidiſſe videatur. Quod reliquum eſt, viro haud vulgariter docto meliorem ſucceſſum in aliis eruditis meditationibus et conaminibus ex animo adprecamur.

DE NVMERIS AMICABILIBVS, ATQVE ALIIS AD HANC DOCTRINAM SPECTANTIBVS.

AVCTORE

G. W. KRAFFT.

§. 1.

Numeri amicabiles vocantur duo numeri tales, quorum partes aliquotae, cum adduntur, eos ipſos vice verſa componunt; quales nimirum et minimi quidem ſunt, 200 et 284, quorum illius partes aliquotae 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 conſtituunt ſumma hac ſua alterum 284; et vice verſa hic per ſuas partes aliquotas additas 1 + 2 + 4 + 71 + 142 efficit illum 220. De horum numerorum, quorum infinite multi ſunt poſſibiles, inuentione primus cogitauit celebris ille arithmeticus, *Mich. Stifelius*, in commentariis ſuis ſuper algebram *Chriſtoph. Rudolphi*; ſed tractationem huius problematis algebrae regulis ſubiici non poſſe arbitratus eſt. Ab hoc deriuata eſt quaeſtio haec ad *Dan. Schwenterum*, qui meminit huius problematis in Deliciis phyſico-mathem. P. I. pag. 110; deinde ad *Carteſium*, poſt mortem demum *Stifelii* natum, qui difficile hoc problema algebrae ſubſidio non ſuperauit tantum, ſed et invenit regulam aliquam, cuius ope quaeſiti tales numeri reperiri poſſunt. Hanc regulam exhibet *Franciſcus a Schooten*, Exercitationum mathem. lib. V. pag. 423, his verbis: *Si ſumatur binarius, vel quilibet alius numerus, ex ſolius binarii multiplicatione productus, modo ſit talis, vt*

ſi

ſi tollatur vnitas ab eius triplo, fiat numerus primus; itemque ſi tollatur vnitas ab eius ſextuplo, fiat numerus primus; et denique ſi tollatur ab eius quadrati octodecuplo; ducaturque hic vltimus numerus primus per duplum numeri aſſumti: fiet numerus, cuius partes aliquotae dabunt alium numerum, qui vice verſa partes aliquotas habebit aequales primo numero praecedenti. Talis numerus eſt 2, qui memoratas has conditiones explet, et cuius duplum in vltimum primum numerum, quem praeſcripta ratione producit, ductum, efficit numerum amicabilem 284, ex quo deinde alter, ſocius huius, 220, ſponte ſequitur. Hanc regulam tradidit *Carteſius*, ſed eius demonſtrationem nusquam, quantum ego quidem ſcio, expoſuit. *Schootenius* autem, premens hanc viam, quam ab ipſo *Carteſio* didiciſſe ſe teſtatur, in l. c. Lect. IX, per potentias binarii numeros amicabiles analytice eruere docet; ita vt ſingula numerorum paria inuenienda ponat ab initio $4x$ et $4yz$; deinde $8x$ et $8yz$; demum $16x$ et $16yz$; tandem $128x$ et $128yz$; poſitis x, y, z, numeris primis; quas indeterminatas quantitates algebrae beneficio ſic deinceps definit, vt tria horum numerorum paria producat, nempe I. 220 et 284; vel $2^2.5.11$ et $2^2.71$; II. 17296 et 18416, vel $2^4.23.47$ et $2^4.1151$; III. 9363584 et 9437056, vel $2^7.191.383$ et $2^7.73727$; ſpemque fecerit, fore, vt ex monumentis *Carteſii* tractatus de *partibus aliquotis*; et *Freniclii* de *numeris figuratis*, *primis*, *compoſitis*, huic materiae vlteriorem lucem ſint adſperſuri; qui vero, an publice alicubi exſtent, neſcio. Mentionem porro etiam horum numerorum faciunt *les Recreations mathematiques*, editae 1669, pag. 147; vbi alle-

allegantur ſoli 220 et 284; diciturque haec proprietas rara et difficilis inuentu in aliis numeris.

§. 2. Nouiſſime vero Celeberr. *Eulerus* humaniſſimis et plane amicabilibus litteris me edocuit, multo plura numerorum amicabilium ſe inueniſſe paria; immo aliquot etiam, quae numeris exprimenda ſint imparibus, cum praecedentia, a *Schootenio* reperta, contineantur omnia numeris paribus. Excitatus itaque hoc inuento Viri incomparabilis, cui, quicquid Muſae, matheſeos praeſides, reuelare humano poſſunt ingenio, vix vnquam denegant, vires meas qualescunque in hoc problemate experiri volui, illudque extendere vltra potentias binarii, a *Carteſio* ipſi praeſcriptas. Propoſitum igitur mihi eſt, oſtendere cauſſam, cur *Carteſius*, atque poſt hunc *Schootenius*, methodum huius problematis reſoluendi ad potentias binarii reſtrinxerint; poſtea vero exponere, quod problema huius reſtrictionis non egeat, ſed ad multos alios numeros extendi ſe patiatur, ex quo plures alii numeri amicabiles orientur, methodo *carteſiana* non inueniendi.

§. 3. Quoniam vero totus hic diſcurſus inſtituendus eſt de partibus aliquotis numeri cuiuscunque et earum ſumma: praemitti debet methodus generalis partium harum ſummam in quolibet caſu exprimendi. Pendet autem haec ſumma partium aliquotarum cuiuscunque numeri a ſumma diuiſorum ipſius omnium. Diuiſores numeri alicuius omnes ita ſunt intelligendi, vt etiam includant vnitatem, et numerum ipſum; veluti numeri 20 diuiſores omnes ſunt 1, 2, 4, 5, 10, 20, et ſumma horum diuiſorum eſt 42. *Summa igitur diuiſorum numerum ipſum ſemper excedit.* Sed quoniam ad partes aliquotas non

non refertur numerus ipſe, qui repugnat ideae partis: hinc pro efficienda ſumma partium aliquotarum debet tantum numerus ipſe ſubtrahi a ſumma diuiſorum; veluti, ſi ab indicata ſumma diuiſorum 42 ſubtrahatur numerus ipſe 20, remanebunt 22 pro ſumma partium aliquotarum numeri 20; hinc ſi obtinuerimus regulam pro exprimenda generaliter ſumma diuiſorum alicuius numeri: pronum erit exinde concludere, quaenam ſit ſumma partium aliquotarum eiusdem illius numeri.

§. 4. In ſequentibus itaque ponam ſemper litteras maiuſculas A, B, C, etc. exprimere numeros vtcunque compoſitos, integros ſcil. ſed inter ſe primos. Eorum vero reſpectiuas ſummas diuiſorum omnium indigitabo litteris iisdem minuſculis a, b, c, etc. Ita e. gr. numeri A ſumma diuiſorum erit a; et ſumma partium aliquotarum erit $a-A$. (§. 3.) Numeros autem primos deſignent literae P, Q, R, S, T, etc. Atque cum numerus primus nullum admittat alium diuiſorem, quam vnitatem et ſeipſum: patet, ſummam diuiſorum numeri primi ſemper eſſe numerum illum ipſum auctum vnitate. Igitur ſummae diuiſorum pro allegatis numeris primis erunt reſpectiue $P+1$, $Q+1$, $R+1$, etc. et ſummae partium aliquotarum omnes aequales vnitati, ſcil. $P+1-P=1$.

§. 5. *Sit numerus aliquis compoſitus ex meris primis, diuerſis*, veluti e. gr. 3. 5. 7, aut 105, vel generaliter PQRS: *quaeritur ſumma diuiſorum huius numeri ita compoſiti.* Ex methodo *Newtoni*, Arithm. vniuerſalis pag. 37, edit. 1732, *de inuentione diuiſorum*, erunt huius numeri compoſiti diuiſores ſimplices P, Q, R, S; eorundem

dem ſinguli bini, PQ, PR, PS, QR, QS, RS; ſinguli terni, PQR, PQS, PRS, QRS, et ſinguli quaterni $PQRS$, vnde ſumma diuiſorum omnium habebitur $1+P+Q+R+S+PQ+PR+PS+QR+QS+RS+PQR+PQS+PRS+QRS+PQRS$; ſed haec ſumma reſoluitur in hos factores $(P+1)(Q+1)(R+1)(S+1)$; itaque numerus compoſitus ex primis diuerſis $PQRS$ habet ſummam diuiſorum $(P+1)(Q+1)(R+1)(S+1)$, et ſummam partium aliquotarum $(P+1)(Q+1)(R+1)(S+1)-PQRS$. Simili modo numeri compoſiti PQ ſumma diuiſorum habebitur $(P+1)(Q+1)$, et ſumma partium aliquotarum $(P+1)(Q+1)-PQ$. Summa diuiſorum numeri $105=3.5.7$ erit $4.6.8=192$, et ſumma partium aliquotarum $=192-105=87$.

§. 6. *Sit potentia numeri alicuius primi quaevis, veluti* P^m, *quaeritur ſumma diuiſorum huius numeri potentialis.* Diuiſores hi ſunt 1, P, P^2, P^3, P^4 etc. vsque ad includendum P^m; igitur ſumma horum diuiſorum erit $1+P+P^2+P^3+pp$ etc. $+P^m$; ſed haec ſumma conſtituit progreſſionem geometricam, cuius primus terminus eſt 1, exponens eſt P, et terminus vltimus P^m, itaque haec ſumma erit $\frac{P^{m+1}-1}{P-1}$; conſequenter numeri talis P^m ſumma diuiſorum eſt haec ſequens, $\frac{P^{m+1}-1}{P-1}$; et ſumma partium aliquotarum eſt $\frac{P^{m+1}-1}{P-1}-P^m$. ſit ex. gr. $81=$

3^4, erit ſumma diuiſorum $= \frac{3^5-1}{3-1} = \frac{242}{2} = 121$, et ſumma partium aliquotarum $= 121 - 81 = 40$.

§. 7. *Sit numerus aliquis compoſitus ex aliis compoſitis, ſed inter ſe primis, talis*, ABC, *quaeritur ſumma diuiſorum huius numeri.* Quoniam igitur quilibet numerus compoſitus reſolui poteſt in aliquot factores primos, ponam $A = PQ$; $B = RST$; $C = VX$; accipietque numerus propoſitus hanc formam PQRSTVX, cuius ſumma diuiſorum eſt hoc productum, $(P+1)(Q+1)(R+1)(S+1)(T+1)(V+1)(X+1)$ (§. 5.) Sed $(P+1)(Q+1)$ eſt ſumma diuiſorum ipſius PQ, vel ipſius A, conſequentur eſt $(P+1)(Q+1) = a$, (§. 4.) et pari ratione eſt etiam $(R+1)(S+1)(T+1) = b$; $(V+1)(X+1) = c$; conſequenter ſumma diuiſorum numeri ABC eſt abc, et ſumma partium aliquotarum $= abc - ABC$.

§. 8. Ex his omnibus patet, *ſummam diuiſorum numeri alicuius ita compoſiti* $ABP^m Q^n RS$ *futuram eſſe hanc ſequentem*, $a.b.\frac{P^{m+1}-1}{P-1}.\frac{Q^{n+1}-1}{Q-1}(R+1)(S+1)$. Cum igitur omnes numeri poſſibiles ad ſimilem huius formam redigi poſſint, etiam non quaerendo omnes diuiſores ſimplices et primos, intelligitur, qua ratione quorumcunque numerorum ſumma diuiſorum et ſumma partium aliquotarum analytice et facile exprimi poſſint. Sit ex. gr. numerus $120 = 15.2^3$, erit ſumma diuiſorum ipſius $15 = 24$; et ipſius $2^3 = 15$, quae duae ſummae in ſe ductae efficiunt $24.15 = 360$, pro ſumma diuiſorum numeri propoſiti 120.

 §. 9.

§ 9. Illuſtrationi et praecedentium expreſſionum algebraicarum et ſequentium problematum inſeruiet et neceſſaria plane eſt tabula ſequens, quae in priori ſua columna continet numeros naturali ſerie progredientes; altera vero monſtrat ſummam diuiſorum illius numeri, cum adiecta ratione vtriusque, ſicubi ea minoribus terminis exprimi potuit.

Num. S. diuiſ.	Num. S. diuiſ.	Num. S. diuiſ.	Num. S. diuiſ.
1 - 2	30 - 72 5 : 12	59 - 60	88 - 180 22 : 45
2 - 3	31 - 32	60 - 168 5 : 14	89 - 90
3 - 4	32 - 63	61 - 62	90 - 234 5 : 13
4 - 7	33 - 48 11 : 16	62 - 96 31 : 48	91 - 112 13 : 16
5 - 6	34 - 54 17 : 27	63 - 104	92 - 168 23 : 42
6 - 12 1 : 2	35 - 48	64 - 127	93 - 128
7 - 8	36 - 91	65 - 84	94 - 144 47 : 72
8 - 15	37 - 38	66 - 144 11 : 24	95 - 120 19 : 24
9 - 13	38 - 60 19 : 30	67 - 68	96 - 252 8 : 21
10 - 18 5 : 9	39 - 56	68 - 126 34 : 63	97 - 98
11 - 12	40 - 90 4 : 9	69 - 96 23 : 32	98 - 171
12 - 28 3 : 7	41 - 42	70 - 144 35 : 72	99 - 156 33 : 52
13 - 14	42 - 96 7 : 16	71 - 72	100 - 217
14 - 24 7 : 12	43 - 44	72 - 195 24 : 65	101 - 102
15 - 24 5 : 8	44 - 84 11 : 21	73 - 74	102 - 216 17 : 36
16 - 31	45 - 78 15 : 26	74 - 114 37 : 57	103 - 104
17 - 18	46 - 72 23 : 36	75 - 124	104 - 210 52 : 105
18 - 39 6 : 13	47 - 48	76 - 140 19 : 35	105 - 192 35 : 64
19 - 20	48 - 124 12 : 31	77 - 96	106 - 162 53 : 81
20 - 42 10 : 21	49 - 57	78 - 168 13 : 28	107 - 108
21 - 32	50 - 93	79 - 80	108 - 280 27 : 70
22 - 36 11 : 18	51 - 72 17 : 24	80 - 186 40 : 93	109 - 110
23 - 24	52 - 98 26 : 49	81 - 121	110 - 216 55 : 108
24 - 60 2 : 5	53 - 54	82 - 126 41 : 63	111 - 152
25 - 31	54 - 120 9 : 20	83 - 84	112 - 248 14 : 31
26 - 42 13 : 21	55 - 72	84 - 224 3 : 8	113 - 114
27 - 40	56 - 120 7 : 15	85 - 108	114 - 240 19 : 40
28 - 56 1 : 2	57 - 80	86 - 132 43 : 66	115 - 144
29 - 30	58 - 90 29 : 45	87 - 120 29 : 40	116 - 210 58 : 105

Num. S. diuiſ.	Num. S. diuiſ.	Num. S. diuiſ.	Num. S. diuiſ.
117 - 182 9 : 14	126 - 312 21 : 52	135 - 240 9 : 16	144 - 403
118 - 180 59 : 90	127 - 128	136 270 68 : 135	145 - 180 29 : 36
119 - 144	128 - 255	137 - 138	146 - 222 73 : 111
120 - 360 1 : 3	129 - 176	138 - 288 23 : 48	147 - 228 49 : 76
121 - 133	130 - 252 65 : 126	139 - 140	148 - 266 74 : 133
122 - 186 61 : 93	131 - 132	140 - 336 5 : 12	149 - 150
123 - 168	132 - 336 33 : 84	141 - 192 47 : 64	150 - 372 25 : 62
124 - 224 31 : 56	133 - 160	142 - 216 71 : 108	
125 - 156	134 - 204 67 : 102	143 - 168	

§. 10. *Si a numero primo fiat quadratus, biquadratus, aut potentia quaeuis alia exponentis paris: ſumma diuiſorum erit numerus impar.* Sit enim talis potentia P^m; atque *m* numerus par: erit ſumma diuiſorum huius numeri $1 + P + P^2 + P^3 \ldots P^m$; (§ 6.) ergo ex natura huius progreſſionis erit numerus terminorum $m + 1$, hoc eſt, numerus impar. Sed quilibet huius progreſſionis terminus eſt numerus impar; hinc ſumma conſtat ex imparibus impariter ſumtis, adeoque ipſa etiam eſt impar. *Summa autem partium aliquotarum in hoc caſu eſt numerus par.* Patet ex eo, quia numerus impar ab impari ablatus, relinquit parem. *Si autem a numero primo fiat cubus, ſurdeſolidus, vel alius quiuis cum exponente impari: ſumma diuiſorum erit numerus par*; et conſequenter *ſumma partium aliquotarum numerus impar.* Huius demonſtrationis eadem eſt ratio, quae praecedentis; cui igitur non immorabor. At ab vniuerſalitate huius theorematis ſubducunt ſe quaſi potentiae omnes binarii; quae ſub exponentibus et paribus, et imparibus, reddunt ſummam diuiſorum imparem; ſed minus bene binarius refertur ad numeros primos; deficit enim a natura omnium reliquorum primorum, quod par eſt.

§. 11. *Si numerus primus ducatur in compoſitum, imparem aut parem, ad ſe primum: compoſitus exinde habebit ſummam diuiſorum parem.* Sit enim talis numerus compoſitus ex hypotheſi PA; atque erit ſumma diuiſorum $(P+1)a$; ſed, ob P primum, eſt $P+1$ par; ſiue igitur a par fuerit, ſiue impar, ſemper erit factum $(P+1)a$ par. Quin etiam, *ſi quotcunque primi ducantur in ſe; erit ſumma diuiſorum numerus par*; veluti PQR; vbi ſumma diuiſorum eſt $(P+1)(Q+1)(R+1)$, factum ex meris numeris paribus; adeoque par. Ex his itaque regulis, hucusque expoſitis, facile animo poterimus praeuidere, num dati cuiuscunque numeri ſumma diuiſorum debeat eſſe numerus par vel impar. Neque minus procliue eſt, ſoluere problema hoc: *exhibere numerum, cuius ſumma diuiſorum ſit par, aut impar.*

§. 12. *Inuenire numerum, cuius ſumma diuiſorum efficiat numerum quadratum.* Sit talis quaeſitus numerus AP, atque ſic, vt A et P ſint inter ſe primi, quod ſemper intelligi debet. Erit itaque ſumma diuiſorum $= a(P+1)$. Ponatur ergo $a(P+1) = (P+1)^2 . B^2$; atque eruetur $\frac{a}{B^2} - 1 = P$. Quoniam igitur ex. gr. in tabula ſuperiori numerorum, (§. 9.) poſito $A = 14$, eſt $a = 24$, qui diuiſus per quadratum 4 reddit 6, qui minutus vnitate eſt primus $5 = P$; erit numerus quaeſitus $AP = 14.5 = 70$. Similes numeri, eodem modo inueniendi, ſunt 3.22; 5.23; 5.34; 5.53; 7.30; 7.31; 7.46; 7.51; 7.55; 11.47; 13.28; 17.46; 17.55 cet.

§. 13. *Numerus* $3P^2$ *talis eſt, vt ſummam partium ſuarum aliquotarum ſemper aequalem habeat quadrato.* Habet

bet enim hanc ſummam aequalem $1+3+P+3P+P^2=4+4P+P^2=(2+P)^2$. Sed debet numerus P non ſolum primus eſſe in ſe, ſed etiam habere quadratum, qui ſit primus ad 3; vnde excluditur $P^2=9$, ſiue numerus 27. Sunt vero numerorum quaeſitorum aliqui 75; 147; 363; 507 cet.

§. 14. *Inuenire duos numeros, qui habeant eandem ſummam diuiſorum.* Sint tales AP, et BPQ; debebit eſſe $a(P+1)=b(P+1)(Q+1)$, vel $\frac{a}{b}-1=Q$. Sit ex. gr. ex tabula ſuperiori $a=24$; $b=6$; erit $\frac{a}{b}-1=3=Q$, qui primus eſſe debet; hinc ex eadem tabula erit $A=14$, $B=5$, vnde duo numeri quaeſiti 14 P et 15 P; in quibus pro P quilibet primus ſubſtitui poteſt, modo is ſit etiam primus ad 14 et 15. Erunt ergo tales numeri quaeſiti 14 et 15; 14. 11 et 15. 11; 14. 13 et 15. 13; et infiniti alii. Non vero praeſtant hoc idem numeri 14. 7 et 15. 7; quoniam primus 7 non eſt ſimul primus ad 14. Simili artificio aliae etiam praeterea formulae generales, huic problemati ſatisfacientes, poterunt reperiri, Idem hoc problema ſolutum iam, ſed alia methodo, legitur in *Perilluſtris L. B. de Wolff* Elem. Analyſeos cap. 2. probl. 87, ſub hoc titulo: *Inuenire duos numeros eius conditionis, vt vnusquisque cum ſuis partibus aliquotis* (quod nihil aliud eſt, quam ſumma diuiſorum) *efficiat ſummam eandem*; atque vbi haec duo paria 11 et 6; 116 et 104 exempli loco allegantur. Alium etiam adhuc modum idem hoc problema ſoluendi ex pluribus aliis ſeligam, nempe ſequentem. Sint ex tabula ſuperiori duo numeri, eandem ſummam diuiſorum habentes, A et B, quales plures dantur; duo alii

C et D; atque iterum duo alii E et F; habebunt etiam hi numeri compoſiti ex prioribus ACE et BDF; vel ADE et BCF; aut ADF et BCE; eandem ſummam diuiſorum, quod facile patet. Sunt ex. gr. tales numeri 6 et 11; 16. et 25; 35 et 47; ergo etiam tales ſunt 6. 25. 47 et 11. 16. 35, dummodo tales factores conſtituant quemlibet horum vltimorum numerorum, qui inter ſe ſunt primi.

§. 15. *Potentia binarii quaecunque ſummam diuiſorum ſuorum habet aequalem duplo potentiae vnitate minuto.* Ex. gr. $2^5 = 32$ habet ſummam diuiſorum $63 = 2.2^5 - 1$. Sit enim talis potentia 2^m; erit ipſius diuiſorum ſumma haec $1 + 2 + 2^2 + 2^3 \ldots . 2^m$, quae ex legibus progreſſionis geometricae eadem eſt cum $2^{m+1} - 1$, vel $2.2^m - 1$, vnde conſtat propoſitum.

§. 16. Paullo difficilius eſt problema hoc, quod habet ſine ſolutione *Dan. Schwenterus*, in Deliciis Phyſico-Mathem. P. I. pag. 110, eiusque exemplum adducit 27 et 35; *inuenire duos numeros, qui habeant eandem ſummam partium aliquotarum.* Sint illi A et RS; atque debebit eſſe $a - A = (R + 1)(S + 1) - RS$; vnde deducitur $a - A - R - 1 = S$, qui debet eſſe numerus primus, vti etiam R. Sit ex. gr. $A = 27$, $R = 5$, erit $a = 40$, adeoque $S = 7$; vnde prodeunt numeri iam indicati. Sint pariter $A = 45$, et hinc $a = 78$, $R = 3$, erit $S = 29$; aut $R = 13$, erit $S = 19$, vnde duo alii numeri quaeſiti ſunt 45 et 87; nec non 45. et 247. Similes porro ſequenti etiam modo reperiuntur. Sint illi PQ et RS; atque erit $(P + 1)(Q + 1) - PQ = (R + 1)(S + 1) - RS$, aut, multiplicatione ipſa inſtituta, habebitur haec aequatio $P + Q = R + S$. Igitur quae-

ran-

rantur quatuor numeri primi, ita inter ſe comparati, vt vnius bigae ſumma aequalis ſit ſummae alterius bigae; tum numeri vtriusque bigae ducantur in ſe, et habebuntur numeri quaeſiti. Ex. gr. $3+13=11+5$, ergo duo numeri quaeſiti ſunt 3.13 et 5.11, ſiue 39 et 55. Similes numeri primi ſunt $3+31=29+5$; nec non $5+23=11+17$, ergo alii numeri quaeſiti ſunt 115 et 187; 93 et 145.

§. 17. *Inuenire numerum, qui cum ſumma partium ſuarum aliquotarum habeat datum communem maximum diuiſorem; veluti 6.* Oſtendendum primo eſt, eundem numerum ita inuentum habiturum eſſe etiam datum hunc numerum 6, communem diuiſorem maximum inter ſe et ſummam ſuorum diuiſorum; adeoque vnum idemque eſſe problema propoſitum cum hoc: *inuenire numerum, qui cum ſumma diuiſorum ſuorum habeat communem maximum diuiſorem 6.* Sit enim talis numerus A, eius ſumma diuiſorum a, et communis menſura maxima ſit m; erit ego $A=mB$, et $a=mC$; ſed B et C inter ſe primi erunt; porro erit ſumma partium aliquotarum $a-A$, hoc eſt, erit eadem $mC-mB=m.(C-B)$, cuius, et numeri ipſius mB iterum erit maximus communis diuiſor m; ob C et B inter ſe primos, per hyp. Vnde conſtat propoſitum. Sit igitur numerorum quaeſitorum aliquis $2.3.A$, vbi A ſit primus ad 2 et 3; atque erit ſumma diuiſorum $3.4.a$; erit igitur iam 6 communis diuiſor et numeri ipſius, et ſummae diuiſorum; qui, vt ſimul fiat maximus, debent, peracta diuiſione per 6, quoti A et $2a$ eſſe inter ſe primi; quibus obſeruatis facile eſt infinite multos eiusmodi numeros reperire. Sunt enim

A - 2 *a* - 6 A quaeſ.	A - 2 *a* - 6 A quaeſ.	A - 2 *a* 6 A quaeſ.
1 - 4 - 6	17 - 36 - 102	269 - 540 - 1614
5 - 12 - 30	19 - 40 - 114	271 - 544 - 1626
7 - 16 - 42	23 - 48 - 138	277 - 556 - 1662
11 - 24 - 66	25 - 62 - 150	293 - 588 - 1758
13 - 28 - 78		

Deinde alio modo eruuntur ſimiles numeri; nempe ſtatuendo eorum formam hanc, $2 . 3^2 . A$; vbi denuo A, primus ad 2 et 3, erit ſumma diuiſorum 3. 13. *a*; quaerantur itaque tales *a*, qui ſint numeri pares; quales *a* praebent omnes numeri primi, aut ſolitarii, aut ducti in alios primos. (§. 11.) Si enim fuerit *a* numerus par = 2 *m*, erit numerus ipſe 18 A, et ſumma diuiſorum 6. 13 *m*, quibus diuiſis per 6, erunt 3 A et 13 *m* inter ſe primi. Hac lege eruuntur ſequentes numeri 126; 1746; cet.

§. 18. Duo habentur problemata maxime celebria in hoc negotio diuiſorum et partium aliquotarum alicuius numeri. Vnum verſatur circa inuentionem *numeri perfecti*, qui omnibus partibus ſuis, quibus numeratur, eſt aequalis; *abundantis*, qui omnibus partibus ſuis minor eſt; et *diminuti*, qui omnibus partibus ſuis eſt maior; quorum definitiones iam *Euclides* tradit, Elem. IX; et perfectum inuenire docet in fine Elem. cit. de quo vlterius ego etiam egi in Commentar. Academiae Scient. Petropolitanae tomo VII. pag. 7. Alterum vero recentiorum induſtria adiectum eſt, nempe de indagatione numerorum *amicabilium*, de quorum hiſtoria ſupra dictum fuit. Problema perfectorum numerorum reducitur ad hoc alterum: *inuenire numerum, qui ad ſummam diuiſorum ſuorum*

rum habeat datam rationem. Sit enim numerus perfectus AP; atque erit $a(P+1)-AP=AP$; hoc eſt $a(P+1)=2AP$, vel $A:a=P+1:2P$; inueniantur ergo tot, quot poſſunt, numeri A tales, vt ii ſint ad a, vti primus aliquis, vnitate auctus, ad duplum huius ipſius primi; atque erit AP perfectus. Talis numerus A eſt 2, in quo eſt $A:a=2:3=4:6=3+1:2.3$; vnde $A=2$, $P=3$, et perfectus $AP=6$. Quoniam vero aeque dificile eſt vtrumque hoc problema, inhaerebimus prioris ſolutioni directae; et quia pro numero perfecto AP requiritur, vt ſit $a(P+1)=2AP$; orietur exinde $P=\frac{a}{2A-a}$. Ponamus $2A-a=1$; erit $2A-1=a$; ſed haec proprietas competit potentiis binariis; (§. 15.) ſit ergo $A=2^m$, erit $a=2^{m+1}-1$; $2A=2^{m+1}$; adeoque $2A-a=2^{m+1}-2^{m+1}+1=1$; nec non $P=2^{m+1}-1$; et perfectus ipſe $AP=2^m(2^{m+1}-1)$; ſi modo $2^{m+1}-1$, hoc eſt P, fuerit primus, quae eſt ipſa methodus *euclidea* l. c.

§. 19. Vt viam praeparemus ad numeros amicabiles inueniendos: inquirendum ante omnia eſt in theoriam eorum generalem, quod ſequenti modo abſoluitur. Sint duo numeri amicabiles A et B; requiritur primo, vt ſit $a-A=B$, vel $a=A+B$; ſecundo, vt ſit etiam $b-B=A$, hoc eſt $b=A+B$. Erit igitur $a=b$, quae eſt *prima conditio* numerorum amicabilium: *vt ſumma diuiſorum in vno aequalis ſit ſummae diuiſorum in altero.* Deinde eſt etiam $a=A+B$, vel $b=A+B$, quod efficit *ſecundam conditionem*, quae exigit, vt *haec ſumma diuiſorum, in vtroque numero eadem, aequalis ſit ſummae duorum numerorum amicabilium.* Quotcunque igitur tales numeri poterunt reperiri, qui vtramque harum conditionum expleant:

pleant; tot habebuntur numerorum amicabilium paria; ita ex. gr. in duobus numeris $4.5.11$ et 4.71 eſt vtrinque ſumma diuiſorum eadem videlicet $7.6.12 = 7.72$; deinde haec ſumma diuiſorum, in vtroque eadem, $7.6.12$, aequalis eſt ſummae numerorum; eſt enim $7.6.12 = 4(55+71) = 4.126$.

§. 20. Pro eruenda et demonſtranda methodo *Carteſii* producendi numeros amicabiles, ſuperius in medium allata, ponamus eſſe eos AP et AQ; requiritur ergo per conditionem I. vt ſit $a(P+1) = a(Q+1)$, hoc eſt $P = Q$; quare duo numeri quaeſiti eſſent aequales, et iidem, quod eſt contra hypotheſin; neque adeo hac ratione tales numeri poſſint indagari. Ponamus ergo eos eſſe AP et AQR; requirit conditio I, vt ſit $P+1 = (Q+1)(R+1)$, vnde $P = QR+Q+R$. Poſtulat conditio II, vt ſit $a(P+1) = A(P+QR)$; ex quo fit $P = \frac{AQR-a}{a-A}$; hi duo valores ipſius P, aequati inter ſe, reddunt $QR+Q+R = \frac{AQR-a}{a-A}$, ex quo deducitur $R = \frac{(a-A)Q+a}{(2A-a)Q-(a-A)}$; qualis valor ipſius R, primi, vt eo facilius reperiatur, ponatur $2A-a = 1$, quae proprietas binario competit; (§. 15.) erit itaque $A = 2^m$; $2A = 2^{m+1}$; $a = 2^{m+1}-1$; atque ob $2A-a = 1$, erit $a-A = A-1 = 2^m-1$; et valor ipſius R abibit in hunc alterum $\frac{(a-A)Q+a}{Q-(a-A)}$; vel, diuiſione actu inſtituta, $R = a - A + \frac{a+(a-A)^2}{Q-(a-A)}$, et ſubſtitutis valoribus ipſorum A, a, modo inuentis, deducitur tandem $R = 2^m - 1 + \frac{2^{2m}}{Q+1-2^m}$. Si ex. gr. aſſumatur $m = 2$, ita vt ſit $A = 2^m = 4$; erit $R = 3 + \frac{16}{Q-3}$; vnde, aſſumto quouis

primo

primo numero Q, tentari debent hi valores inuenti ipſorum R et P, an etiam praebeant primos; quodſi fiat, praeſto erunt elementa A, P, Q, R, numerorum amicabilium eruendorum ea lege, qua id praeſtitit *Schootenius* l. c. qui vero vir eximius non longe progreſſus eſt ob reſtrictionem non neceſſariam factam, $2A - a = 1$; neque plura quam tria numerorum talium paria produxit.

§. 21. Ex methodo autem *Carteſii*, ſupra (§. 1.) expoſita, ſequitur, numeros duos amicabiles generaliter ſic poſſe exprimi. Sit A potentia talis binarii, vt $3A - 1 = P$; $6A - 1 = Q$; $18A^2 - 1 = R$; erunt duo amicabiles numeri $2AR$ et $2APQ$; vel quod eodem recidit, erunt amicabiles $2A(18A^2 - 1)$ et $2A(3A - 1)(6A - 1)$, quos etiam ita exprimit, ponendo 2^m loco ipſius A. *Ozananus*, recreations mathem. pag 17. Nam ex regulis hucusque traditis obtinet in his duabus expreſſionibus generalibus conditio ſuperior prima; eſt enim, ob $A = 2^m$, $2A = 2^{m+1}$, cuius ſumma diuiſorum eſt $2^{m+2} - 1$; ergo $(2^{m+2} - 1)\,18A^2 = (2^{m+2} - 1)\,3A.6A$. Deinde in actum quoque deducta eſt in illis conditio ſecunda; ſcilicet eſt $(2^{m+2} - 1)\,18A^2 = 2A(18A^2 - 1 + \overline{3A - 1.\,6A - 1}) = 2A(18A^2 + 18A^2 - 9A) = 18A^2(4A - 1)$; vel $2^{m+2} - 1 = 4A - 1$; aut $2^{m+2} = 2^2.2^m$; quae certe inuentio *carteſiana* ingenium ſapit excellentiſſimum et theorematum ad hoc inſtitutum pertinentium ſcientiſſimum; ſi modo non ad ſolas binarii potentias eam adaptauiſſet.

§. 22. Vt igitur hanc reſtrictionem et *Carteſii* et *Schootenii* non neceſſariam effugerem, ſequenti conſilio numeros amicabiles et pares et impares reperiundos eſſe

deprehendi, quae quidem noua methodus vniuerſalis eſt, et priorem ſub ſe comprehendit. Sit numerorum amicabilium vnus PQA, alter $(\overline{P+1}.\overline{Q+1}-1)A$. In his numeris conditionum ſuperius requiſitarum prima iam erit impleta, ſi modo fuerit $(\overline{P+1}.\overline{Q+1}-1)=R$ numero primo. Eſt ergo in his numeris ita poſitis ſumma diuiſorum vnius $(P+1)(Q+1)a=$ ſummae diuiſorum alterius $(P+1)(Q+1)a$; ob $\overline{P+1}.\overline{Q+1}-1$ primum, per hyp. Vt vero etiam adſit in iisdem conditio ſecunda, requiritur vt ſit $(P+1)(Q+1)a= PQA+(\overline{P+1}.\overline{Q+1}-1)A=(PQ+R)A$; hoc eſt, debet inter hos numeros exſtare haec proprietas, vt ſit $A:a=\overline{P+1}.\overline{Q+1}:PQ+R$, vel $A:a=R+1:PQ+R$. Ex quo patet, etiam hoc problema numerorum amicabilium reduci ad illud ſupra (§. 18.) iam memoratum; adeoque vtrumque horum problematum reduci ad hoc commune.

§. 23. Quoniam itaque vtrumque hoc problema numerorum et perfectorum et amicabilium reducitur ad vnicum aliquod commune, nempe: *inuenire numerum, qui ad ſummam diuiſorum ſuorum habeat rationem datam*; optandum certe eſſet, vt in quolibet caſu problematis huius generalis oſtendere poſſemus aut poſſibilitatem ſolutionis, aut impoſſibilitatem. Puto tamen plurimum huc conducere methodum hanc ſequentem, particularem quidem, ſed idcirco non minus vtilem, quam aliquot exemplis illuſtratam dabo. Sit inueniendus numerus, qui ſe habeat ad ſummam diuiſorum vti 3 ad 8. Ponatur numerus A, et ſumma

ſumma diuiſorum $= a$ eritque $A : a = 3 : 8$, vel $3a = 8A$; ſtatuatur $A = 3B$; eritque $a = 4b$, quibus ſubſtitutis emergit $3 . 4b = 8 . 3B$, vel $b = 2B$; hoc eſt, debet eſſe $B : b = 1 : 2$; verum hoc nullus praeſtat numerus niſi perfectus; ergo B debet eſſe perfectus, ſed talis, qui ſimul ſit primus ad 3, ob $A = 3B$, ad excluſionem diuiſorum euitandam; non poteſt igitur hic adhiberi, ob allegatam hanc rationem, perfectus 6; ſed faciunt hic perfecti 28, et 496, qui per 3 diuiſibiles non ſunt. Erit ergo $B = 28$, et $A = 3B = 84$; aut $B = 496$, et $A = 3B = 1488$. Sit reperiendus numerus, qui ſe habeat ad ſummam diuiſorum vti 1 ad 3; erit ergo $a = 3A$; ponatur $A = 5B$, vt ſit $a = 6b$; atque erit $6b = 3 . 5B$, vel $2b = 5B$; ponatur porro $B = 8C$, vt ſit $b = 15c$; habebitur $2 . 15c = 5 . 8C$, aut vero $3c = 4C$, vel $C : c = 3 : 4$, vnde patet eſſe $C = 3$, $B = 24$, et numerum quaeſitum $A = 5B = 120$. Inueniri debeat numerus, qui ſit ad ſummam diuiſorum vti 5 ad 12; atque erit $5a = 12A$; ſit $A = 5B$, vel $a = 6b$; orietur exinde $5 . 6b = 12 . 5B$, aut $b = 2B$, vel $B : b = 1 : 2$; vnde B iterum debet eſſe perfectus; et quidem primus ad 5, ob $A = 5B$; quales quidem ſunt omnes hucusque cogniti, atque hinc fiunt numeri quaeſiti 30, 140; 2480; cet.

§. 24. Ad eruendos nunc aliquot numeros amicabiles, quibus datam regulam illuſtrare poſſim, aſſumamus $P = 3$, $Q = 11$, atque erit $R = 47$; conſequenter $A : a = 48 : 80 = 3 : 5$. Si iam poſſet inueniri numerus, qui ad ſummam diuiſorum ſuorum ſe haberet vti $3 : 5$, eſſet is numerus A requiſitus ad efficiendos amicabiles;

 ſed

ſed in tabula ſuperiori nullus talis datur; daretur autem forſan, ſi ad maiores numeros eadem eſſet extenſa. Confugiamus igitur ad praxin paullo ante (§ 23.) deſcriptam, cuius ductu ſi ponam eſſe $A = 3B$; $A = 3^2B$; $A = 3^3B$, etc. nusquam inuenio numerum aliquem, qui quaeſito ſatisfaciat; vnde probabiliter concludo, nullum numerum A talem dari, qualis ad conſtituendos amicabiles in hoc caſu eſt neceſſarius.

Exempl. II. Sit $P = 5$, $Q = 11$, vt euadat $R = 71$, eritque $A : a = 72 : 126 = 4 : 7$, quae ratio ex tabula ſuperiori obtinet in numero 4; eſt igitur $A = 4$, et quaeſiti duo ſunt $PQA = 5 . 11 . 4 = 220$, et $RA = 71 . 4 = 284$; qui a *Schootenio* ſunt reperti.

Exempl. III. Sit $P = 5$, $Q = 137$, erit $R = 827$, adeoque $A : a = 828 : 1512 = 23 : 42$; ſed talis numerus ex tabula ſuperiori deprehenditur 92; ergo $A = 92$, et quaeſiti amicabiles ſunt ſequentes, a Celeberr. *Eulero* etiam inter plures alios reperti $5 . 137 . 92$ et $827 . 92$ quales ſunt etiam ſequentes, quos adhuc addo, eidem auctori debiti, et impares quidem.

Exempl. IV. Sit $P = 5$, $Q = 41$; erit $R = 251$; vnde $A : a = 252 : 456 = 21 : 38$, aut $21a = 38A$. Ponatur $A = 49B$, vt ſit $a = 57b$, atque erit $21 . 57b = 38 . 49B$, vel $3 . 57b = 38 . 7B$; ſit porro $B = 9C$, vt habeatur $b = 13c$, et $3 . 57 . 13c = 38 . 7 . 9C$, vel $13c = 14C$, ſiue $C : c = 13 : 14$. Igitur $C = 13$, $B = 9C = 9 . 13 = 117$, et $A = 5733$; ex quibus elementis prodeunt numeri *amicabiles impares* hi, $5 . 41 . 5733$ et $251 . 5733$. Idem numerus prodit etiam, ſi in aequatione $21a = 38A$ ſubſtituatur $A = 21^2B$, vt ſit $a = 741b$; ex quibus oritur $21 . 741b = 38 . 21^2 . B$, vel $21 . 19 . 3 . 13b = 2 . 19 . 21^2 . B$, aut $13b = 14B$, vnde $B = 13$; et $A = 21^2 . B = 21^2 . 13 = 5733$.

PHYSICO

PHYSICO-
MATHEMATICA.

ATMOMETRI SIVE MACHINAE HYDROSTATICAE AD EVAPORATIONEM AQVAE CERTAE TEMPERIEI MENSVRANDAM APTAE CONSTRVCTIO TALIS, VT OPE ILLIVS DECREMENTVM PAVCORVM GRANORVM OBSERVARI ET LEX EVAPORATIONIS CONFIRMARI POSSIT.

AVCTORE

G. W. Richmann.

Hypotheſes ſancire, ex iis concluſiones deriuare phaenomenaque naturalia explicare ſecundum recentiores ſcientiae naturalis cultores ad ingenii oſtendationem magis facit, quam ad ſcientiam naturalem amplificandam. Iidem ad experimenta potius pertinaci et indeſeſſo ſtudio inſtituenda adhortantur. Monito hoc excitatus, in doctrina de euaporatione, in qua multa adhuc induſtria ſcientiae naturalis ſtudioſorum indigent, vt maiorem lucem adipiſcantur, varia tentamina ſuſcepi. Vt viam mihi pararem in propiorem rei inquiſitionem legem decrementi et incrementi caloris et frigoris aquae in conſtanti aëris temperie inueſtigaui et detectam cum Societate communicaui. Probabile enim eſt viſum, euaporationem quandam cum hac lege connexionem habere. Diuerſiſſimis hinc methodis poſtea euaporationem aquae menſurare tentaui. Silentio praeterire liceat tentamina fruſtra ſuſcepta, quae nihilominus effecerunt, vt in meliorem propoſitum exequendi rationem inciderim. Hanc, quia ſic comparata eſt, vt fini conuenientiſſima videatur proponere volo. Tab. III.

 §. 2.

§. 2. Cum ex inquiſitione mea in legem, ſecundum quam calor fluidi creſcit vel decreſcit in conſtanti aëris temperie, pateat, eo minus eſſe decrementum, quo maior eſt maſſa aquae et quo minor eſt eius ſuperficies inſignem maſſam aquae, exiguae ſuperficiei, ad euaporationem exponere conſtitui, vt temperiem aquae ſeruare poſſem conſtantem per modicum temporis interuallum.

§. 2. Ex experimentis ſaepius inſtitutis innotuit parciorem eſſe euaporationem et longo temporis interuallo non ſuperare pauca grana, ſi temperies aquae euaporandae adpropinquat temperiei aëris, machinam igitur euaporationi aquae menſurandae inſeruientem ita conſtruendam putaui vt paucorum granorum decrementum obſeruari poſſit.

§. 3. Cum denique difficillimum ſit, ſimul obſeruare et ſimul experimento perſequendo intentum eſſe, praeſertim ſi plura peragenda ſunt, machinam ſic inſtruere volui, vt obſeruationi vnice vacare poſſem.

Tab. III. §. 4. Has leges machinam conſtructurus mihi praeſcribens concepi,

1) Vas cylindricum GIKH, et circa parietes vaſis tres vel quatuor regulas verticales in aequali a ſe mutuo et axi vaſis diſtantia firmatas *aa*, *bb*, etc. et in diverſis a fundo vaſis diſtantiis foraminibus praeditas, rotulas circa axes mobiles *cc*, *dd*, *ee*, *ff* etc recipientibus,

2) Vas cylindricum CEDF clauſum ab vtraque extremitate ex tenui lamina metallica fabrefactum, e. g. cuius digitus quadratus Lond. non excedat pondus 60 granorum,

(3

3) Superiori ſuperficiei CD vaſis CDEF tres virgas cylindricas *gg*, *bb*, *ii* ex metallo in aequali a ſe mutuo et axi vaſis continuato diſtantia verticali ſitu firmatas,

4) Aqua vaſi GIKH infuſa vas inane CDEF eidem inter rotulas circa axes volubiles *cc*, *dd*, *ee*, *ff* etc. ſubmerſum,

5) Operculum metallicum GH foraminibus praeditum, quae tranſitum facillimum concedant virgis cylindricis *gg*, *bb*, *ii*, vaſi GIKH impoſitum, ne aqua ex vaſe euaporare poſſit,

6) Aliud vas prismaticum AABB ex tenui lamina metallica conſtructum et in fundo prominentiis *g*, *b*, *i*, in aequali a ſe mutuo et medio fundi puncto diſtantia praeditum, ſimulque prominentias iſtas foraminibus inſtructas,

7) Vas AABB virgis metallicis impoſitum extremitatibus earum a foraminulis fundi vaſis rite receptis,

8) Totum apparatum ita conſtructum, vt vaſe AABB tot libris aquae onuſto, quot requiruntur, vt temperies per modicum temporis interuallum non ſenſibiliter mutetur (§. 1.) ſimulque thermometro, quod temperiem aquae prodat, vas CEFD ita aquae ſubmergatur, vt fundus vaſis AABB tantum digitum diſtet vel minus a ſuperficie aquae in vaſe GHIK ſtagnantis.

§. 5. Facile patet ex principiis hydroſtaticis.

1) Summam ponderum vaſis AABB, aquae in eo ſtagnantis, thermometri, virgarum *gg*, *bb*, *ii* et prominen-

minentiarum vaſis AABB, item vaſis inanis CEFD aequalem eſſe debere ponderi aquae, quae idem ſpacium occupare valet, quod occupat pars machinae aquae ſubmerſa.

2) decremento aquae ad euaporationem in vaſe AA BB expoſitae facto, totum apparatum eleuari debere, et quidem decrementa eſſe in ratione altitudinum, per quas eleuatur machina, propter virgas *g g*, *b b*, *i i* eiusdem vbique ſectionis normalis ad axin.

§. 6. His conſideratis vt ad propiorem machinae conſtructionem accedam, ſupponam,

1) Decrementum trium granorum eſſe obſeruandum.

2) Decremento trium granorum facto machinam eleuatam eſſe per duas lineas Lond.

3) pondus aquae, quae ſpacium vaſis CEFD et partium virgarum aquae ſubmerſarum occupare valet eſſe 42. librarum.

4) Volumen vnius pedis cubici Lond. aquae obtinere pondus 60. librarum.

5) Libram vnam conſtare ex 7680. granis med.

6) Altitudinem CE eſſe 24. digit. Lond.

7) digitum quadratum laminae metallicae, ex qua vas CEFD et AABB conſtructum, eſſe 60. granorum.

8) Latus fundi quadrati vaſis AABB eſſe 12. digit Lond. et altitudinem vaſis $6\frac{1}{2}$ digit.

erit 1) Volumen CEFD 1209375‴ ⊡

2) Sectio vaſis CEFD ad axin normalis 5040‴ □ ferme.

3) Diameter CF 801^{IV} +. area totius ſuperficiei vaſis

vaſis C E F D erit 4) 70440‴ □ ferme hinc.

5) Pondus vaſis CEFD erit 42264. gran. fiat paulo maioris ponderis e. g. vt 6. libras, ponderet.

6) pondus vaſis AABB erit 27360 gran. fiat vas AABB paulo maioris ponderis e. g. quatuor librarum.

7) Summa ponderum thermometri, virgarum *g g*, *b b*, *i i*; et prominentiarum fundi vaſis AABB vt duas libras excedat, non eſt neceſſe.

8) Cum capacitas vaſis tanta ſit, vt ſub altitudine 6 digit. Lond. 30 libras aquae continere poſſit, erit vaſe ad altitudinem ſex digitorum aqua pleno ſumma omnium ponderum aequalis 42 libris, et hinc ſubmergetur machina ita, vt fundus vaſis AABB digitum diſtet a ſuperficie aquae in vaſe GIKH ſtagnantis.

9) Secundum hyp. 2 et 3 coll. §. 4. n. 3. virgae portio ſub altitudine duarum linearum granum capere debet, hinc per calculum diameter ſectionis virgae normalis ad axin erit $1 \frac{6}{10}$ lin. Lond. ferme.

§ 7. Cum in iuſta virgarum craſſitie totum artificium conſiſtat et difficillimum ſit artifici menſuram aſſignatam exactiſſime obſeruare, vt virgae cylindricae iuſtam acquirant craſſitiem, iuuabit eas $1 \frac{6}{10}$ lin. craſſiores et quinque digitos longas parare et dein cuiuslibet virgae ponderis decrementum in aqua inquirere, quodſi ſuperet 25 grana, eas tenuiores reddere debet artifex et hoc continuare, vsque dum obtineatur craſſities ea, ſub qua virga quaelibet decrementum 25 granorum in aqua patitur.

§. 8. Si machina notatis cautelis conſtructa per duas lineas eleuatur decrementum trium granorum, ſi per li-

neam tantum, decrementum $\frac{1}{2}$ gr., ſi per dimidiam lineam, $\frac{1}{4}$ gr. ſi per quartam partem lineae eleuatur, decrementum $\frac{1}{8}$ gr. indicatur etc.

§. 9. Deſcripſi partes proprias machinae ſatis, addere tantum liceat ad aptam conſtructionem multam circumſpectionem et exactiſſimam fabriam requiri. Inprimis

1) Parietes vaſis CEFD, ac rotularum *c c*, *d d*, *e e*, *f f* etc. frontes politiſſimae et

2) Regulae *a a*, *b b*, etc. parietibus vaſis exacte parallelae eſſe debent.

3) Vas GIKH ſitum exactiſſime verticalem habere debet, qui obtinetur, ſi machina cochleis *k*, *l*, etc. inſiſtens auxilio cochlearum ſic collocatur, vt ponduſcula *m*, *n*, etc. ex filis *o m*, *p n*, etc. pendentia ex diuerſis vaſis partibus procumbentibus *o q*, *p r* etc. filis directionem permittant parietibus vaſis GIKH parallelam. His cautelis obſeruatis euitatur affrictus, qui machinae actionem prorſus impedire valeret.

4) Aquae altitudo in vaſe GIKH eadem ſemper ſervari debet, quare affundenda eſt aqua, ſi decreuit altitudo, vt cognoſcatur decrementum tubus vitreus incuruatus *Stv*. communicare debet cum vaſe.

5) Aquae in vaſe GIHK temperies etiam cognita eſſe debet, quia mutata temperie etiam denſitas aliquantum mutatur, thermometrum igitur etiam immergi debet aquae: tubus hinc vitreus *Stv*. tantae amplitudinis eſſe debet, vt thermometri bulbum recipere poſſit.

6) Vt iudicari ſtatim poſſit, quanta ſit elevatio machinae et hinc, quantum ſit decrementum. Scala *w y* adplicari debet parieti vaſis AABB in lineas Lond. et quartas

quartas partes lineae diuiſa et index w Z ex obuerſo firmari.

7) Notandum porro eſt, decremento tanto facto, vt machina eleuari amplius nequeat, ponduſcula decrementis aequalia vaſi iniicienda eſſe, vt machina in priſtinum ſitum redeat. Attamen ſi euaporatio celerrime ſit calore aquae inſigniter diſcrepante a temperie aëris, frequenter machina in priſtinum ſitum eſt reſtituenda, quod cum moleſtiam creare poſſit haud paruam, haud incongruum eſſet, machinam ſic inſtruere, vt virgae facillime mutari et loco virgarum ſolidarum tubi cylindrici eiusdem longitudinis et ponderis adhiberi poſſint. Amplitudo tuborum tanta fieri poteſt, vt decremento 60 granorum facto machina per linem eleuetur, i. e. diameter tuborum poteſt fieri 9 $\frac{7}{10}$ lin. + Si aqua calida euaporationi exponitur decrementa initialia ſunt maiora, tubi ergo initio machinae ſunt adplicandi, et obſeruanda eleuatio. Deinde appropinquante temperie aquae ad temperiem aëris, decrementa euaporatione facta aequali tempore erunt minora, hinc virgae ſolidae ſint aptandae machinae, vt decrementa minora exactius cognoſcantur.

Haec ſufficiere ad intelligentiam machinae euaporationi menſurandae inſeruientis credo, quare ſuperfluum cenſeo plura addere.

ANEMO-

ANEMOMETRVM
SVMMAM CELERITATVM CVIVSVIS VENTI ET SIMVL VARIATIONES DIRECTIONVM ILLIVS INDICANS.

AVCTORE
Michaële Lomonoſow.

CONSTRVCTIO

I.

Tab. IV. fig. 1. Conficiatur rota alata A, cuius ſingulae alae *a*, numero 16, ſint fagineae 24 pollices longae, 2 latae, craſſitie vero lineam vnicam haud ſuperantes, atque axi *b* infixae ita, vt ſitu ſuo ad axem conuergente efficiant angulos 22 ½ graduum. fig. 2. Maioris vero firmitatis gratia conſtringantur filo ferreo duplicato in *c* et *g* per ipſas traiecto.

II.

Axis *b* per foramina in ſummo margine capſulae ligneae BCDE, cui dimidium dictae rotae includitur, traiectus, cumque rota motus, dente *d* rotam aliam F duos pedes in diametro habentem et 800 dentibus inſtructam moveat, quae tympano *h* axi ſuo affixo circumagat rotam tertiam M, dimidii diametri et dentibus 400 praeditam, cum axe *p* diametri ſemipedalis, longitudine vero ¾ ſeu ⅞ pollicis adaequante.

III.

III.

Sint duo elateres *e* et *m*, ad tabulas laterales firmati. Prior, qui fortior eſt, rotam M ad tympanum *b* apprimet; pro lubitu funiculo *p q r* ab illo remouendam; poſterior erit flexibilior, et motum retrogradum rotae F prohibebit.

IV.

Rotae F et M tegantur tabula lignea tenui, lateri capſulae BCDE aequali, et ab omni parte probe muniantur contra humorum impreſſionem. Ad latus capſulae illius anguſtius BD firmetur perpendiculariter tabula Q, quinque pedes longa, latitudineae vero capſam adaequans, cum inciſuris pro lubitu ad machinam ornandam factis.

V,

Integra machina firmetur ad vectem CK, cuius pars inferior perforata eſt ſecundum longitudinem inſtar tubi ad funiculos recipiendos. Ex L vsque ad K ſit vectis figurae priſmaticae tetragonae, nempe quantum erit infra fornicem T T; reliquum erit figurae cylindricae, longitudinis et craſſitiei, ad machinam ſuſtinendam et ventorum impetum ferendum ſufficientis.

VI.

In fornice T T fiat foramen rotundum, aptumque ad vectem cylindricum capiendum; muniatur cono perforato G G ad fornicem firmato, et cono altero concauo R R, priorem tegente, atque vecti affixo ita, vt vectis in foramine libere moueri poſſit circa ſuum axem, et pluuia atque nix cono concauo R R a foramine arceatur.

ctione moti aeris congruente, anguſta capſula N N ſpectabit eam, vnde ventus ſpirat, plagam, quae illico ex ſubiecto amuſio innoteſcet; 2) Rota alata A vento mota, rotas F et M, ad inuolutionem funiculi *p l t* retardandam comparatas, mouebit ſimul cum axe *p*, ope dicti funiculi rotam H in capſula N N, circumuoluente. Quo fiet, vt pro diuerſa quantitate aeris praeterlapſi diuerſus quoque numerus graduum ſupra indicem *n* aſcendet. Hac ratione, abſente obſeruatore, notari poterit ſumma celeritatum venti cuiuslibet. Abſoluta ſcala in limbo rotae H deſcripta, deducatur elater e funiculo *p q r*, vt rota M cum axe *p* moueri poſſit extra contactum tympani *b*; et rota H reuoluatur in eum ſitum, in quo index *n* oſtendit rurſus in ſcala initium primi gradus; tandem vero funiculus remittatur; quo facto, rota M cum tympano *b* in contactu poſita ab eo rurſus moueri poterit. 3) Spirante vento, et rota H ex *u* verſus *y* vergente, deprimetur lumen *y* tubi *u y*, perque id Mercurius ex tubo in capſulam anguſtam N N, et ex illa per foramen *k* defluet in amuſii loculum, qui reſpondebit regioni, vnde ventus ſpirat. Et vento variante, Mercurius pro ratione depreſſionis luminis *y* effluet in loculos amuſii, regionibus, vnde ventus variabilis ſpirabit, correſpondentes. Scala abſoluta et mercurio in tubulo iamiam deficiente, fiat rotae H reuolutio modo ſuperius praeſcripto, et tubulus *u y* ope conuenientis infundibuli impleatur denuo Mercurio et foramen K ſtatim obturetur. Ex loculis amuſii ſingulis Mercurius ſeorſim effundatur per epiſtomia *z*, in tubulum eiusdem luminis cum tubulo *u y*, et per diuerſam altitudinem Mercurii in aequales gradus deſtributam, noteturtur

retur eius diuerſa quantitas. Vltimo foramen *k* aperiatur; vt Mercurius per capſulam NN in loculos amuſſi demuo ex tubulo vitreo defluere poſſit. Quoniam autem quantitas Mercurii in tubulo *u y* gradibus ſingulis in ſcala deſcriptis in ſingulis partibus proportionalis eſt, quod ex conſtructione patet; ex diuerſa igitur quantitate Mercurii in loculis contenti conſtabit, quantum aeris ex quauis regione dato tempore praeterfluxerit, atque adeo pro ſingulis diebus et menſibus, proque integro anno a ſedulo obſeruatore ſine incommodo obſeruari et determinari poterunt directiones et quantitates aeris praeterlabentis, quod maximum emolumentum meteorologiam colentibus afferre poſſe nemo inficiabitur.

---

* INQVISITIO IN RATIONEM PHAENOMENI, CVR AQVA PROFVNDA IN VASIS HOMOGENEAE MATERIAE PLVS EVAPORET, QVAM AQVA MINVS PROFVNDA ET CONFIRMATIO EXPERIMENTO NOVA RATIONE INSTITVTO.

AVCTORE
G. W. Richmann.

§. 1.

Aquae caeteris paribus euaporationem eſſe in ratione ſuperficierum aëri expoſitarum, nemo facile negabit, ſic vt experimentis propoſitionem confirmando ſuperſedere poſſim. Si vero profunditates aquarum diſcrepant et maſſae, ſuperficies vero aëri expoſitae ſunt aequales, quid tunc obtineat, difficile dictu videtur.

§. 2. Euaporationem aquae magis profundae Cl. Krafftius maiorem affirmauit cum Edm. Halleyo et veritatem rei experimentis ſaepius repetitis confirmauit. Fuerunt etiam, qui contrarium aſſeruerunt. Repugnantes ſententiae effecerunt, vt officii mei eſſe putauerim inquiſitionem nouam rei ſuſcipere, quod cum fecerim Cl. Krafftii aſſertum ſemper confirmatum vidi, quotieſcunque Experimentum inſtitui. Quomodo inſtituerim nunc exponam.

§. 3.

(*) Licet autor haec cogitata antea tradiderit, quam quae de decremento et incremento caloris et de euaporatione cum ſocietate communicauit, et quae Tomo I. inſerta ſunt; tamen conuenient us iudicauit haec reſeruare Tom. II. Comm. N. quia iſta lucem hiſce affundere poſſunt.

§ 3. Die 28. Iulii, per totam diem temperie aëris non ſuperante gr. 126. Therm. De l'Isle neque infra 120. exiſtente, duo vaſa A et B vitrea, aqua impleta et in bilance aequilibrata expoſui aëri quieto vmbroſo ſic, vt ſuperficies aëri expoſitae eſſent in eodem plano horizontali. Tab. V. fig. 1.

Vas A erat cylindricum et diameter luminis $a\,b$ $2\frac{1}{2}$ poll. Lond. altitudo vaſis erat vnius poll. +, craſſities parietum vero quarta pars lineae circiter.

Vas B coni truncati figuram referebat, diameter luminis $c\,d$ erat $=$ $g\,b$ $= 2\frac{1}{2}$ poll. Lond. altitudo vero paululum maior quam trium pollicum Londinenſium: craſſities parietum erat, vt craſſities parietum vaſis A. Baſeos diameter vix quinta parte lineae minor erat diametro orificii, vt figura coni truncati a figura cylindrica vix receſſerit.

Vaſi A infudi tantum aquae vt altitudinem vnius pollicis in vaſe acquireret, vaſi B vero tantum vt altitudinem trium pollicum obtineret. Superficies hinc aquae in vaſe B erat minor, quam ſuperficies aquae in vaſe A, ob $g\,b$ minorem quam $c\,d$ conſeq. minorem quam $a\,b$ et $e\,f$. Erat ſimul ſuperficies aquae in vaſe B magis depreſſa, in vaſe A vero minus depreſſa infra orificium vaſis. Euaporatione vero fiente, ſuperficies aquae in vaſe B ſemper minui debebat, in vaſe A vero conſtanter eadem manebat: at nihilominus vaſis per duodecim horas in aëre tranquillo pendulis, obſeruaui profundius vas plus euaporaſſe quam minus profundum. Die 29. et 30. continuauit euaporatio, die 31. qui humidus erat nullam lancis inclinationem obſeruaui. Experimentum poſtea ſaepius repetii ſemper cum eodem euentu. Notaui quidem etiam quantum exacte qualibet vice euaporat.o ex vaſe profun-

diori ſuperauerit euaporationem ex vaſe minus profundo, ſed cum euentus in experimentis diuerſo tempore captis diſſimillimi eſſent, ſine ratione, quid notauerim, addere nolui. Silentio autem non praeterire poſſum, ſuperficies aquae poſt vnum alterumque diem cuticula interdum obductas fuiſſe, quae euaporationem impediuit, vt vix ſenſibilis eſſet.

§. 4. Rationem cur vaſa dicto modo comparata et dicto modo impleta adhibuerim vt afferam e re eſſe videtur: ſuſpicio mihi ſubnaſcebatur, facile eligi poſſe vaſa talia, quae licet ad ſenſum vnius diametri eſſent, nihilominus ratione diametrorum diſcreparent, quo caſu, ſi diameter profundioris vaſis eſſet maior, euaporatio ob ſuperficiem maiorem maior eſſe deberet ex profundiori vaſe, et ſi diameter vaſis minus profundi eſſet maior, euaporatio ob ſuperficiem maiorem ex vaſe minus profundo maior eſſe deberet: elegi hinc maius vas tale, de quo certus eram ſuperficiem aquae aëri expoſitam eſſe minorem in eo, quam ſuperficiem aquae in vaſe minori. Deinde etiam dubitaui, an exacte vaſa ſic implere poſſem, vt aqua in vtroque vaſe in eadem diſtantia ab orificio vaſis ſtagnaret, et cum ex hac circumſtantia diſparitatem metuerem, ſic impleui aqua profundius vas vt ad ſenſum profundior eſſet ſuperficies aquae aëri expoſita in profundiori vaſe infra orificium vaſis, quam in vaſe minus profundo. Curaui ſimul vt ſuperficies aquae aëri expoſitae eſſent in eodem horizontali plano, ne diuerſa preſſio aëris diuerſitatem gignere videretur. Preſſione enim aëris minori minus euaporaſſe obſeruatum eſt. (*)

§. 5.

(*) Philos. Trans. (n. 171.)

§. 5. Cum ex profundiori vaſe non ſolum ob minorem ſuperficiem, ſed etiam ob profunditatem maiorem ſuperficiei infra orificium vaſis minus euaporare deberet, quam ex vaſe minus profundo, et nihilominus ex profundiori vaſe plus euaporet, legitime concludi poſſe iudico, ex vaſe profundiore eo magis plus euaporare debere, ſi ſuperficies aquae aëri expoſitae ſint aequales et ſuperficierum profunditates infra orificia vaſorum pariter aequales.

§. 6. Nunc reſtat, vt etiam in rationem phaenomeni inquiram; vbi ſtatim conſidero euaporationem fieri in atmoſphaera, medio quodam raro, multis et frequentibus viciſſitudinibus obnoxio. Illa enim licet Thermometra, Barometra, Manoſcopia et hygroſcopia et anemometra noſtra variationes eius minimas non indicent, modo eſt frigidior modo calidior, modo magis premens, modo minus premens, modo denſior modo rarior, modo humidior modo ſiccior, modo vehementer agitata modo lenius, modo tranquilla. Si igitur atmoſphaera talis ſuperficiebus aquae aequalibus imminet et vaſorum parietes ambit, in quibus aqua ſtagnat, etiam mutationem in illa producat neceſſe eſt, qualiſcunque illa demum ſit.

§. 7. Indubiae veritatis et facilis obſeruationis eſt

1). Duabus maſſis aqueis aequalibus aeque calidis et earundem ſuperficierum eidem aëri frigidiori vel calidiori, quam maſſae aquae ſunt, expoſitis, vtramque maſſam temperiem aëris aequali tempore obtenturam.

2). Duabus aequalibus maſſis aquae aeque calidis, ſed diuerſarum ſuperficierum eidem aëri frigidiori vel calidiori, quam ipſa ſunt, expoſitis, maſſam ſuperficiei maioris

temperiem aëris citius obtenturam, quam maſſam minoris ſuperficiei.

3) Duabus maſſis aqueis, aeque calidis, earundem ſuperficierum, eidem aëri frigidiori vel calidiori expoſitis, quam ipſae maſſae aquae ſunt, maſſam minorem citius temperiem aëris acquiſituram, quam maiorem maſſam. Hinc videtur concludi poſſe,

4) Si maioris maſſae ſuperficies habeat ad minoris maſſae ſuperficiem rationem minorem, quam maſſa maior ad maſſam minorem, minorem maſſam temperiem aëris citius obtenturam, quam maiorem maſſam, et

5) Si maioris maſſae ſuperficies habeat ad *minoris* maſſae ſuperficiem rationem multo maiorem, quam volumen maſſae maioris habet ad volumen maſſae minoris, maiorem maſſam citius temperiem aëris conſecuturam, quam minorem maſſam. Haec omnia obſeruationibus vulgaribus et exinde elicitis concluſionibus probabilia redduntur, poſſent tamen etiam experimentis, ſi vaſa apte parata ad manus eſſent, indubia reddi.

1) Ad propoſitionem (*n* 2) confirmandam enim poſſet parari vas cubicum A cuius latus eſſet 6. pol. et aliud vas parallelepipedae B. cuius baſeos latus alterum eſſet 18. poll. alterum 6. poll. et altitudo 2. poll. Erunt enim ſic ſuperficies capacitatum, vt 216 : 312. volumina vero aequalia, quae continere poſſunt. Vel poſſet etiam adhiberi vas ſphaericum C et conicum D. vaſis conici altitudo ſit aequalis radio ſphaerae, baſis coni vero aequalis ſuperficiei ſphaerae. Talia enim vaſa capient aequalia volumina, ſuperficies vero ſphaerae erit ad ſuperficiem Coni vt 31400 ad 66506.

II)

II) Ad propoſitionem (*n* 3) confirmandam eligatur vas cubicum (A) et paretur aliud vas parallelepipedale, (E) cuius latus baſeos alterum ſit 18. poll. alterum 3. poll. altitudo vel 2. $\frac{4}{7}$ poll. Capacitates vaſorum enim hic erunt vt 216. ad 139 ferme, ſuperficies vero aequales.

III) Ad propoſitionem (*n*. 4) confirmandam vas concium (F) et vas cylindricum (G) vtrumque eiusdem altitudinis adhiberi poſſet. Diameter vaſis conici maxima ſit aequalis diametro cylindrici vaſis. Erit enim talis conus ad talem cylindrum vt 1 ad 3. ſuperficies vero coni ad ſuperficiem cylindri erit vt $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{5}$ ad $\frac{6}{4} = 1223 : 2400$. Eſt $2400 : 1223 < 3 : 1$.

IV) Ad propoſitionem *n*. 5. confirmandam fiat vas prismaticum baſeos quadratae, latus baſeos ſit 10. poll. altitudo vnius poll. et vas alterum cubicum, cuius latus ſit quatuor pollicum. Erunt hic ſuperficies $= 240 : 96$; capacitates $= 100 : 64$. Eſt vero $240 : 96 > 100 : 64$.

Vel ad propoſitionem (*n* 4) confirmandam parari poteſt cubicum vas, cuius latus 4. poll. et alterum vas pariter cubicum cuius latus 10. poll. Erit enim hinc ſuperficies capacitatis minoris vaſis ad ſuperficiem capacitatis maioris vaſis vt 4. ad 25. capacitas vero minoris vaſis ad capacitatem maioris vt 8. ad 125. Et $25 : 4 < 125 : 8$.

V) E re etiam eſſet adhibere vaſa, quorum capacitates ſint in ratione ſuperficierum capacitatum e. g. vas ſphaericum (C) diametri 4. poll. vel vas cubicum (H) cuius latus 4. poll. et vas cylindricum (G) eiusdem diametri et altitudinis cum vaſe ſphaerieo vel vaſe cubico, vt pateat, an tempora refrigerationis hoc caſu ſint aequa-

 lia,

lia, vel in qua ratione praeciſe ſint; Notandum vaſa debere habere aperturas aquae et thermometris excipiendis aptas.

§. 8. Licet adcurata experimenta non habeamus quibus dicta §. 7. probentur, vulgares tamen experientiae et obſeruationes aliqua ex parte de veritate propoſitionum teſtantur. Globus ferreus magnus candefactus tardius frigeſcit, quam globus paruus ferreus, quia ſuperficies globi maioris habet ad ſuperficiem globi minoris minorem rationem, quam globus maior ad globum minorem. Filum ferreum tenuiſſimum et longum cito in aëre frigeſcit poſt candefactionem, globus vero ferreus, ſi ſextam (e. g.) partem ponderis fili habet, ſimiliter candefactus tardius frigeſcit. Hic enim ſuperficies maioris habet ad ſuperficiem minoris maſſae maiorem rationem, quam maſſa maior ad maſſam minorem. Dum potum Thee bibimus, ex vaſculo parum potus infundimus alii vaſculo, in quo maiorem aqua ſuperficiem acquirit, quin flatu oris ſuperficiem excauamus, vt adhuc maior reddatur ſuperficies, ad refrigerationem accelerandam.

§. 9. Ad vaſa in experimento noſtro adhibita ſi reflectimus, ſuperficies aquae aëri expoſitae ſunt aequales et omnes ſectiones ſuperficiei aquae parallelae tantum non aequales. Ponatur ſuperficies aëri expoſita $= aa$, profunditas profundioris $= b$, alterius $= b - c$, erit volumen profundioris $= a^2 b$, ſit diameter ad peripheriam $d : p$, erit diameter vaſorum $= 2a\sqrt{\frac{d}{p}}$; peripheria $= 2a\sqrt{\frac{p}{d}}$, hinc ſuperficies profundioris aquae $= 2a^2 + 2ab\sqrt{\frac{p}{d}}$, ſuperficies minus profundae $= 2a^2 + 2ab\sqrt{\frac{p}{d}} - 2ac\sqrt{\frac{p}{d}}$, et volumen minus profundae $= aab - aac$. Erit igitur $a^2 b : a^2 b - a^2 c = a^2 + 2ab\sqrt{\frac{p}{d}} : 2a^2 + 2ab$

$\surd$

$\sqrt{\frac{p}{d}} - 2\,ac\sqrt{\frac{p}{d}} - \frac{2a^2c}{b}$, quae vltima quantitas minor eſt quam ſuperficies aquae minus profundae $2\,a^2 + 2\,ab\sqrt{\frac{p}{d}} - 2\,ac\sqrt{\frac{p}{d}}$.

Superficies ergo minoris maſſae non continetur in ſuperficie maioris maſſae toties, quoties continetur minor maſſa in maſſa maiori, i. e. ſuperficies maioris maſſae habet ad ſuperficiem minoris maſſae rationem minorem, quam volumen maius ad volumen minus. Hinc ſec. §. 7. n. 4. minor maſſa citius quam maior maſſa, aëri certae temperiei expoſita, temperiem aeris obtinere debet. Cum diameter vaſorum ſit 25‴, altitudo maioris vaſis 30‴, altitudo minoris 10‴, erit ſuperficies interna maioris vaſis 33″ 30‴ □, ſuperficies interna minoris vaſis 17″ 64‴ □; Volumen quod contineri poteſt minori ſuperficie erit 4″, 906‴ ⧈; Volumen quod contineri poteſt maiori ſuperficie 14″, 718‴ ⧈. Volumen ergo minoris continetur in volumine maioris ter, ſuperficies vero minoris in ſuperficie maioris nondum bis.

§ 10. Si nunc conditio euaporationis aquae ponitur

1) Superficiei eius expoſitio aëri, qui diuerſam temperiem habet a temperie aquae. Si

2) differentia inter temperiem aëris et aquae maiori exiſtente euaporatio maior ſtatuatur. Si

3) temperie aëris aequali temperiei aquae euaporatio minima fieri ponatur, patet 1) conditionem euaporationis citius ceſſare in maſſa minori quam in maſſa maiori, cum minor maſſa, poſitis conditionibus experimenti, temperiem aëris citius conſequatur, quam maior maſſa. Hinc mutatione aëris reſp. temperiei facta, (quod frequenter

 fit,

ſit, cum continuae in aëre ſint viciſſitudines) qualibet vice diutius durare debet euaporatio inſignis in maſſa maiori, quam in maſſa minori. Hinc mirum non eſt, plus euaporare ex maſſa maiori quam maſſa minori.

2) Patet, cum maſſae minoris calor celerius decreſcat vel creſcat, et hinc poſt certum tempus differentia inter temperiem aëris externi et maſſae minoris aquae minor ſit, quam differentia inter temperiem eandem aëris et temperiem maſſae maioris poſt idem tempus, euaporationem maſſae maioris poſt quodlibet interuallum maiorem eſſe debere, quam euaporationem maſſae minoris.

§. 11. Si aër frigidior eſt quam aqua, euaporationem fieri eo celerius, quo maior eſt differentia inter temperiem aëris et aquae nemo dubitabit.

Si aër calidior eſt, quam aqua euaporanda, calor aëris diſtribuitur per aquam, et motus inteſtinus particularum hinc fit maior, hinc aqua aptior fit euaporationi, quemadmodum omnis ſolutio calore accedente celerius ſuccedit.

§. 12. Si humidior redditur aër quam antea et ſimul frigidior quam maſſa euaporanda, euaporatio, ſi quaedam contingit, minor erit, quam ſi aër ſiccus eſſet. Ex minori tamen maſſa ob eandem ſupra allatam rationem minor euaporatio continget, quam ex maiori maſſa poſitis conditionibus experimenti.

§. 13. Si vero humidior redditur aër et ſimul calidior, quam aqua euaporanda, particulae humidae aëris, videntur tendere ſuperficiem frigidiorem aquae verſus, et augere diutius maſſam minorem, quam maſſam maiorem.

Hinc

Hinc humiditas aëris calidioris, quam maſſa aquea euaporanda eſt contrarium efficere videtur, ſcil. minorem euaporationem maſſae maioris quam maſſae minoris. Reuera tamen, cum hoc augmentum non poſſit eſſe alicuius momenti, cum paucae particulae per aërem diſperſae ſuperficiem aquae offendere poſſint, et ſi etiam ponatur alicuius momenti, non poteſt dici euaporationem minoris maſſae eſſe maiorem, cum euaporatio nulla hoc caſu fiat.

§. 14. Si dicta bene perpendimus ratio profunditatis aquae minus eſt habenda, quam maſſarum ad euaporationem expoſitarum et ſuperficierum earundem, tam earum quibus maſſae comprehenduntur, quam earum, quae aëri frigidiori expoſitae ſunt. (§. §. 7. 10. 1.)

§. 15. Licet euaporationes aquarum in vaſis in aëre pendulis et tenuium parietum homogeneaeque materiae ſint ſic comparatae, vt maior et profundior maſſa plus euaporet, quam minor et minus profunda maſſa, ſuperficiebus aequalibus aquae aëri expoſitis, et ſuperficie maioris maſſae ad ſuperficiem minoris maſſae habente rationem minorem, quam volumen maius ad volumen minus. Non tamen aſſerere audeo, ad maiores maſſas aqueas e. g. maria, lacus, fluuiosque id adplicari poſſe. Alius enim calor adplicatur maſſis in minori a ſuperficie telluris diſtantia, alius in maiori, alius in hoc alueo, alius in alio heterogeneo. Aquae ipſae ſunt diuerſarum grauitatum ſpecificarum et diuerſis particulis grauidae, hinc magis vel minus euaporationi aptae vt in tanta uarietate nihil certi poni poſſit; quemadmodum nonnulli, e. g. Edm. Halley Anglus, fecerunt, licet celeberrimi alias philoſophi. Veroſimilli-

ſimillimum tamen eſt in iis regionibus vbi calor ſuperficiei telluris plus ſuperat calorem atmoſphaerae quam in aliis, euaporationem maiorem eſſe debere caeteris paribus et in iis vbi aër ventis vehementioribus agitatur iterum euaporationem eſſe maiorem. Verbo infinitas ingenium in rem pertinacius inquirens offendit circumſtantias, quae faciunt, vt nihil certi determinare poſſit. Hinc etiam pedem hic figo, et acrioris acuminis viris inueſtigationem relinquo.

DE

DE EVAPORATIONE
EX AQVA FRIGIDIORI AERE OBSERVATIONES ET CONSECTARIA.

AVCTORE
G. W. Richmann.

De euaporatione ex aqua calidiori aëre quaedam commentariorum noſtrorum nouorum primo Tomo inſerta ſunt; nunc obſeruationes de euaporatione ex aqua frigida in aërem calidiorem ſequuntur. Hunc in finem menſe Iulii et Auguſti ſequentia inſtitui experimenta.

Experim. I.

quod per 9. horas et 20. m. pr. durauit.

§. 1. Ollam vitreatam lanci impoſui, aquam frigidam ei infudi et Thermometrum Fahr. aquae immerſi. Contrapondio deinde alteri lanci impoſito ad aequilibrium perduxi bilancem. Diameter ſuperficiei circularis aquae aëri expoſitae erat 6'' 7''' Lond. Bilance ad aequilibrium perducta notaui tempus, temperiem aquae, temperiemque aëris ambientis. Hora VIII. matutina in loco, vbi aër libere accedere potuit incepi obſeruare et fuit

Tempus	Temperies aquae	Temperies aëris
initio	40. gr. Therm. Fahr.	$63\frac{1}{2}$ gr. Th. Fahr.
poſt 37 m. pr.	44	$63\frac{1}{2}$

Simul vero lanx, in qua aqua euaporationi expoſita erat, deſcendebat: et cum attentus apparatum omnem contemplarer, ſuperficies externa ollae guttulis minimis inſtar roris obducta cernebatur vsque ad altitudinem ad quam aqua

in olla ſtagnabat. Phaenomenon hoc paradoxon videri haud potuit, cum idem per vulgares obſeruationes, licet nondum exacte definitas iam dudum conſtabat Reducta deinde ad aequilibrum bilance, obſeruabatur

	Temp. aq.	Temp. aër.	
poſt 51 m. pr.	46	$63\frac{1}{2}$	
- - 63	47	$63\frac{1}{2}$	

Hic rurſus lanx, in qua maſſa aquea examinanda locata erat, deſcendebat, aequilibrioque reſtituto obſeruabatur

- - 72	48	$63\frac{1}{2}$	
- - 95	52	$63\frac{1}{2}$	

Eadem pars bilancis inclinabat, aequilibro tamen reſtituto mox eleuabatur, indicio euaporationem fieri ex maſſa aquea euaporationi expoſita, ſaltem guttulas parietibus vaſis adhaerentes cum aëre ambiente rurſus uniri.

- - 140	55	$63\frac{1}{2}$	

Hic tredecim grana obſeruabantur receſſiſſe, pars tamen guttularum roris emularum cernebatur in ſuperficie ollae reſidua. Erat

poſt 290 m. p. - - - 55 - - - $64\frac{1}{2}$ - - - et octuaginta quinque grana receſſerant, vaſisque ſuperficies ſicca apparebat.

poſt 330	63	$64\frac{1}{2}$	105 gr.
- - 358	63	$64\frac{1}{2}$	125
- - 375	63	$64\frac{1}{2}$	141
- - 405	63	65	161
- - 438	63	63	194
- - 470	63	65	224
- - 500	$63\frac{1}{2}$	65	239

- - 535 - - - 63½ - - - 65 - - - 259 - -
- - 560 - - - 63 - - - 65 - - - 277. - -

Experim. II.

duravit 10. horas 52. m. p.

§. 2. In eodem vaſe eodem modo inſtitui experimentum et incepi hora III. pomeridiana. Erat initio

Temp. aq.	Temp. aër
38 - - - -	65½ - - -

poſt 23. m. p. nulla inclinatio bilancis obſeruabatur, neque guttulae vllae roris aemulae cernebantur in parietibus ollae, licet in poculi argentei et alius argentei deaurati parietibus, quibus glaciem immiſi, largiſſime collectae adparebant, vt ad parietes vaſorum defluerent.
poſt 37. m. p. - - - 44 - - - 65 - - erat acceſſus humoris ex aëre trium tantum granorum, et paucae guttulae vix obſeruabiles ex vna parte ſuperficiei vaſis cernebantur.

Temp. aq. Temp. aër. - -
poſt 92 m. p. - - 51 - - - - - 65 - - - Hic octo grana receſſerant, et cum parietes vaſis ſicci apparebant euaporationem notare incepi. Erat

poſt 112 m. pr.	53	65	8 evap.
- - 142	55	65	13 - -
- - 172	56	64	25 - -
- - 202	57½	64	40 - -
- - 232	58	64	52 - -
- - 267	58½	63	68 - -
- - 292	59	63	77 - -

	Temp. aq.		Temp. aër.		
- -	322	59	63	92	gr.
- -	427	59	60	151	- -
- -	457	59	60½	167	- -
- -	497	59	60	181	- -
- -	582	59	60	227	- -
- -	652	58½	60	256	- -

Experim. III.

quod durauit per 13. horas.

§. 3. In eodem vaſe eodem modo et eodem apparatu tempeſtate ſerena hora X antemeridiana incepi obſervationes, quas ſequenti tabella communicabo, in qua quantitatem vaporum collectorum ex aëre ambiente antequam euaporatio incepit, ſigno — praefixo, quantitatem aquae euaporatae vero ſigno + indico.

Tempus	Temp. aq.	Temp. aër.	Evap.
initio	38	64½	0 gr.
poſt 20. m. p.	41	64½	— 6 -
- - 40	44½	64½	— 12 -
- - 144	54	64½	+ 13 -
- - 180	56½	65	+ 23 -
- - 200	57½	65	+ 32 -
- - 230	58½	65	+ 36 -
- - 260	59½	65½	+ 49 -

Parietes ollae hic ſicci apparebant; Erantque â 260 m. p. ad 280 m. p. 6 grana euaporata.

- - 280	59½	65¼	+	6 gr.
- - 300	60	65½	+	12 -
- - 320	60½	65½	+	18 -

460

- - 460	- - 62½	- - 65½	- - + 60 -
- - 580	- - 62¼	- - 64	- - + 96 -
- - 700	- - 61½	- - 63	- - + 141 -
- - 740	- - 61	- - 63	- - + 159 -
- - 760	- - 61	- - 63	- - + 170 -
- - 780	- - 61	- - 63	- - + 178 -

Experim. IV.

quod durauit 9. horas et 36. m. p.

§. 4. In eodem vaſe eodem modo et eodem adparatu hora ſecunda pomeridiana obſeruationes incepi.

Temp. - - -	Temp. aq. - - -	Temp. aër - - -	Euap.
initio - - -	58½ - - - -	66 - - - - -	0
poſt. 23 - - -	59 - - - -	64½ - - +	10 gr.
- - 50 - - -	59½ - - - -	64½ - - +	20 -
- - 73 - - -	59⅔ - - - -	64½ - - +	30 -
- - 95 - - -	60 - - - -	64½ - - +	40 -
- - 117 - - -	60½ - - - -	64½ - - +	50 -
- - 135 - - -	60½ - - - -	64½ - - +	60 -
- - 163 - - -	60¾ - - - -	64½ - - +	70 -
- - 194 - - -	61 - - - -	64½ - - +	80 -
- - 248 - - -	61½ - - - -	64½ - - +	100 -
- - 303 - - -	61¼ - - - -	64½ - - +	120 -
- - 370 - - -	62 - - - -	64 - - +	140 -
- - 436 - - -	62 - - - -	64 - - +	160 -
- - 510 - - -	62 - - - -	64 - - +	180 -
- - 576 - - -	61 - - - -	63 - - +	200 -

Experim. V.

quod durauit per 4. horas et 45. m. pr.

§. 5. In eodem vaſe eodem modo et eodem apparatu hora matutina IX incepi obſeruationes.

Tempus	Temp. aq.	Temp. aër.	euaporatio
initio	43	75	0
poſt. 6 m. pr.	48	75	lanx in qua

aqua poſita erat deſcendebat, et ſuperficies ollae externa vsque ad altitudinem, ad quam aqua in vaſe ſtagnabat, guttulis minimis roris aemulis obducta cernebatur ita, vt

	Temp. aq.	Temp. aër.	euaporatio
poſt 9. m. pr.	49	75	— 10 gr.
- - 15	$54\frac{1}{2}$	$75\frac{1}{2}$	— 15 -
- - $21\frac{1}{2}$	$57\frac{1}{2}$	76	— 17 -
- - 30	$61\frac{1}{2}$	$76\frac{1}{2}$	— 20 -
- - 46	$64\frac{1}{3}$	78.	

hic non amplius humiditates ex aëre accedere, ſed ſeptem grana receſſiſſe obſeruabantur et guttullae ſuperficiei ollae adhaerentes ex parte euaneſcere incipiebant.

poſt 54	$65\frac{1}{4}$	78	+ 10 gr.
- - 61	$67\frac{1}{4}$	$77\frac{1}{2}$	+ 12 -
- - 65	$68\frac{1}{3}$	$77\frac{1}{3}$	+ 15 -
- - 70	69	$77\frac{1}{3}$	+ 20 -
- - 74	$70\frac{1}{3}$	$77\frac{1}{2}$	+ 22 -
- - 79	$70\frac{2}{3}$	$77\frac{1}{3}$	+ 27 -
- - 83	72	$77\frac{3}{4}$	+ 33 -

Guttulae nullae roris aemulae amplius obſeruabantur in ſuperficie externa ollae. Quare euaporationem aquae notare coepi quae neceſſario ex ſola aquae ſuperficie fieri debebat.

bebat. Ad aequilibrium perducta bilance, lanci in qua aqua examinanda poſita erat, 20. grana impoſui, quo aequilibrium tollebatur, et expectaui donec aequilibrium reſtitueretur, eratque.

	Temp. aq.	Temp. aër.	Euaporat:
poſt 107 m. p.	73½	78	+ 20 gr.
144	74	78½	+ 50
156	74	78⅔	+ 70
174	74	79	+ 90
188	74	79	+ 110
266	73½	80	+ 230.

Maſſa euaporationi expoſita in hoc experimento cum thermometro, quod aëris temperiem notabat, radiis ſolis expoſita erat.

Experim. VI.

quod durauit per 3. horas et 34. m. pr.

§. 6. In eodem vaſe eodem modo et adparatu pomeridiano tempore hora ſecunda obſeruationes inchoaui. Initio maſſa euaporationi expoſita cum thermometro, quod aëris temperiem notabat, radiis ſolis expoſita erat.

Tempus	Temp. aq.	Temp. aër.	Euap.
intio	42½	87	0
poſt. 6. m. pr.	47½	85	— 5 gr.
29	57⅓	80	— 11
46	62⅓	83	+ 6
71	66	83	+ 10.

Parum humiditatis, quae ex aëre acceſſerat cernebatur adhuc in ſuperficie ollae. Hinc euaporationem ex ſuperficie aquae hic notare coepi, quo tempore ſimul maſſa euaporationi

rationi expoſita ab incurſu radiorum ſolarium liberabatur. Erat interuallo 26. m pr. nimirum.

		Temp. aq.	Temp. aër.	Euap.
poſt.	97. m. p.	68	79	+ 10 gr.
- -	114	68½	78	+ 20 -
- -	130	69	77	+ 30 -
- -	146	69⅔	76½	+ 40 -
- -	157	70	76½	+ 50 -
- -	175	70½	76	+ 60 -
- -	185	70⅔	75½	+ 70 -
- -	195	71	74⅓	+ 80 -
- -	204	71	75	+ 90 -
- -	214	71	74	+ 100. -

§. 7. Has obſeruationes in ſequentes tabulas redegi, vt ſtatim pateret, quantum ſingulis temporibus aequalibus euaporauerit. In prima columna exſtant Tempora, *in ſecunda* columna pondera euaporata.

Experim. I.

	I.	II.	
hora	1 a 95. m. p. ad 155.	15	grana ferme.
- -	2	32	- - -
- -	3	32	- - -
- -	4	32	- - -
- -	5	46	- - -
- -	6	55⅓	- - -
- -	7	38	- - -
- -	8	31	- - -

Expe-

Experim. II.

Hora 1 a 92 ad 152 m. p. $17\frac{1}{2}$ grana ferme.
- - 2 - - - - 27 - - -
- - 3 - - - - 26 - - -
- - 4 - - - - $28\frac{1}{3}$ - - -
- - 5 - - - - 34 - - -
- - 6 - - - - 32 - - -
- - 7 - - - - 24 - - -

Experim. III.

Horo 1 a 260 ad 320 18 grana ferme.
- - 2 - - - 18 - -
- - 3 - - - 18 - -
- - 4 - - - 18 - -
- - 5 - - - 18 - -
- - 6 - - - $22\frac{1}{4}$ - -
- - 7 - - - $22\frac{1}{4}$ - -
- - 8 - - - 25 - -
- - 9 - - - 28 gr. circiter.

Experim. IV.

Hora 1 - - - - - 24 gr.
- - 2 - - - - - 27 -
- - 3 - - - - - 21 -
- - 4 - - - - - 22 -
- - 5 - - - - - 21 -
- - 6 - - - - - 19 -
- - 7 - - - - - 18 -
- - 8 - - - - - 17 -
- - 9 - - - - - 18 -
- - 10 - - - - - 17. -

Experim. V.

Horae	$\frac{1}{3}$ a 46 ad 66 m. pr.	$10\frac{5}{6}$	ſumma 46 gr.
- -	$\frac{2}{3}$	$17\frac{2}{3}$	
- -	$\frac{3}{3}$	$17\frac{1}{2}$	
- -	$\frac{4}{3}$	$17\frac{1}{6}$	- - $62\frac{1}{4}$ gr.
- -	$\frac{5}{3}$	$17\frac{5}{6}$	
- -	$\frac{6}{3}$	$27\frac{1}{4}$	
- -	$\frac{7}{3}$	$26\frac{1}{3}$	- - $77\frac{5}{6}$ gr.
- -	$\frac{8}{3}$	26	
- -	$\frac{9}{3}$	$25\frac{1}{2}$	
- -	$\frac{10}{3}$	$25\frac{1}{2}$	- - 71 gr.
- -	$\frac{11}{3}$	$25\frac{1}{2}$	
- -	$\frac{12}{3}$	20	

Experim. VI.

Horae	$\frac{1}{3}$	8 gr.	ſumma 25 gr.
- -	$\frac{2}{3}$	$7\frac{10}{13}$ gr.	
- -	$\frac{3}{3}$	$9\frac{1}{2}$ gr.	
- -	$\frac{4}{3}$	$11\frac{1}{4}$ gr.	- - 38 gr.
- -	$\frac{5}{3}$	$12\frac{1}{2}$ gr.	
- -	$\frac{6}{3}$	15 gr.	
- -	$\frac{7}{3}$	16 gr.	- - 57 gr.
- -	$\frac{8}{3}$	21 gr.	
- -	$\frac{9}{3}$	20 gr.	

§. 8. Ad obſeruationes allatas ſi reſpicimus et eas comparamus videre eſt.

1) Initio

1) Initio colligi vapores, ſi differentia inter temperiem aëris et aquae ſuperat 15. gradus Therm. Fahr. Exp. I. II. III. temperie aëris inter 60. et 70. gradum ſubſiſtente; ſi vero temperies aëris inter 75. et 87. gradum ſubſiſtat, colligi vapores ſi differentia inter temperiem aëris et aquae ſuperet viginti gradus. Exp. VI.

2) Quo maior eſt calor aëris (1) eo calidiorem reddi debere aquam, donec collectio vaporum non obſeruetur amplius, ſed euaporatio ſolum: collatis obſeruationibus Exp. I. II. III. cum obſeruationibus Exp. V. et VI. (2) eo largiorem fieri euaporationem.

3) Initio euaporationem eſſe minorem, deinde augeri collatis Tabulis ad Exp. I. II. III. V. VI. et tandem rurſus minui collatis tabulis ad Exp. I, III. V.

§. 9. Si in rationes phaenomenorum inquirendum eſt, reuoco in memoriam ea, quae ad explicandam legem decrementi caloris attuli, vbi in explicatione ratio habita eſt diuerſae elaſticitatis aëris frigidi affluentis et aëris calidi recedentis. Incrementa enim caloris fiunt ſecundum eandem legem ſecundum quam fiunt decrementa, ſimilis hinc explicatio admittenda videtur.

§. 10. Primum ergo phaenomenon fieri videtur ob allapſum aëris calidioris humidis vaporibus praediti ad ſuperficiem frigidam, cum qua vapores vniuntur, et receſſum aëris frigidioris a ſuperficie aquae frigidae magis cohaerentis cum ſuo homogeneo et hinc euaporationi minus aptae. Quo maior eſt differentia inter temperiem aëris calidioris et aquae eo celerior videtur eſſe debere affluxus et receſſus continuus aëris, hinc eo largior vaporum collectio, ſi nimirum aër aequaliter vaporibus vnu-

ſtus eſt. Quo minor vero differentia eo magis videtur retardari debere affluxum et receſſum aëris, vt tandem non plus vaporum acceſſu aëris colligatur quam receſſu aëris aufugit. Quo caſu euaporatio nulla fieri videbitur. Si vero magis adhuc differentia dicta minuitur, magis retardabitur dictus motus, ergo eo pauciores vapores colligentur, et hinc euaporatio praeualere incipiet prae collectione vaporum; Evaporatio vero etiam, aqua ſenſim calidiori reddita et cohaeſione minuta augeri debebit. Tali enim ratione particulae aquae euaporationi aptatae partim cum recedente aëre auferri partim agitatione a calore maiori orta expelli poterunt.

§. 11. Secundum vero phaenomenon puto ſic generari. Ponatur temperies aëris vno caſu minor altero maior, et obtineat aqua in temperie aëris minori certum calorem, decreſcet ſimul differentia inter temperiem aëris et aquae. Obtineat aqua in temperie aëris maiori eundem calorem quem priori caſu, differentia inter temperiem aëris et aquae quidem ſimiliter decreſcet, maior tamen erit, quam priori caſu; hinc affluxus et receſſus etiam aëris celerius fiet quam priori caſu, hinc collectio vaporum etiam erit copioſior. Si ergo primo caſu aqua tantum incaluit et differentia dicta ita decreuit et conſequenter acceſſus et receſſus aëris ſic retardatus eſt, vt non plus vaporum colligatur, ac euaporatione recedit per (§. 10), altero caſu, ſi aqua eundem calorem obtinet, differentia inter temperem aëris et aquae erit maior, quam priori caſu hinc acceſſus et receſſus aëris celerior hinc collectio vaporum largior ac priori caſu, hinc altero caſu plus vaporum poteſt colligi ac euaporatione recedit. Si porro primo caſu aqua ſic incaluit et differentia dicta ita decrevit,

vit, affluxusque et receſſus aëris ſic retardatus eſt, vt plus vaporum recedat euaporatione ac affluxu aëris colligitur (per §. 10.), altero caſu, ſi aqua eundem gradum caloris acquiſiuit, ob differentiam inter temperiem aëris et aquae maiorem ac primo caſu, collectio vaporum maior eſſe poteſt quam euaporatio. Vt ergo collectio vaporum non ſit maior euaporatione, neceſſe eſt, vt aqua calidior fiat altero caſu ac priori. Conſequenter eo magis calidior debet fieri aqua altero caſu, quam priori, ſi collectio vaporum prorſus euaneſcere debet.

§. 12. Hinc tertii etiam phaenomeni ratio pateſcere videtur.

Quia his experimentis differentia tantum inter quantitatem euaporatam et collectos vapores detegitur; initio 1) ob aliqualem acceſſum vaporum 2) ob calorem aquae minorem et hinc cohaeſionem maiorem; vnde ab aëre recedente et ab agitatione a calore minori minus vaporum aufugit, differentia dicta minor obſeruari debet: deinde ob acceſſum vaporum minorem decreſcente differentia inter temperiem aëris et aquae, et calorem maiorem, cohaeſionemque minorem, vnde ab aëre recedente et agitatione maiori a calore maiori plus vaporum recedit, dicta differentia maior obſeruatur. Tandem acceſſu et receſſu aëris admodum retardato, recedente aëre parum vel nihil forte vaporum auferetur; hinc omnis euaporatio ſoli agitationi a calore, qua particulae expelluntur, adſcribenda erit; vnde euaporatio minui debet.

§. 13. Ad rationes calculi nullo modo haec phaenomena potui redigere, neque enim ratio calorum et cohaeſionis aquae hinc pendens et vis proiectionis a diuerſo

calore aſſignari poteſt. Exhibeo nudas obſeruationes, contentus, ſi aliqualem vtilitatem in naturali ſcientia habeant.

§. 14. Nonnulla, quae in Meteorologia vtilitatem habere poſſint ex his obſeruationibus colligi poſſe videntur. Nimirum

1) Si temperies aëris ſole ſupra horizontem morante 65. graduum eſt, et aquae in ſuperficie telluris ſtagnantis, e. g. fluuii, lacus vel maris temperies minor 50. gradibus, quod vere et autumno inprimis obtinere ſolet, ſaepius collectio vaporum largius fieri debet quam euaporatio. Exp. I. II. III.

2) Si temperies aëris ſuperat 75. gradus et temperies aquae in ſuperficie telluris ſtagnantis e. g. fluuii, lacus vel maris eſt minor 60. gradibus, quod aeſtate contingere ſaepius ſolet, rurſus plus vaporum ex aëre colligi debet ac euaporatione in atmoſphaeram abit. Exp. V. et VI.

3) Si differentia inter temperiem aëris calidioris et aquae frigidioris in ſuperficie telluris ſtagnantis e. g. fluuii, lacus vel maris paucorum tantum graduum eſt, quod ordinario ſole ſupra horizontem morante fieri ſolet, euaporatio praeualebit prae collectione vaporum ſecundum obſeruationes Exp. I. II, III. IV. V. VI.

§. 15. Poſſunt etiam ex obſeruationibus euaporationis aliqua ex parte definitis nonnulla confirmari, quae in ſcientia naturali ex vulgaribus et parum vel prorſus non definitis obſeruationibus a ſcientiae naturalis cultoribus deducuntur. Nimirum

1)

1) Poſt ſolis occaſum temperies aëris, quae interdiu ordinario maior eſt temperie aquae in ſuperficie telluris ſtagnantis decreſcit ita, vt tandem minor euadat temperie aquae, hinc nulla amplius collectio vaporum expectanda eſt, ſed ſola euaporatio per tentamen in legem euaporationis ex aqua calidiori aëre. Aqua enim in ſuperficie telluris interdiu calefacta et euaporationi praeparata in aërem frigidiorem transmittit vapores, qui, ſi offendunt corpora a tellure aliquatenus remota, vapores fortius trahentia et magnae reſpectu quantitatis materiae ſuperficiei, vt aëris temperies facile cum iis communicari poſſit, iis adhaerent et rorem exhibent. Ex atmoſphaera vero non facile deſcendent vapores verſus ſuperficiem telluris calidiorem, niſi aër vaporibus valde onuſtus ſit, vt coaleſcentes et vniti inter aſcenſum vapores propter pondus auctum redire cogantur. Hinc confirmantur ex parte ea, quae Clariſſ. *Gerſten* in tentaminibus ſyſtematis noui ad mutationes barometricas de ortu roris multis ex obſeruationibus deduxit, nimirum rorem ex vaporibus aſcendentibus generari. Quod vero ad controuerſiam de rore deciduo et non deciduo attinet, in eorum partes abeundum eſſe obſeruationes de euaporatione ſuadent, qui rorem ex vaporibus aſcendentibus et deſcendentibus ſimul deriuant, ſi enim interdiu vaporibus valde oneratus fuit aër, (§. 14. *n*. 3.) vapores ex aëre cum vaporibus poſt occaſum ſolis largius ex ſuperficie telluris accedentibus coaleſcere et ob pondus auctum rurſus deſcendere non eſt dubitandum.

2) Mane, quando ſol incipit calefacere atmoſphaeram, vapores calefacti, verſus tellurem, quae nocte partem caloris amiſit, frigidiorem ex atmoſphaera praecipi-

tari debent. Et ſi contigerit, vt magna differentia ſit inter temperiem aëris ſuperioris calidioris et temperiem aëris inferioris ſuperficiei telluris vicini frigidioris et corporum prope ſuperficiem telluris ſitorum magnaque reſpectu quantitatis materiae ſuperficie praeditorum et vapores fortiter trahentium, collectio vaporum largior fieri debet in ſuperficie corporum praedictorum, praeſertim ſi cum vaporibus ex ſuperficie telluris aſcendentibus vniuntur. Si vero minor eſt differentia, parcior expectari debet collectio vaporum, ſi ſcil. atmoſphaera aequaliter onuſta eſt vaporibus. Hinc etiam, ſi largior vaporum collectio mane obſeruetur, vel magnam inter calorem aëris ſuperioris calidioris et aëris inferioris frigidioris eſſe differentiam, vel aërem vaporibus eſſe onuſtum, vel vtramque conditionem adeſſe, et ſi contrarium obtinet, minorem eſſe dictam differentiam, vel aërem vaporibus parcius grauatum eſſe vel vtramque conditionem obtinere iudicandum erit. Si porro poſt ſolis occaſum largior obſeruatur collectio vaporum, magnam inter temperiem aëris ſuperioris frigidioris et temperiem aëris ſuperficiei telluris propinqui et ſuperficiei telluris ipſius calidioris eſſe differentiam, vel aërem vaporibus eſſe valde onuſtum vel vtramque conditionem obtinere, dicendum erit. Parcior collectio vaporum contrarium indicabit.

§. 16. Si reſpicimus ad paragraphi 14. numeros 1. 2. 3. limites evaporationis incipientis et collectionis vaporum euaneſcentis a me nondum eſſe exactiſſime et omni modo definitos, patet. Requiritur ad hanc rem (1) multorum concurrentium labor, vti rem perpendenti facile patet, et (2) requiruntur thermometra ad obſeruationes, quo-

quorum gradus in minutiſſimas, quantum poſſibile, partes diuiſi ſint. Operaeque mihi praetium videtur in eiusmodi res maiori cum ſolertia inquirere, quia ad meteorologiae perfectionem facere videtur, de qua perficienda omni modo ſolliciti eſſe debemus.

EXPERIMENTA DE COMPRESSIONE AERIS INPRIMIS PER AQVAM IN BOMBIS CONGLACIATAM DESCRIPTA.

AVCTORE
G. W. Richmann.

§. 1.

Experimentum Halleſii de compreſſione aëris per conglaciationem aquae, quod in ſtatica vegetabilium deſcripſit, repetiturus ſimul ſpatium aëris in quod compreſſum coarctatur obſeruare et inquirere conſtitui, vtrum coarctatio tandem finiretur ita, vt aër maiori compreſſioni e. g. duplae triplae ſine voluminis decremento ſenſibili reſiſtat, vel ſine fine continuet ita, vt omnem inquiſitionem inanem reddat. Quod ad vltimum momentum attinet nihil definire potui, quid ratione primi praeſtitum ſit breuiſſime enarrabo.

§. 2. Variis bombis Illuſtr. Praeſidis cura comparatis cum Cl. Kratzenſteinio ſequenti ratione experimenta cepimus.

Experim. I.

Tab. VI. fig. I. 1) Factus eſt cylindrus ſolidus ligneus A B, qui ab vna parte excauatus eſt ita, vt cauitas (1) vaſculum vitreum *a b* (2) tubulum vitreum gracilem *c d* in *c* hermetice clauſum, (3) bulbum vitreum cylindricum *d e*, in quem tubulus *c d* abibat et qui ab altera parte iterum in tubulum graciliorem apertum *e f*, fundum vaſculi *ab* attingentem deſinebat, reciperet.

2) In

2) In tubulum *f e* adacta eſt tinctura ex oleo terebintinae et lacca Florentina tritu parata et deinde tubulus vaſculo vitreo *a b* mercurio impleto immerſus et totus hicce apparatus cauitati praedictae immiſſus eſt. Quo facto notata eſt tincturae circa *e* ſtagnantis altitudo in tubo *c d e f*.

3) Cylindrus ligneus A B cum tubulo *c d e f* et vaſculo *a b* dicto modo coniunctus immiſſus eſt bombae diametri 9 dig. Lond. et cuius capacitatis diameter erat 6, 1. dig. L, minima parietum craſſities I, 1. dig. L. maxima craſſities I, 8 dig. L. et apertarae bombae diameter I, 3 dig. L.

4) Hoc facto, bomba aqua temperiei 32. gr. Therm. Fahr. impleta eſt, quae per aliquot horarum interuallum aëri libero temperiei 18. gr. Therm. F. expoſita fuerat, et obturamento ligneo conico C D, cuius baſis minor maſſa fuſa ex colophonio et cera illinebatur, per malleum ſat fortiter percuſo clauſa eſt.

5) Deinde bomba ſub preli validiſſimi E F cochlea mari collocabatur, cuius cochlea foemina robuſtiſſimo ferro H I K L inciſa erat, quod ex vtraque parte incuruatum cum robustiſſimo parallelepipedo ferreo H L cohaerebat. Cochleae maris diameter erat $4\frac{1}{4}$ dig. L. et diſtantia helicum vnius et dimidii dig. L. haec vecte 4 et $\frac{1}{2}$ pedem longo circumagebatur et ita obturamentum in bombam adigebatur. Fig. 2.

6) Cautum tandem eſt ne cochlea eleuaretur preſſione aquae congelaſcentis, vecte per obicem retento.

Expoſitus manſit totus apparatus per 4 horas aëri libero

X 2

bero temperiei 15 gr. Therm. Fahr. donec bomba cum inſigni ſonitu dirumpebatur.

In duas partes ferme aequales diuiſa erat; planum rupturae erat verticale: altera pars immobilis perſtiterat vi preli retenta; altera vero proiecta erat ex alt. 2 ½ pedum cum apparatu incluſo ad diſtantiam octo ferme pedum L. Celeritate ergo diſſiliit, quam acquiſiuiſſet, ſi per altitudinem 6 ⅔ pedum lapſa eſſet. Parum tincturae ipſum verticem tubi illibati *c d* maculauerat ſimulque aqua aëre et tinctura diſtincta in tubo *c d* apparebat. Vas vero vitreum, in quo mercurius ſtagnauerat glacie, quae craſſitie $\frac{4}{10}$ Dig. L. internos bombae parietes obduxerat, cinctum et fractum deprehendebatur, mercuriusque diſperſus.

§. 3. Hinc ferme idem experti ſumus, quod Cel. Hales, vnde tamen de compreſſione aëris nihil certi ſtabiliri poterit. Mire paradoxon erat aquae in tubulum receptae phaenomenon. Alias enim aër craſſioribus fluidis imprimis in tubulis gracilioribus ita reſiſtit, vt nulla ratione aditum iis permittat, praeſertim ſi ſuperiorem locum occupat. Sique compreſſione in minus ſpatium redigitur, preſſione ceſſante ſeſe in volumen priſtinum reſtituens craſſius fluidum rurſus expellit.

§. 4. Quaeri hinc poteſt, an forte vaſculum vitreum *a b* ante ruptam bombam glacie, quâ cinctum deprehendebatur, fractum ſit? vt mercurius diffluere aquaeque ſpecifice leuiori locum concedere potuerit, quae cum tinctura preſſione aquae congelaſcentis non porcul à vertice ſubſtiterit et aëre aqua ſpecifice grauiori facto ingenti preſſione ad ipſum verticem aſſcenderit et deinde rupta bomba per aërem compreſſum et ſeſe reſtituentem ex parte expulſa

pulſa ſit, ex parte vero parietibus cohaerens, aequilibrioque reſtituto coaleſcens aëre diſtincta apparuerit. An vero rupta bomba aër compreſſus magna vi vltra limites compreſſionis naturalis erumpens ipſo ruptionis momento partem ſpatii aquae accedenti inanem reliquerit? niſi tantus vltra ſtatum compreſſionis naturalis ſaltus, vt etiam tubi ſupremus vertex maculatus ſit tinctura, nouum paradoxum exhibeat. Dici etiam poſſet preſſione valida aëris particulas valde diminutas fuiſſe, vt forte ipſi pori mercurii et aquae illis peruii fuerint, vt ſeſe ex vertice tubi ſubducere et craſſiori fluido locum concedere debuerint, aër enim, qui in aquae interſtitiis hoſpitatur, ſi preſſio externa minuitur, ſeſe ex aqua explicare ſolet, et contra, ſi augetur preſſio, aquae volumine non mutato in poros ipſius recipitur, quod vltimum, quo maior preſſio euadit, eo celerius fieri deberet. At non e re noſtra eſt his et ſimilibus ſuſpicionibus inhaerere, quae experientia indubitata ſtabiliri haud poſſunt, hinc ad experimenta redimus.

Experim. II.

§. 5. Hoc experimento aër ſola vi preli compreſſus eſt. Bombae, quam adhibuimus diameter erat 7, 8 dig. L. diameter capacitatis bombae 5, 3 dig. L. craſſities parietum minima I, 1 dig. L. craſſities parietum maxima I, 3 dig. L. Diameter aperturae erat I, 1 dig. L. Simili apparatu ei vſi ſumus, quo experimento I. Similique ratione cuncta aptauimus, niſi quod loco vaſculi vitrei *a b* elegerimus vaſculum ferreum cylindricum. Obturamen o vero vi preli in bombam coacto, illud rurſus

 remo-

remouimus, et apparatu ex bomba extracto tinctura ad inſignem altitudinem aſſcendiſſe, aër vero iterum illibato tubo et toto apparatu per totum tubum *c d* et bulbum expanſus cernebatur. Ponderato mercurio, qui idem volumen habebat, quod aër ante compreſſionem in tubo *c d e* et eo, qui idem habebat, quod aër in ipſo compreſſionis ſtatu in vertice tubi, inueni illud ad hoc ferme vt 30 ad 1. Hinc volumen aëris compreſſi fuit $\frac{1}{30}$ pars voluminis eiusdem aëris ante compreſſionem.

Experim. III.

§. 6. Conſtabat Clariſſ. Haleſium nuda preſſione vi preli facta, aërem in partem $\frac{1}{17}$, voluminis redegiſſe et Halleyum in $\frac{1}{60}$ coarctaſſe. Subiit animum inquirere, vtrum per noſtram machinam maior compreſſio effici poſſet. Iterauimus igitur experimentum, et ne preſſione aqua per poros lignei obturamenti tranſudaret et ita compreſſio aëris minor fieret, quam foret ſi hoc impediretur, obturamentum in bombam aqua impletam percuſſionibus mallei coactum, vt aqua ſpumeſcens per poros ligni peneraret, et ſic totam obturamentum impregnaretur, rurſus remouimus aërique frigido expoſuimus vt aqua in interſtitiis congelaret. Deinde muniuimus bombam aqua impletam et apparatu deſcripto inſtructam obturamento et vi preli illud in bombam intruſimus. Deinde remoto obturamento et exemto apparatu illibato vidimus aërem in minus adhuc ſpatium redactum fuiſſe ac exper. II. compreſſione vero ceſſante idem rurſus volumen nactum eſſe, quod ante compreſſionem habuerat, ſpatiisque aëris ante et poſt com-

compreſſionem ſimili ratione ac experim. II. definitis, aërem in $\frac{1}{130}$ prioris voluminis partem nuda preli preſſione redactum fuiſſe, apparebat. Tinctura enim diſtinctiſſime limites aëris compreſſi notauerat.

§. 7. Ex hoc experimento ſimul videre licuit, aëris particulas hac preſſione nondum minutas fuiſſe, vt poros mercurii et aquae interuallo iſto temporis penetrare potuerint, quo compreſſio durauit: quod exiguum tamen fuit. Aliter enim ſpatium aëris compreſſione ceſſante minus fuiſſet ſpatio aëris ante compreſſionem. Parum enim probabile eſt aërem per fluida craſſiora diſperſum fuiſſe et compreſſione ceſſante ſubito rurſus in tubum *c d* latum fuiſſe, quemadmodum aër ex fluidis craſſioribus ſub campana euacuata ſeſe explicat.

§. 8. Vi machinae preſſio in obturamentum minimum 4000. librarum erat. Diſtantia enim helicum erat ad peripheriam loco vectis deſcriptam, vbi potentia adplicata erat vti 1. ad 100. (§. 2. n. 5). Poſita hinc potentia aequali 40. tantummodo libris, orietur hinc preſſio in obturamentum 4000. libr. Et poſito demidiam huius preſſionis partem a reſiſtentia parietum bombae ad aequilibrium perduci remanebit nihilominus preſſio 2000. librarum, qua aër in tubulo *c d e* coarctari poterit. Si igitur atmoſphaerae preſſio in aream vnius dig. quadrati ponitur 16. libr. et 5. vnc: in aream aperturae bombae ſc. 0, 95 dig. □ erit $15\frac{1}{2}$ libr. Haec preſſio atmoſphaerae ad preſſionem prelo factam erit vt $15\frac{1}{2}$: 2000. = 1 : 129. circiter. Ab hac preſſione parum recedit ea, quae requiritur ad aërem ſec. regulam Mariottianam in ſpatium illud redigendum, in quod experimen-

to

to III. redactum fuit. Secundum enim hanc regulam ſpatia aëris ſunt in ratione inuerſa ponderum vel virium comprimentium, preſſio ergo haec centies vigeſies preſſionem atmoſphaerae ſuperare debuit.

Experim. IV.

§. 9. Vt quid, aqua in bomba congelaſcente fieret, denuo experiremur, toto apparatu bombae immiſſo obturaculo eam bene clauſimus et fune canabino nouo vndiquaque cinximus, vt bomba rupta vi funis contineretur et totus internus apparatus illibatus permaneret; at bomba per 4. horas in temperie aëris 13 gr. Therm. Fahr. libero aëri expoſita ſub prelo rupta eſt cum fune, quo cincta erat. In tria fruſta inaequalia ſec. plana verticalia iterum diuidebatur, et partes ex alt. 2 ½ pedum vsque ad trium pedum diſtantiam proiectae ſunt ſec. diuerſas plagas, disiectis ſimul maſſis ligneis, quae ex vtraque parte bombae adplicatae erant, vt, ſi bomba diſſiliret, deuolutio impediretur. Totus apparatus iterum praeter ſpem fractus eſt et ſuprema tubi extremitas ne quidem inuenta. Fluidum ſic diſperſum cernebatur, vt baſi cochleae maris non ſolum guttulae aqueae, quae in glaciem abierant, ſed etiam quam plurimae guttulae minimae mercurii adhaerentes apparerent. Cruſta glacialis, qua obducti cernebantur parietes bombae obſeruabatur craſſitiei $\frac{1}{10}$ dig. L. circiter. Idem paradoxon obſeruatum in portione quadam tubuli *c d* inuenta, ac experim. I. in qua aër tinctura et aqua diſtinctus apparebat.

§. 10.

§. 10. Si diſperſionem particularum aquae et mercurii conſideramus, vel dici poterit, aërem, qui forte in bomba et in interſtitiis aquae continetur et conglaciatione ſeparatur et colligitur bomba rupta cum impetu expanſum fuiſſe et aquam et mercurium diſperſiſſe; vel aquam et mercurium, quarum prima omni compreſſioni, quantacunque ſit, a plurimis reſiſtere poſſe creditur, parum comprimi tam ingenti preſſione et vim elaſticam obtinere, quae ſeſe preſſione ſubito ceſſante exerat, ita vt particulae, quae preſſione ingenti in ſe mutuo ferebantur illuc latae ſint, vbi preſſio omnium primo ſubito minuta eſt, i. e. illuc, vbi craſſities parietum bombae minima eſt; vel etiam parietes bombae preſſione ingenti dilatatos, preſſione ſubito ceſſante et rima facta, ſeſe reſtituiſſe et aquam eieciſſe, vbi tamen quomodo mercurius eiectus ſit difficulter intelligitur; vel omnia haec concurrere.

Experim. V.

§. 11. Bombam maiorem, A B diametri 12. dig. L. experimento repetendo aptauimus et ſimili, quo ante apparatu inſtruximus, cum autem ſub prelo locari haud poſſet ob maiorem diametrum, lapidi molari ſub porta quadam E F G H impoſuimus et tignum validum I K obturamento L perpendiculariter oppoſuimus, quod altera ſua extremitate attingebat murum magnae molis lateritium M. Obturamentum quod ſeſqui digitum circiter vltra interiores bombae parietes procedebat ſenſim preſſione aquae gelaſcentis eleuabatur, partim ob fibras ligni ſeſe parum incuruantes, partim ob cedentem lapidem molarem, forte Fig. 3

etiam ob murum lateritium fiſſum in *a b c d* parum elevatum. Ab vna parte obturamenti tumor circa aperturam bombae oriebatur, et portio obturamenti tandem inſtar lintei fibris incuruatis extrudebatur. Poſtquam bomba per integram noctem et ſequentem diem ita torturae expoſita erat, tollebatur tandem et obturaculo remoto igni admouebatur, vt glacies funderetur. Hoc facto apparatus exemtus et integer obſeruatus eſt: tinctura tubulum vsque ad inſignem altitudinem maculauerat ita, vt limites aëris compreſſi diſtincte obſeruari potuerint. Aër vero idem quod antea volumen in tubulo *c d e* obtinebat, niſi quod calore aër expanſus parum mercurii ex vaſculo ferreo eiecerit, quo tamen ſpatium aëris ſenſibiliter augeri haud potuit. Hinc nec hac preſſione aëris particulis mercurius et aqua peruii euaſere, quae tanta fuit, vt aqua inter fibras obturamenti ex ligno betulae preſſa, illas inſtar fibrarum lini facti molles efficeret. Spatio aëris compreſſi vt antea cum ſpatio aëris ante compreſſionem comparato, aër in partem voluminis minorem quam trecenteſimam prioris voluminis redactus fuiſſe inueniebatur. Si aqua omnis obturamento illibato in bomba contineri potuiſſet vsque ad rupturam, probabiliter in minus adhuc ſpatium aër in tubulo *c d e* coactus fuiſſet.

§. 12. Limites ergo denſitatis aëris detectos eſſe non dum liquet. Conſtat ſolum vi praecedentis experimenti, aërem preſſione atmoſphaerae condenſatum, ſine ſenſibili elaſticitatis decremento in trecenteſimam voluminis partem redigi poſſe. Si maiori preſſione in minus ſpatium aër coarctari poſſet, limites compreſſionis nondum eſſent detecti.

tecti. Si contrarium obtineret et maiori preſſione aër non in minus ſpatium ſed in idem reduci poſſet, limites compreſſionis eſſent inuenti. Tentaſſemus eadem bomba experimentum repetere, vt quid maior compreſſio valeat (quae oriri deberet, ſi nullus aquae et obturamento exitus concederetur) obſeruare liceret; at quia mitior tempeſtas ingruebat et maior bomba ſub prelo collocari haud poſſet, aliaque remedia fruſtra tentata eſſent, nihil hiſce tentaminibus addere licuit.

VSVS LEGIS DECREMENTI CALORIS AD DEFINIENDAM MEDIAM CERTO TEMPORIS INTERVALLO TEMPERIEM AERIS OSTENSVS ET INSTRVMENTVM METEOROLOGICVM NOVVM MEDIAE TEMPERIEI AERIS INVENIENDAE INSERVIENS.

AVCTORE

G. W. Richmann.

In inquiſitione in legem decrementi et incrementi caloris fluidi in certa et conſtanti temperie aëris Comment. Nou. Tomo I^mo^ inſerta ſub finem ſubiunxi problema ſequens: *Temperiem aëris inuenire eam, quae, ſi conſtans eſſet, per totum deim vel etiam multorum dierum interuallum, quin totum annum, eundem effectum produceret in refrigerandis et calefaciendis per idem tempus corporibus ac omnes gradus diuerſi caloris ſibi per totum diem vel longius interuallum* e. g. *totum annum ſuccedentes.*

Reſolutionem ipſam problematis diſtuli donec apparatum rei neceſſarium rite inſtruere poſſem. Cum in proxime praeterlapſo quadrimeſtri mihi propoſuerim in nocturnam et diurnam euaporationem inquirere et hunc in finem menſe Iulii et Auguſti multa experimenta inſtituerim, inprimis in euaporationem ex ſuperficie frigidia aquae in aërem calidiorem inquirens, et ex omnibus obſeruationibus popter inconſtantiam aëris nihil definire potuerim, elucebat neceſſitas reſolutionis problematis allati.

Neque enim per integram noctem obſeruationes continuare potui, vt comparationem inter euaporationem nocturnam

turnam et diurnam inſtituere valerem. Cognita vero media temperie aëris ſperaui ex differentia inter temperiem aquae et aëris diuerſis temporum interuallis ſaltem aliquatenus de euaporationis quantitate iudicium ferri poſſe. Hinc vt ad propoſitum perſequendum omnia praepararem, ſequens prius vt reſoluere tentarem problema, e re mea eſſe iudicaui.

Problema.

§. 1. Data temperie aquae initiali multo calidiori temperie aëris et data temperie eiusdem fluidi diminuta poſt definitum temporis interuallum inuenire temperiem mediam aëris ſiue potius eam, quae ſi conſtans fuiſſet, cum aqua temperiem poſt datum tempus obſeruatum communicaſſet.

Reſolutio.

1) Sit temperies aquae initialis $= d$, diminuta temperies eiusdem aquae poſt datum temporis interuallum obſeruata $= c$ et tempus $= n$. Ponatur temperies media aëris, quae inueniri debet $= x$.

2) Definiatur decrementum initiale b interuallo quinque minutorum primorum, et temperies aëris maſſam aqueam ambientis obſeruationibus exactiſſimis ope Thermometri cuius gradus in partes minutiſſimas diuiſi ſint.

3) Subtrahatur temperies aëris a temperie aquae initiali et ponatur haec differentia $= a$, erit ſecundum legem decrementi caloris

4) $\frac{\left((d-x)-\left(\frac{d-x}{a}\right)b\right)^n}{(d-x)^{n-1}} = c - x$. ex hac aequatio-

ne faciliime eruitur ſequens aequatio : $l(d-x)-l(c-x) = nla-nl(a-b)$ Si ergo $a^n : (a-b)^n$ inuentum eſt $=$ A, erit

5) $\frac{d-x}{c-x} = A$, conſeq.

6) $x = \frac{Ac-d}{A-1}$. Q. E. I.

§. 2. Non inutile erit, ſi exemplis quibusdam ex obſeruationibus meis ex inquiſitione citata in legem decrem. Cal. petitis hanc formulam illustrauero.

Ponatur Experimento X.

1) $d = 175, 0$ gr. et decrementum quinque minutis primis ſoil : $b = 13, 5$, temperies aëris hoc tempore conſtans $= 22, 5$, erit $a = 152, 5$ et $(a-b) = 139, 0$. obſeruatur poſt 125 min. pr : temperies aquae $c = 40, 0$ erit hinc etiam $n = 25$. Erit ergo $n\,l\,a - n\,l(a-b) = 25\,l\,1525 - 25\,l\,1390 = 1.\,0063750$ logarithmus numeri 10, 14. qui eſt $=$ A, erit ergo $x = 25, 2$. Si ergo temperies aëris 25, 2. gr. Therm. Fahr. conſtans fuiſſet per 125 min : pr. aqua obtinuiſſet eundem gradum iquadrageſimum quem obtinuit in variabili aëris temperie. ſit

2) d, b item a vt antea, c ponatur $= 25$ et $n = 56$ erit $x = 25, 1$. ferme. ſit

3) d, b et a rurſus vt antea $c = 30$ et $n = 33$, erit $x = 24, 4$. gr.

§. 3. Ex experimento X cit. l. videre eſt, dimidiam circiter libram aquae in temperie aëris 25 gr. quatuor horis et quadraginta minutis primis à temperie 175 gr. ad temperiem 25 gr. perueniſſe. Si ergo 5 Centenarii

narii aquae et vas ſimilis figurae eligeretur, volumina aquarum poſitis capacitatibus vaſorum et vaſis cubicis erunt vt 1 : 1000 et ſuperficies vt 1 : 100, hinc decrementa aequalibus temporibus initialibus e. g. quinque minutis primis exiſtente eadem aëris temperie 25 gr. et eadem aquae temperie initiali 175 gr. erunt vt 10 : 1 = 1350 : 135; erit hinc $a = 150,00$ $b = 1,35$; ponatur porro $f = 40,00$, habebimus ſecundum legem decrementi caloris aequationem $f = \frac{(a-b)^x}{a^{x-1}}$ et hinc $x = \frac{la - lf}{la - l(a-b)}$, i. e. 745 minutorum primorum ſiue 12 horarum et 25 min. pr. Hoc tempore igitur 5 Centenarii aquae temperiei initio 175 gr. gradum 65 Therm. Fhar. conſequentur in temperie aëris conſtanti 25 gr.

§. 4. Patet nunc, quomodo Thermometrum meteorologicum ad mediam temperiem aëris inueniendam aptum confici debeat.

Nimirum 1) Fiat vas cylindricum A B ex metallo quod 5 centenarios aquae recipiat, et in *a* habeat foramen, quod Tab. VI. Fig. 4.

2) Ciſtella quadam *a b* tegatur, quae cochleis *c* et *d* cum vaſe coniuncta et ianua praedita ſit, vt commode apperiri et claudi poſſit.

3) Ciſtella contineat Thermometrum *e a f*, cuius bulbus *f* a vaſe recipiatur.

4) Thermometrum *e a f* ſit ita conſtructum, vt gradus quilibet in decem vel plures partes diuiſus ſit.

5)

5) Iuxta C ſit infundibulum, vt vaſi commode aqua infundi poſſit, et

6) Circa B epiſtomium, vt eidem etiam exitus concedi poſſit.

7) Suſpendatur vas A B in libero aëre ope catenae A g. h. et infundatur aqua calida, notetur deinde

8) Temperies aquae aperiendo ianuam ciſtellae et inſpiciendo Thermometrum aquae immerſum, habebitur *d*

9) Obſeruetur temperies aëris ope alterius ſimilis Thermometri in aëre libero pendentis.

10) Poſt 5 min. pr. idem iterum fiat (vel poſt longius tempus) quod n. 8 et 9 monitum, et innoteſcet decrementum *b* per hoc tempus ſub definita aëris temperie.

11) Poſt 12 horas iterum notari poteſt temperies aquae et habebitur *c*. Hi gradus ſufficient temperiei mediae aëris interuallo 12 horarum inueniendae (§. 1. 2. 3.)

12) Si tandem nimis retardatur motus fluidi Thermometrici, dum temperies fluidi ad temperiem aëris ſenſim magis magisque appropinquat, aliud vas aequale et ſimili ratione in aëre libero ſuſpenſum adſit, et infundatur eadem quantitas aquae calidae et ſimili modo notetur temperies aëris, temperies aquae initialis et temperies aquae poſt 5 min. pr. vel longius tempus, vt decrementum caloris iſtius temporis interuallo innoteſcat. Poſt 12 horas ſimiliter poteſt notari temperies aquae *c*. His factis iterum media temperies aëris inueniri poteſt, vt §. §. 1. 2. 3. oſtenſum, et ſi motus fluidi thermometrici rurſus nimis retardatus eſt, vas prius rurſus aqua noua calida infuſa obſeruationi poteſt aptari et ſic porro.

§. 5.

§. 5. Haec rite quidem deriuata videntur ex ſtabilita lege decrementi caloris, moleſtiſſimum tamen eſt ſingulis diebus tantum aquae calefacere et inſtrumentum obſeruationi aptare. Hinc non incongruum eſt, ſi de alio apparatu ſaltem minus moleſto cogitamus. E re eſſe videtur vas ferreum aliquot centenariorum eligere, cuius capacitas ſit tanta, vt vnam atque aliam libram mercurii et bulbum Thermometri recipere poſſit. Ceterum inſtruatur machina ita, vt mercurius effundi poſſit, et etiam Thermometrum tolli, vt vas frigefactum calefieri et iterum in libero aëre ſuſpendi et cum Thermometro vt antea coniungi queat. Si nunc rurſus duo talia vaſa adſunt, commodius temperies aëris media inueniri poſſe videtur. Nam

1) Ferrum tardius frigeſcit, quam aqua et non ita cito fluidi thermometrici motus deſinet in tali machina; hinc forte ſufficere poterit, ſi ſingulis viginti quatuor horis obſeruationes fiant, e. g. quolibet meridie, inprimis tempore aeſtiuo. Si enim reſpicio ad Eperim. I. inquiſitionis meae in legem decrementi caloris, mercurius Thermometri, cuius bulbi volumen erat $\frac{1}{4}$ dig. cub. 30 minutis primis in temperie aëris 40 gr. a gr. 64 ad temperiem 40 graduum reducebatur, et ſi comparamus cum bulbo thermometrico vnius pedis cub. erunt volumina bulborum vt 25 : 172800 et ſuperficies ferme vt 4 : 1440. poſitis ſcil. bulbis cubicis. Cum nunc decrementa caloris inaequalium bulborum thermometricorum aeque calidorum aequalibus temporibus paruis et in temperie aequali aëris debeant eſſe in ratione compoſita directa ſuperficierum et inuerſa voluminum bulborum thermometricorum, ſecundum §. 21. inquiſit: l: c. erunt decrementa vt 230 : 1. circiter;

et cum citato experimento 30 minutis primis decrementum fiat 22 graduum, erit eodem tempore in bulbo maiori decrementum $\frac{1}{10}$ gr. circiter. Eſt etiam $a = 24,0$ $b = 0$, $l.(a-b) = 23,9$. obtineat in temperie aëris 40 graduum conſtanti bulbus thermometri vnius pedis cubici gradum quinquageſimum, erit $f = 10$, et tempus quo hoc fit ſecundum §. 3 $= \frac{la - lf}{la - l(a-b)} = \frac{l(240) - l(100)}{l(240) - l(239)} = \frac{3802112}{18133}$ $= 210$ circiter dimidarum horarum i. e. quatuor dierum et 9 horarum. Poſt 4 ergo dies et 9 horas eiusmodi thermometrum ſub deſcriptis conditionibus decrementum quatuordecim graduum patietur in temperie aëris 40. gr. Licet vero ferrum lentius frigeſcere debere videatur ac argentum viuum, poſitis voluminibus aequalibus et ſimilibus differentia tamen forſan non erit adeo magna, et ſi ferrea moles 9 Centenariorum ab initio gr. 500 Therm. Fahr: habeat, per integros forte 7 dies mediae temperiei aëris definiendae inſeruire poterit praeſertim aeſtiuo tempore.

2) Non metuendum hic, quemadmodam in machina ad quam aqua adhibetur, aquam in magno frigore in glaciem abituram et ſic thermometrum frangi.

3) Poſſunt calefaciendis vaſis fornaces aptari et machinae adhiberi, quibus hae moles à duobus ſeruis eleuari et in fornacibus collocari poſſunt et deinde iterum in libero aëre ſuſpendi.

4) Maior etiam cum ferro et mercurio calor communicari poteſt, quam cum aqua; hinc hoc etiam reſpectu apparatus hic poſterior fini magis reſpondebit.

5) Neque aër vaporibus vt ex aqua inquinatur et expanſionis maioris capax redditur eodem calore, vt acceſſus

et

et receſſus aëris accelerari conſeq. decrementum caloris maius fieri poſſit.

§. 7. Non eſt, vt hic multis oſtendam, fructum, qui ex talibus obſeruationibus exſpectandus eſt, eſſe alicuius momenti et tantum vt moleſtias cum obſeruationibus coniunctas compenſet. Temperies aëris influxum habet in animalia et vegetabilia et omnia corpora tantum, vt ſanitas animalium et vegetatio plantarum multam partem a temperie aëris pendeat. Hinc forte fieri poteſt vt eiusmodi obſeruationibus cum induſtria continuatis, coniunctis ſimul aliis huc pertinentibus, multis vlterius definiendis pares reddamur. Quodſi nihilo minus moleſtia in obſeruando ſuperare videatur vtilitatem inde ſperandam cogitationes tamen hae occaſionem dare poterunt omnibus ita inſtruendis, vt res expeditu facilior fiat.

§. 8. Cum thermometra, ſi ex alia temperie in aërem liberum tranſportantur, temperiem aëris non ſtatim oſtendant, ſed ſucceſſiue ſeſe temperiei aëris accommodent, alius adhuc vſus legis decrementi caloris fluidi ſe mihi obtulit, quem reſolutione ſequentis problematis ob oculos ponere liceat.

Problema.

Data temperie fluidi initiali et cognito decremento quinque minutis primis inuenire temperiem aëris.

Reſolutio.

1) Definitum ſit omni ſolertia in temperie aëris quacunque quantitatis aquae calidae in uaſe ſtagnantis decre-

mentum b et differentia inter temperiem fluidi et aëris $= a$. Hae quantitates in omnibus caſibus occurrentibus adhiberi poterunt.

2) Sit fluidi homogenei eiusdem quantitatis in eodem vaſe ſtagnantis temperies data $= d$ et temperies aëris incognita $= x$, erit differentia inter temperiem fluidi et aëris $= d - x$. Sit porro decrementum fluidi obſeruatum ſub temperie aëris $x = g$. Cum decrementa ſint hoc caſu vt differentiae inter temperies fluidiorum et aëris per §. 20. inquiſit. in leg. decr. cal. erit.

3) $a : b = d - x : g$, conſeq.

$ag = bd - bx$, conſeq.

$x = \frac{bd - ag}{b}$.

Sit ex. gr. $g = 14,0$, $d = 175,0$, $a = 152,5$, $b = 13,5$ erit $x = 17, 1\frac{65}{135}$.

DE

DE BAROMETRO, CVIVS SCALA VARIATIONIS INSIGNITER AVGERI POTEST, ITEM DE LIBRA BAROMETRICA ET BAROMETRO HYDRAVLICO COGITATIONES.

AVCTORE
G. W. Richmann.

Solliciti fuerunt ſcientiae naturalis cultores de ſcala variationis barometricae maiori reddenda, vt ne mutationes minimae quidem obſeruatorum fugerent oculos, quod inprimis ad altitudines exactius dimetiendas multum collaturum ſperarunt. Notiſſima ſunt tentamina in hoc negotio in ſcriptis phyſicis expoſita, omnia tamen ita comparata, vt ſini prorſus non ſatisfaciant. Quin nonnulla, ſi maiori ſolertia examinantur tantum a fine propoſito recedere deprehenduntur, vt barometrum ſimplex meliorem vſum praeſtet. Vix ingenioſius vero et ſcalae maiori obtinendae aptius barometrum conſtrui poſſe videtur ac Bernoullianum; niſi

1) Longitudo tubi verticalis et horizontalis machinam frangendi pariculo exponat, ſi ex vno loco in aliud transferri debet, et

2) In tubo horizontali anguſtiori frictio augeatur, inprimis ſi aër ſaepius humidus parietes tubi humectet;

3) In tubo horizontali ampliori vero aër cum mercurio facile miſceatur et machinam inutilem reddat Quod facile fieri poteſt, ſi tubus a linea horizontali parum recedat, vt argentum viuum altiorem locum occupet et aër depreſſiorem; niſi denique.

4) Mercurius a diuerſa temperie aëris modo in volumine maiori modo minori contineatur. quae vltima imperfectio tamen non eſt Barometro Bernoulliano propria.

Conſideratio horum defectuum barometri Bernoulliani ocaſionem dedit hiſce meis, quae ſequuntur cogitationibus, quas examini ſocietatis ſubmitto. Vt clarius omnia pateant, in anteceſſum ſequens problema ſoluere liceat.

Problema.

§. 1. Data preſſione atmoſphaerae per altitudinem barometricam expreſſa, et ſimul columnae cuiusdam mercurialis, cum qua coniunctim atmoſphaera aërem comprimit et in dato volumine continet, datoque decremento altitudinis barometricae inuenire incrementum voluminis aëris conſtantis ſemper temperiei.

Reſolutio.

Tab. VII. Fig. 1. 1) Concipiatur tubus vitreus ABCDE: pars AB ſit amplior et in vertice A ſit apertus, pars BCD ſit anguſtior et AB cum CD faciat angulum rectum. CD vero finiatur bulbo ampliori DE clauſo. Concipiatur

2) Tubus AB in ſitu verticali et CD in ſitu horizontali, et ponatur

3) Argentum viuum ſtagnare a ſuperficie *ab* ad *cd* et cum atmoſphaera coniunctim comprimere aërem et illum coërcere in ſpatio *cd* DE*c*: ſit

4) Preſſio atmoſphaerae et mercurii in tubo verticali AB ſtagnantis coniunctim vt altitudo *c* columnae cuiusdam mercurialis. Sit

5) Sectio horizontalis capacitatis tubi $AB = a$

6) Volumen aëris in bulbo ante dilatationem $= V$.

7) Decrementum preſſionis atmoſphaerae vt altitudo cuius-

cuiusdam columnae merçurialis $= n$; mercurius aſcendere debebit in tubo cylindrico A B et hinc volumen aëris in bulbo D E et tubo $c\,d$ D c contenti augeri. Sit

8) Voluminis aëris incrementum $= x$ et

9) Volumen aëris poſt dilatationem $= V + x$ et hinc

10) Altitudo columnae mercurialis aucta erit altitudine $\frac{x}{a}$ (n. 5. et 8); quare

11) Tota preſſio in aërem dilatatum erit vt $c - n + \frac{x}{a}$ (n. 4. 7. 10.) et cum preſſiones ſint in ratione inuerſa voluminum; erit

12) $V + x : V = c : \frac{cV}{V + x}$, erit ergo preſſio in aërem eundem dilatatum etiam vt $Vc : (V + x.)$: habemus hinc

13) Aequationem, $c - n + x : a = cV : (V + x.)$; ex qua aequatione eruitur

14) $x = \sqrt{((Vna + (\frac{V + ca - na}{2})^2} - (\frac{V + ca - na}{2})$.

Augmentum ergo voluminis aëris poſt preſſionem aëris diminutam facile elicitur.

§. 2. Aſſumto incremento voluminis aëris pro cognito ipſum volumen aëris ante dilatationem et propterea capacitas vaſis D E et partis tubi D $c\,d$ D coniunctim inveniri poterit; ſi reliquis expreſſionibus retentis, voluminis aëris incrementum ponatur $= d$ et capacitas vaſis DE et partis tubi D $c\,d$ D coniunctim $= y$, erit enim per aequationem §. praec. n. 13.

$$c - n + d : a = cy : (y + d) \text{ et hinc}$$

$$y = d\left(\frac{d + ca - na}{na - d}\right).$$

§. 3.

§. 3. Pari ratione iisdem expreſſionibus retentis, aequatio pro decremento voluminis aëris poſt compreſſionem a preſſione atmoſphaerae aucta formari poterit; inuenitur enim $c + n - x : a = CV : (V - x)$; hinc eruitur $x = \frac{V + ca + an}{2} - \sqrt{\left(\left(\frac{V + ca + an}{2}\right)^2 - Vna\right)}$.

§. 4. Adducam exempla vt quid ex vſu eiusmodi machinae ſperandum ſit aliqua ex parte colligi poſſit. Si ponitur

1) $c = 56''$ et $n = 15'''$, $a = 4''$ □ et V = 800'' ⊡. inuenitur voluminis aëris incrementum poſt preſſionem atmoſphaerae diminutam 4'', 693''' ⊡, et voluminis aëris decrementum poſt preſſionem atmoſphaerae auctam 4'', 738''' ⊡. Limites hinc aëris compreſſi et aëris dilatati intercipient volumen 9'', 431''' ⊡, et dum aër a dilatatione maxima ad compreſſionem maximam reducitur, ſimulque mercurius in barometro per tres digitos aſcendit, volumen 9, 431''' cubicis minus occupare debet ac ante. Si nunc ſectio tubi CD ad axin normalis ponitur $\frac{3}{4}$ partium lineae quadratae tubi longitudo longitudinem ſcalae variationis barometricae exhibens erit 125' 7'' 4'''$\frac{2}{3}$. Sit

2) $c = 350'''$ et n 15''' caeteris pariter vt ante poſitis, erit incrementum voluminis aëris poſt dilatationem = 5111''' ⊡ et decrementum 5112''' ⊡. Conſequenter longitudo pro ſcala variationis barometricae, ſi ſectio tubi CD ad axin normalis ponitur $\frac{3}{4}$ partium lineae quadratae 13 6' 3'' 0'''. Sit

3) $c = 350'''$ et $a = 100'''$ □ et caetera eadem, erit incrementum voluminis aëris 1, 437''' ⊡ et decremen-

mentum eiusdem 1, 438‴ ⊡, conſequenter longitudo pro ſcala variationis barometricae 38′ 3″ 3‴, ſi ſectio tubi eadem ponitur. Sit

4) $c = 320'''$, $a = 100'''$ □, $V = 800,000'''$ ⊡, $n = 15'''$ erit incrementum voluminis aëris 1″, 443‴ ⊡ et decrementum 1, 443‴ ⊡, et hinc, ſi rurſus eadem ſectio tubi C D ponitur, longitudo pro ſcala variationis barometricae 38 48‴. Cum eiusmodi longitudines nulli tubo vitreo tribui poſſint et hinc abſurdae ſint, conueniens potius longitudo aſſumatur pro volumine d: § 2. Sit

5) Longitudo 150‴, conſequenter poſita ſectione tubi $\frac{3}{4}'''$ □ erit $d = 112'''$ ⊡, poſitisque caeteris vt (n: 4) erit vaſis capacitas 2″ et 482‴ ⊡; hinc decrementum voluminis aëris poſt grauitatem atmoſphaerae auctam, erit 112‴ ⊡ (§. 3). Limites hinc aëris compreſſi et aëris dilatati intercipere debent in tubo horizontali 224‴ ⊡. Erit hinc ſectione tubi C D ſemper $\frac{3}{4}'''$ □, longitudo pro ſcala variationis barometricae 298‴ $\frac{2}{3}$, et cum linea vna in 4 partes bene diſtinguibiles diuidi poſſit, ſcala variationis in 1192 partes diuiſibilis eſt.

§. 5. Ponatur porro tubus C D inclinatus in quo ſitu aër difficulter cum argento viuo miſcetur, ſi etiam tubus C D maioris luminis fuerit. Ponatur longitudo tubi inclinati C D ad altitudinem B C $= f : 1$, et retineantur omnes expreſſiones (§. 1), ponatur ſolum ſectio tubi inclinati ad axin normalis $= b$, erit longitudo voluminis $x = \frac{x}{b}$, et erit f ad $1 = x : b$ ad $x : bf$ et hinc altitudo preſſionem poſt dilatationem aëris exprimens oritur, ſi ad $c - n + x : a$ additur $x : bf$. Mutatur ergo aequatio (§. 1. n. 14) in ſequentem Fig. 2.

$c - n + \frac{(a + bf)x}{bfa} = Vc : (V + x)$ ex qua aequatione eruitur $x = \surd \left(\left(\frac{bfanV}{bf + a} + \left(\frac{bfV + aV + acbf - abfn}{2(bf + a)} \right)^2 \right) - \left(\frac{bfV + aV + abfc - abfn}{2(bf + a)} \right) \right)$, ſiue incrementum voluminis aëris poſt dilatationem preſſione atmoſphaerae minuta.

§. 6. Dato etiam incremento voluminis poſt dilatationem aëris in tubo inclinato, ſimiliter ac (§. 2.) factum, volumen aëris primitiui ante dilatationem ct capacitas bulbi D E et tubi D c d D coniunctim inueniri poterit, ſi ex aequatione $c - n + \frac{(a + bf)d}{abf} = cy : y + d$ eruitur $y = d\left(\left(\frac{(bf + a)d + cabf - nabf}{abfn - (bf + a)d} \right) \right)$.

§. 7. Pari ratione, ſi ex aequationis (§. 3.) primo membro $n + c - x : a$ ſubtrahitur $x : bf$ et fit aequatio $c + n - \frac{(bf + a)x}{abf} = cV : V - x$, eruitur $x = V \frac{(bf + a) + abf(c + n)}{2(bf + a)} - \surd \left(\left(\frac{bf + a}{2} \right) + \frac{abf(c + n)}{(bf + a)} \right)^2 - \frac{Vnabf}{bf + a})$, ſiue decrementum voluminis aëris poſt compreſſionem preſſione atmoſphaerae aucta.

§. 8. Facile patet, ſi ad (§. 6.) reſpicitur $\frac{(a + bf)d}{abf}$ eſſe debere $\lessgtr n$ aliter enim caſus repugnantiam habet. Ponatur hinc $\frac{(a + bf)d}{abf} = \frac{n}{r}$; erit $f = \frac{rad}{nab - rbd}$. Ponatur r in caſu ſpeciali numerus integer e. g. 2. $a = 400'''$ □ $d = 500'''$ ⌑, $n = 15'''$. erit $f : 1 = 26\frac{2}{3} : 1$. Si r ponitur $= 4$, erit f caeteris manentibus $= 66\frac{2}{3}$. et $f : 1 = 26\frac{2}{3} : \frac{2}{3}$. Quo maior ergo r ponitur, eo minor altitudo, quo minor vero, eo maior altitudo tubo inclinato concedi poteſt: Quia vero maior altitudo requiritur, ne aër miſceatur cum mercurio parua inclinatione tubi, eliga-

eligamus $f : 1 = 20 : 1$, inuenietur poſitis $a = 400'''$ □ $n = 15'''$, $c = 320'''$, $b = 3'''$ □, $d = 500$ ⊡ per §. 6. capacitas bulbi D E et tubi D d c D coniunctim $29''$, 0 $38'''$ ⊡ et propterea decrementum voluminis aëris poſt preſſionem atmoſphaerae altitudine $15'''$ auctam erit $495'''$ ⊡, hinc limites aëris compreſſi et aëris dilatati intercipere debent in tubo inclinato C D volumen. $995'''$ ⊡ tota ergo longitudo ſcalae variationis barometricae $331\frac{2}{3}'''$ eſſe poterit, quae in 1326 partes diuiſibilis eſt, quae ſatis diſtingui poterunt. Sint caetera omnia eadem, ponatur ſolum $b = 1'''$ □ et voluminis aëris incrementum poſt dilatationem aëris $= 150'''$ ⊡, erit $\frac{d}{b} = 150'''$ et vaſis D E capacitas coniunctim cum parte D c d D tubi D C $6, 586\frac{40}{37}'''$ ⊡, hincque decrementum voluminis aëris preſſione atmoſphaerae altitudine $16'''$ aucta $146'''$ ⊡, erit ergo integra longitudo ſcalae variationis barometricae $296'''$, quae in partes 1184 ſatis diſtinguendas diuiſibilis eſt.

§. 9. Si argentum viuum ſtagnat in cylindro A B Fig. 3. vſque ad lineam a b et in bulbo D E vſque ad lineam c d, et omnes expreſſiones retinentur ſectione c d poſita $= b$, mutatur aequatio (§. 1.) in ſequentem.

$$c - n + \frac{(a+b)x}{ab} = \frac{cV}{V+x}$$ et hinc erit

$$x = \sqrt{\left(\frac{bVna}{b+a} + \left(\frac{bV + aV + ac - nab}{(2a+b)}\right)^2\right)} - \left(\frac{V(b+a) + ab(c-n)}{2(a+b)}\right)$$ et decrementum voluminis aëris poſt compreſſionem maiorem $= \frac{(b+a)V + V(c+n)ab}{2(a+b)} - \sqrt{\left(\left(\frac{(b+a)V + ab(c+n)}{2(a+b)}\right)^2 - \frac{bVna}{b+a}\right)}$. Sique x ponitur $= d$, et ſpatium aëris primi-

tiui in recipiente inueniri debet; erit manentibus expreſſionibus ſecundum §. 7.

$$y = d\left(\frac{(a+b)d+(c-n)ab}{abn-(a+b)d}\right)$$

§. 10. Praeparatis nunc omnibus ad conſtructionem barometrorum ſcalae maioris deſcribendam progredior.

Conſtructio primi Barometri ſcalae maioris.

Fig. 4. Fiat. 1) Cylindrus cauus vitreus A B, cuius ſectio ad axin normalis ſit 1″ □ Lond. (§ 4. n. 4. 5) et altitudo quinque dig. L. Adplicetur

2) Tubus vitreus *a b* minoris luminis cum ampliori A B communicans et

3) Ex altera parte tubus vitreus BCD circa C paululum ſurſum incuruatus, deinde ad axin cylindrici vaſis A B normaliter ſecundum lineam rectam excurrens. Longitudo tubi C D ſit circiter trium pedum et ſectio ad axin tubi normalis $\frac{3}{4}$ partium lineae quadratae. (§ 4. n. 5.

4) Finiatur tubus C D bulbo clauſo D E, cuius capacitas ſit circiter 2″, 482‴□. (§ 4. n. 5)

5) Hocce inſtrumentum A B C D E firmetur ad parallelepipedum metallicum F G, cuius ſuperior inprimis ſuperficies exacte plana ſit; ita vt tubus A B ſitum ad parallelepipedum accurate perpendicularem et hinc tubus ſitum cum parellelepipedo exacte parallelum obtineat.

6) Adplicata ſit parallelepipedo ſimul libella vt bulla eius aërea parallelepipedi receſſum a linea horizontali prodere poſſit.

7) Inſtructum ſit parallelepipedum cochleis vt H K et L M, vt ope earum, ſi a linea horizontali recedat, eleuari

eleuari et deprimi poſſit, donec ſitum horizontalem indicet.

8) Vaſi parallelepipedali NOPQ tota machina immittatur et aqua infundatur, vt tubi *a b* apertura et capita cochlearum L M et H K ſolum ex aqua promineant.

9) Reducatur parallelepipedum fundo vaſis N O P Q incumbens ope cochlearum in ſitum exacte horizontalem, et notetur thermometro quodam R S aquae temperies.

10) Si altitudo Barometri mediae propinqua obtinet et tempeſtas ſerena et aër ſiccus ſit impleatur tubus AB mercurio; donec tres digiti mercurii ſupra lineam horizontalem ſtagnent

11) Si mercurius medium tubi nondum attigit; vel etiam bulbo D E plus iuſto adpropinquauit, ope antliae paruae cum tubo graciliori inſtructae, cuius extremitas paulum incuruata ſit, machina parum inclinata pars aëris vel educatur vel vi adigatur in bulbum D E, donec mercurius ferme in medio tubi CD finiatur parallelepipedo nempe in ſitum horizontalem ante reducto. Ibi notetur altitudo Barometri ſimplicis ſimul obſeruata. Deinde

12) tantum affundatur mercurii, vt ad 4 et $\frac{1}{2}$ digitorum altitudinem in cylindro ſtagnet, aër comprimetur, tanta vi, quanta comprimeretur, ſi atmoſphaerae preſſio in tantum aucta fuiſſet et nihil mercurii affuſum, notetur deinde punctum, quod mercurius in tubo C D attingit et notetur ibi altitudo barometri ſimplicis obſeruata et adhuc durans aucta digito vno et dimidio

13) Subducantur deinde ex cylindro A B tres digiti mercurii et ſupra lineam *f g* ſtagnabit adhuc vnus digitus et dimidius, aërque in D E comprimetur tanta vi,

quanta comprimeretur, ſi preſſio atmoſphaerae tantum minuta fuiſſet et nihil mercurii ſublatum fuiſſet. Notetur rurſus punctum C, quod mercurius in tubo attingit et notetur ibi altitudo barometri obſeruata et adhuc durans minuta vno digito et dimidio.

14) Affundatur rurſus vnus digitus et dimidius mercurii, mercurius in tubo C D rurſus punctum, vbi altitudo barometri obſeruata notata eſt, attingit; niſi preſſio atmoſphaerae interea mutata fuerit.

15) Temperies aquae et conſequenter aëris *bulbo* D E incluſi conſeruari debet eadem, quod affuſione vel frigidae vel calidae obtineri poteſt.

16) Si haec difinita ſunt ex incremento voluminis aëris poſt dilatationem aëris cognitis a, n, c, exactius capacitatis vaſis D E menſura et volumen aëris primitiui definiri poteſt, (§ 2) opeque formularum (§ 1. et 3) datarum, pro qualibet preſſione vnam lineam mutata et minus, voluminis aëris incrementum et decrementum inueniri et hinc ſcala definiri poterit et parallelepipedo iuxta tubum C D incidi. Qualibet pars rurſus in minores partes aequales diuidi poterit, ſicque ſcala parata et fini accommodata erit.

Si enim periculum facere animus eſt parallelepipedo F G ad ſitum horizontalem in vaſe N O P Q reducto et aqua ſuper infuſa ad primitiuam temperiem reducta, obſeruari debet punctum, quod mercurius in tubo B D attingit, vbi altitudo barometrica ſimul inuenietur notata. Si loco mercurii aqua adhibeatur, accuratior ſcala fieri poterit, grauitate ſpecifica aquae ad grauitatem ſpecificam mercurii definita.

§ 11. Haec omnia fini admodum reſpondere viderentur, niſi timendum eſſet 1)

1) Parua inclinatione tubi horizontalis mercurium diuidi et cum aëre miſceri, et ſic machinam invtilem reddi, et

2) Frictionem in tubo anguſto impedituram motum mercurii. Hinc e re eſſe putaui inſtrumentum fig. 2. repraeſentatum fini aptare.

Conſtructio ſecundi Barometri ſcalae maioris.

§. 12. Fiat 1) Tubus vitreus A B, cuius ſectio horizontalis ſit 4″ □, cum tubo graciliori *a b* communicans. Fig. 5.

2) Adplicetur tubus vitreus K C D, ita vt ſit C D : K C = 20 : 1. Sit ſectio tubi C D ad axin normalis 3‴ □ et longitudo trium pedum et quinque digitorum circiter.

3) Tubus C D finiatur bulbo clauſo D E, cuius capacitas cum dimidia capacitate tubi C D coniunctim ſit circiter, 29, 038‴ ⧈.

4) Hoc inſtrumentum ad planum inclinatum metallicum F G L, cuius altitudo G L ad longitudinem F G ſit vt 1 ad 20, firmetur ita, vt tubi A B axis in plani inclinati baſin normaliter incidat.

5) Ex altera extremitate per baſin prolongatam plani inclinati cochlea H K tranſeat, vt ope eius eleuaeri machina et deprimi poſſit, donec libella ſitum horizontalem prodat. Quid porro obſeruandum ſit ex §. 10, n: 8 etc intelligi poteſt.

Hoc inſtrumentum id commodi habere videtur, quod tubus inclinatus maioris luminis fieri poſſit ſine metu

tu mixtionis aëris cum mercurio; qua ratione etiam frictio tantum non ceſſare videtur, cui prior machina obnoxia erat. Poteſt etiam machina haec commode ex vno loco in aliud transferri, ſi apertura tubi *ab* clauditur et vas D E ſemper altiorem locum obtinet quam cylindrus A B.

§. 13. Conſideratio inſtrumenti. quod fig. 3. exhibetur occaſionem dedit conſtruendae librae barometricae. Putaui ſi effici poſſit, vt tubus A B axi cuidam firmo incumberet, et circa illum mobilis eſſet, inter vas D E et tubum A B potentia quaedam e. g. in G adplicaretur, quae aequilibrium faceret tubo B D in horizontalem ſitum reducto, quantitatem mercurii ex A B in vas D E fluentis et quantitatem ex vaſe D E in vas A B recedentis per potentiam quandam in G adplicatam, vel ex potentia in G adplicata ſubductam definiri poſſe. Apparebat, ſi tubus A B amplus fieret et vas D E pariter amplum et inſignis capacitatis, quantitatem mercurii preſſione atmoſphaerae aucta in vas D E fluentis tubo in horizontali ſitu conſeruato inſignem eſſe poſſe, (per §. 9), et hinc potentiam in G inſignem requiri quae pondus mercurii in D E illapſi, ſuſtentet. Apparebat ſimul, quo propinquius G cylindro A B aſſumeretur, eo maiorem potentiam requiri ad pondus mercurii in D E fluentis ſuſtentandum et tubum in horizontali ſitu conſeruandum; eo maiorem vero etiam potentiam contra axin directam eſſe, et hinc affrictum in machina augeri debere potentia in G creſcente, et ſic euentum votis minus reſpondentem praedici. His conſideratis et in ſubſidium vocatis iis, quae §. 9 praemiſſi, incidi in conſtructionem quam non dubitaui communicare.

Fig. 3.

nicare. Si enim effectus machinae ſpei non reſponderit, occaſionem tamen forte dare poterunt haec qualiacunque cogitata in meliorem incidendi conſtructionem, et iis evitandis incommodis, quibus vel praeuidendis vel abolendis impar fuerim, praeſertim ſi quaedam experimenta ante caperentur.

§. 14. Antequam machinam deſcribam, ad ſpecialem caſum antea formulas (§ 9) exhibitas adplicare liceat. Ponatur $d = 4''$❐ $b = 64''$□, $a = 4''$□, $n = 15'''$, $c = 320'''$, erit ſec: § 9 volumen aëris primitiui ante dilatationem 288, 571‴❐ et hinc decrementum voluminis aëris preſſione atmoſphaerae aucta 3, 992‴❐ circiter. Erit ergo voluminis aëris incrementum a compreſſione maxima ad dilatationem maximam preſſione aëris tribus digitis minuta 7992‴❐ vel 8 dig. Cub. ferme. Dum ergo preſſio aëris tribus digitis Lond: minuitur ex vaſe recipiente D E 8 ferme digiti cub. Lond. mercurii qui 3. 63 circiter libras efficiunt ſecedere debent in cylindrum A B. Si quindecim lineis minuitur preſſio 1, $\frac{97}{119}$ librae in tubum A B recedere debent. Si contra augetur preſſio atmoſphaerae 3 digitis, 3. 63. librae in vas recipiens D E fluere debent et ſi tantum quindecim lineis augetur preſſio, paulo minus quam vna libra et $\frac{97}{119}$ partes librae a vaſe D E recipi debent. Si nunc potentia quaedam in G inter vas A B et D E adplicatur, quae eſt ad pondus mercurii à vaſe D E recepti vt K D ad K G = 5 : 1, potentia in G adplicanda, quae pondus 1, $\frac{97}{119}$ librae in vaſe D E ſuſtinere valet erit 9 circiter librarum. Et cum ingenere volumina mercurii ſint vt ponde-

ſa, voluminibus ſec. formulam (§ 9) allatam definitis, pro qualibet preſſione mutata, potentia in G adplicanda; vel potentia ex potentia in G adplicata ſubducenda inueniri poterit. Contra potentia in G adplicanda vel ex potentia in G adplicata ſubtrahenda cognita, volumina innoteſcent.

Conſtructio librae Barometricae primae.

Fig. 6.

§. 15. Fiat 1) ciſta plumbea parallelepipedalis et ligno obducta N O P Q longitudinis trium pedum et quatuor digitorum, latitudinis decem digitorum et altitudinis 20 digitorum.

2) Sint ſciſſurae verticales duos digitos latae ab vtraque parte ciſtae in latere N O P Q et oppoſito, in diſtantia vnius digiti a pariete ciſtae N O, quae laminis vitreis craſſis, muniantur, vt per eas in cauitatem ciſtae introſpicere liceat. Fiat

3) Parallelepipedum aurichalceum F H longitudinis trium pedum et trium digitorum. Sit hocce parallelepipedum cauum et vndiquaque clauſum eiusdem ferme cum aqua grauitatis ſpecificae. Prope K axin firmum habeat, qui vaſe N O P Q ex vtraque parte conuenienti ratione in ſitu cum fundo vaſis N O P Q et latere eiusdem N O parallelo fultus et mobilis ſit, ita, vt parallelepipedi ſuperficies ſuperior, quae exacte plana eſſe debet, fundo vaſis parallela fieri poſſit, ſi parallelepipedum ad certam altitudinem eleuetur.

4) Fiant parallelepipedo F H in ſitu ad fundum vaſis N O P Q parallelo retento in pariete Q P obices,

obices *m* et *l*, ita vt parallelepipedum vix lineam a ſitu cum fundo vaſis parallelo recedere poſſit.

5) Extremitati parallelepipedali F H parallelepipedum aliud orichalceum *p q*, pariter cauum altitudinis vnius pedis et quatuor digitorum ferrumine adaptetur normaliter. Sit hoc parallelepipedum ſimiliter aequalis grauitatis ſpecificae ferme cum aqua.

6) Ex *q r* pendeat ex filo tenui plumbum conicum ſecundum cuius derectionem ſitus horizontalis parallelepipedi F H per feneſtras (n. 2.) cognoſcatur, ſi apex coni plumbei exacte immineat ſtilo, perpendiculariter ad parallelepipedum F H firmato.

7) Aptetur ad parallelepipedum et firmetur cylindrus vitreus cauus A B et obducatur lamina orichalcea. Sectio cauitatis ad axin normalis ſit 4″ □ et altitudo quinque digitorum. Deſinat in tubum graciliorem *a b*. Axis cylindri et tubi gracilioris per axin *k* tranſeat et ad parallelepipedem F H normalis ſit.

8) Coniungatur circa fundum cylindri tubus vitreus pariter lamina orichalcea obductus B D, cuius cauitatis diameter ad axin normalis ſit vnius lineae et dimidiae et cuius longitudo finiatur in puncto D, quod a *k* 30″ Lond. diſtet. Excurrat hic tubus ſecundum directionem parallelam cum parallelepipedo F H.

9) Coniungatur cum extremitate tubi deſcripti cylindrus cauus ferreus orichalco extus obductus E E, cuius fundus parallelepipedi ſuperficiei ſuperiori exactiſſime parallelus ſit. Sit ſectio capacitatis cylindri ad axin normalis 64″ □ et altitudo quatuor linearum, margo cylindri habeat inciſuram, quae recipere poſſit oram campanae vitreae E F E,

 cuius

cuius capacitas ſit circiter 288″ ☐. Campana talis vitrea bene lithocolla cum cylindro ferreo coniungatur, vt omni aëri externo aditus denegetur.

10) Infundatur aqua in vas N O P Q vt totus apparatus praeter aperturam tubi gracilioris *a b* tubo A B imminentis ſubmerſus ſit

11) Notetur thermometro R S temperies aquae, vt ad eam qualibet obſeruatione affuſione frigidae vel calidae reduci poſſit aqua.

15) Infundatur in cylindrum A B argentum viuum, donec appareat in recipiente vaſe D E E E. Examinentur ſimul altitudo ad quam in tubo A B mercurius ſtagnat perallelepipedo in horizontali ſitu retento. Si altitudo Barometri mediae propinqua obtinet, ſufficit ſi altitudo in cylindro A B ſupra ſuperficiem mercurii in cylindro E E eſt trium digitorum et in cylindro E E non minor vna et dimidia linea, ſi minores altitudines deprehenduntur affundatur adhuc aliquid mercurii.

16) Inquiratur in potentiam, quae requiritur ad parallelepipedum cum vaſe E E E et tubo C D adplicato et mercurio, quem tubus cum vaſe E E continet, ex puncto G, quae diſtet à *k* vna quinta parte lineae K D, in aqua ſuſtentandum in horizontali ſitu.

17) prope G firmetur vas cauum cylindricum metallicum vndiquaque clauſum W ad fulcrum t x G cum parallelepipedo F H coniunctum ope cochlearum. Exſurgat ex centro vaſis W axis chalybeus *i i*, cuius diameter ſit vnius lineae. Capacitas vaſis W ſit tanta, vt potentia illud ad fulcrum *t x* parallelepipedo F H in horizontali ſitu retento ſubmergens ſit aequalis ſummae ex potentia, quae parallelepipedum

cum

cum tubo ferreo et argento vivo in aqua ex puncto G ſuſtentat et ex 10. libris. Notetur etiam peripheria vaſis W, *y z o n*, vbi aquae ſuperficies finitur.

18) Imponantur axi *i* vaſis W, pondera cylindrica plumbea in medio perforata, donec parallelepipedum in ſitu horizontali quieſcat; peripheria *y z o n* aquae ſuperficiem finiet. Curetur vt aqua ſemper ad hanc altitudinem in ciſta qualibet obſeruatione ſtagnet: notetur ſimul altitudo Barometri ſimplicis, quae tunc obtinet.

19) Infundatur cylindro A B argentum viuum, donec altitudo ſupra ſuperficiem mercurii in recipiente vaſe parallelepipedo in horizontali ſitu retento ſit 4. dig. L et ½. Quantitas certa mercurii in vas D E E E fluet, et aequilibrium ceſſabit recedetque parallelepipedum a ſitu horizontali et deprimetur. Vt rurſus in ſitum horizontalem reducatur ex ſtilo vaſis W pondera tolli debent et notari.

20) Subducatur aliquid mercurii ex vaſe C B, donec parallelepipedo in ſitu horizontali retento, mercurius in cylindro A B ſuper ſuperficiem mercurii in vaſe recipiente E E E ad altitudinem vnius digiti et dimidii ſtagnet, expelletur mercurius ab aëre ſeſe expandente ex parte ex vaſe E E E et recipietur cylindro A B, parallelepidumque ſibi relictum eleuabitur et vas W ſurſum vrgebitur ab aqua potentia quadum, vt rurſus in ſitum horizontalem reducatur debent ſtilo vaſis W imponi tot librae, quot requiruntur ad aequilibrium in ſitu horizontali reſtituendum. Hoc pondus notetur.

21) Hoc facto mercurius rurſus infundatur, donec trium digitorum altitudinem, nimirum quam obtinuerat initio et definita eſt (n. 15.), obtineat ſuper ſuperficiem mer-

 curii

curii in vaſe E E E ſtagnantis, parallelepipedo in ſitu horizontali retento. Deprimetur parallelepipedum F H mercurio, vt in ſitu horizontali quieſcat pondera quaedam a ſtilo vaſis W ſubtrahi et ſumma eorum notari debet; pondus reſiduum aequale erit ſummae n. 18. impoſitorum, et eadem rurſus, quae ibi notata, altitudo barometrica indicabitur.

§. 16. Tali ratione pro qualibet preſſione mutata pondus mercurii vel affluentis in vas D E vel in vas A B recedentis, conſequenter volumen eius et hinc altitudo barometrica inueniri poſſunt. Sit enim pondus additum vel ſubductum P, ſit pondus vnius digiti cubici mercurii p, erit $p : 1 = P : 5$ ad $P : 5p$, conſequenter $P : 5p$ erit volumen mercurii, poſitis porro caeteris vt ſupra §. 9. et $n = x$, erit per aequationem primam $c + \frac{P(a+b)}{5pab} - cV : (V + P : 5p) = x$, ſi haec quantitas ſubtrahitur a c et ſimul tres digiti, oritur altitudo barometrica poſt preſſionem aëris diminutam. Et per aequationem ſecundam eiusdem §. 9. erit $\frac{Vc}{V-P:5p} + \frac{P(a+b)}{5pab} - c = x$, quae ſi additur ad c et tres digiti a ſumma ſubtrahantur, oritur altitudo barometrica poſt preſſionem atmoſphaerae auctam.

§. 17. Notandum eſt circa conſtructionem §. 15. datam (1) Vaſis W capacitatem non aliter niſi ipſa experientia commode definiri.

2) Affrictum oriri ex preſſione contra axem, qui ſi vas W ſurſum vrgetur ſemper pendet a potentia quadam, quae eſt ad potentiam quae vas ſurſum vrget vt 4 : 5. De-

Deſtruitur quidem dicta potentia a pondere mercurii ſimul deorſum lato. Dum vero ſaepius mercurii pondus hanc potentiam inſigniter ſuperet affrictus a contraria parte oritur.

3) Si vas W deorſum vrgetur pariter potentia a qua affrictus pendet eſt ad potentiam qua vas deorſum vrgetur 4 : 5 ; in hoc vero caſu ſimul mercurii pondus deorſum premit et potentiam a qua affrictus pendet inſigniter ſaepius auget. Qua ratione his obſtaculis commode obviam eatur vel frictio minuatur poſt experientias quasdam prius inſtitutas forte edocebimur.

4) Loco vaſis W poteſt funis cum parallelepipedo connexus et circa trochleas ductus vt fig. 7. repraeſentatum, ex cuius altera extremitate lanx G pendeat adhiberi. Ponderibus lanci impoſitis poteſt parallelepipedum in ſitum horizontalem eleuari et ſi plus iuſto eleuatum eſt poteſt ponderibus ablatis iterum in ſitum horizontalem reduci. Pondera vero haecce indicabunt volumina mercurii ex vaſe E E E in A B recedentis et ex A B in E E E fluentis ; ex quibus altitudines barometricae definiri poterunt ſec. §. 16.

§. 18. Si machina, quae §. 15. deſcripta eſt, vtendum 1) fundus vaſis N O P Q in ſitum horizontalem reducatur.

2) Affundatur aqua, vt apparatus tegatur.

3) Perducatur aqua ad primitiuam temperiem.

4(pondera ſtilo vaſis W ea imponantur de quibus (§. 15. n. 18.) dictum.

5) Pa-

5) Parallelepipedum F H in ſitu horizontali retineatur et obſeruetur an aqua inciſionem *yzon* in vaſe W factam attingat. Si nondum attingit, vel ſubducatur vel affundatur aliquid aquae.

6) Hoc facto parallelepidedum ſibi relinquatur, aſſcendet, vel deſcendet. Si poſterius obtinet pondera ſunt adimenda ex ſtilo, et altitudo barometrica erit maior mediae propinqua (§. 15), ſi prius, pondera ſunt addenda et altitudo barometrica erit minor mediae propinqua notatá. Hoc etiam ex barometro ſimplici adhibito cognoſcitur. Ipſa altitudo vero inuenitur ſec. §. 16.

Librae barometricae ſecundae conſtructio.

Fig. 7. §. 19. Poteſt Barometrum ſimplex A B C D ſimili ratione in parellelepipedo ſuper axe aequilibrari ponderibus lanci G impoſitis et per obices H et K immobili fulcimento affixos retineri, ſi a linea horizontali parum recedat pondus etiam mercurii in vas D D fluentis et ex vaſe G D in vas A B recendentis inueſtigari ponderibus ex lance G vel ſubductis vel eidem impoſitis, hincque altitudo barometrica definiri.

§. 20. Retineantur literae b, a, n, valores eosdem exprimentes et ponatur x volumen mercurii ex vaſe D D in A B recedentis, vel ex A B in vas D D fluentis, et ponatur c altitudinem barometricam primitiuam exprimere, erit

$$c - \frac{x}{a} - \frac{x}{b} = c - n,$$

conſe-

conſequenter $\frac{nab}{a+b} = x$, item $c + \frac{x}{a} + \frac{x}{b} = c + n$, hinc rurſus $\frac{nab}{a+b} = x$. Si ergo $a = b$, erit $x = \frac{n}{2}$. Si $Cg : Cb = 1 : 5$ et machina ponderibus lanci G impoſitis in ſitu horizontali, plumbo $r\,s$ indicato retinetur; preſſione aëris mutata non retinebitur amplius, ſed vel ſubductione ponderum ex lance vel additione in ſitum horizontalem reduci debet. Ex ponderibus vero iſtis cognitis volumen et altitudo barometrica inueniri poterit. Ponatur enim altitudo barometrica aucta quantitate y et maneant a, b, c, ſit pondus in vas DD recedens $\frac{P}{s}$, et pondus vnius digiti cubici $= p$, erit volumen ponderis $= \frac{P}{sp}$, conſequens $y = \frac{P(a+b)}{spab}$. Conſequenter ſi altitudo barometrica eſt aucta, erit illa $= c + \frac{P(a+b)}{spab}$ et ſi altitudo barometrica eſt minuta erit $c - \frac{P(a+b)}{spab}$ altitudo barometrica. Sit $a = b$ erit $y = \frac{2P}{sp}$.

Librae barometricae tertiae conſtructio.

§. 21. Fiat 1) Barometrum ſimplex ABCDE; AB ſit eiusdem diametri et altitudinis cum tubo DE, tubusque BCD eiusdem vbique ſectionis. Tab. VIII. Fig. 8.

2) Ad latus tubi DE prope E ſit foraminulum, vt aër libere poſſit accedere.

3) Tubus CD ſit ad BC prepondicularis.

4) Immineat tubo DE tubus alius gracilior EF ab inferiori extremitate clauſus, in F vero apertus; ſit eiusdem ſectionis normalis ad axin cum tubo BC.

5) Stagnet in ſitu tubi DC perfecte horizontali

mercurius in tubo verticali C A vſque ad mediam ſectionem horizontalem tubi A B, et in tubo verticali D E vſque ad eius mediam ſectionem, dum media barometri altitudo obtinet, erit *g h* media altitudo barometri.

6) Impleatur etiam tubus F E in F apertus mercurio.

7) Cingatur tubus A B C D E et E F lamella quadrata exciſa metallica M L K H G I M, ita vt media ſectio lamellae ſi continuaretur, per axes tuborum tranſiret, et firmetur ad eam. Latus ſuperius G I K H, ſit calybeum longiusque oppoſito latere, ita, vt partes I et K procumbant.

8) Diuidatur H G in duas partes aequales, et in puncto diuiſionis concipiatur linea perpendicularis in H G.

9) In quadam diſtantia in hac perpendiculari a linea externa H G vel I L fiat axis chalybeus immobilis. e. g. prope N, vt tota machina inſtar bilancis ſuſpendi poſſit.

10) Iugum chalybeum praedictum G I K H ſit tanti ponderis, vt centrum grauitatis machinae à puncto motus N eam diſtantiam habeat, quae requiritur, vt minima differentia ponderum ex vtraque parte lineae N Q inclinatione lingulae prodatur.

11) Prope G et H fiant obices, vt ne machina lineam quidam a linea horizontali recedere poſſit, ſi ex puncto C immobili ſuſpenſa ſit machina.

12) Erigantur et firmentur ſtili cylindrici chalybei *ab* et *bd* ita vt continuati eorum axes coincidant cum axibus tuborum A C, D E, E F.

Patet

Patet ex conſtructione machinae ſic ſuſpenſae centrum grauitatis commune eſſe debere ſub media Barometri altitudine in linea verticali machinam bifariam diuidente. Si mutatur altitudo et decreſcit preſſio aëris, mercurius fluet in vas D E et horizontalis ſitus ceſſabit, vt iſte reſtituatur, ſtilo *ab* imponi debent ponduſcula. Si preſſio aëris augetur, aſſcendit mercurius in vas A B et rurſus ſitus horizontalis mutatur, vt reſtituatur ſtilo *c d* ſunt imponenda pondera, vel ab *a b* remouenda. Sint vaſa A B et D E tantae capacitatis vt quatuor librae mercurii vel in vas D E deſcendant vel in vas A B aſſcendant, ſi mercurius per totam ſcalam variationis barometricae aſſcendit vel deſcendit, videntur minimae mutationes aëris hac machina cognoſci poſſe. (Non tamen negandum eſt artificis ſummam ſolertiam requiri in conſtructione machinae.) Diuiduntur librae quatuor in 512. drachmas, vel in 1536. ſcrupula. Si ergo tantae perfectionis machina conſtrui poſſet, vt ſcrupulum vnum ſitum horizontalem mutaret, ſcala variationis in 1536. partes diuidi poſſet. Si cui ad n. 10. huius §. attendenti pondus machinae et ſic affrictus ſine ratione auctus videatur, in medio machinae ferme, iugum ſitu ad tubos verticales normali conuenienti ratione adplicari et lances ex iugo ſuſpendi poſſunt. vt fig. 12. videre eſt, quo caſu aequilibrio mutato pondus mercurii in E D fluentis erit ad pondus aequilibrum reſtituens in lance X ponendum = P O : O R et pondus mercurii in A B recendentis eſt ad pondus aequilibrum reſtituens in lance Y collocandum = Q O : O S : = P O : O R.

De Barometro hydraulico.

§. 22. Cum occupatus eſſem in his meditationibus, incidi etiam in barometrum aliquod hydraulicum, quod aptum viſum eſt, altitudinibus exactius dimentiendis, quam per barometra hucusque cognita fieri poteſt. Ante vero vſus eius cognoſci non poterit, quam experimento conſtet, quantum mercurii ex certo lumine ſub certa altitudine certo tempore eiiciatur.

Fig. 9. §. 23. Hunc in finem 1) eligatur tubus A B in A apertus et capacior et in B coniunctus cum vaſe quodam B B, ope cohleae vt vas B C tolli poſſit.

2) Vas B C abeat in conum luminis exigui.

3) Orificium C obturetur et totus tubus A B cum vaſe B C impleatur mercurio vsque ad A.

4) Immineat tubo A B vas E D F immobile, cuius apertura E exigua ſit et foramen F bene claudi et contra ingreſſum aëris defendi poſſit.

5) Impleatur vas E D F etiam mercurio et immergatur E mercurio in A B ſtagnanti obtureturque apertura F bene, vt nullus aëri aditus pateat, vasque ipſum E D F fulciatur bene. Deinde

6) ad manus ſit vas N O et ſub apertura C teneatur.

7) Tempus notetur et ſimul orificium C aperiatur, mercurius fluere incipiet celeritate altitudini C A debita et fluxum continuabit eadem ſemper celeritate, quia eadem altitudo mercurii conſeruatur per vas ſuperius E D F, ex quo mercurius affluit et altitudinem perpetuo reſtituit. Dum enim altitudo parum decreſcit, et apertura E ſeparatur a ſuper-

ſpecificie mercurii, aër ingreditur vas E D F et mercurius eiicitur ex vaſe E D F, hinc altitudo, ſi apta luminum E et C ratio eligitur ſubiectu reſtituitur. Fluat per quartam partem horae vel longius tempus et inquiratur in pondus elapſi; conſtabit quantum ſub altitudine A C ex lumine C vna quarta parte horae vel per longius tempus effluat. Cum nunc quantitates aequalibus temporibus ex aequalibus luminibus elapſae, ſi altitudines columnarum ſunt inaequales ſint vti radices altitudinum, quantitate eiecta ex aequali lumine cognita, ſub alia altitudine incognita, altitudo ipſa inueniri poterit. Hinc in ſequentem Barometri conſtructionem incidi

Conſtructio barometri hydraulici.

§. 24. 1) Coniungatur cum barometro ſimplici BAH argento viuo pleno et H obturato vas B E, quod ſit idem cum vaſe B C, fig. 9. Apertura C in barometrum hians ſit multo minoris luminis, quam tubus KAH et apertura circa E ſit amplior., vt recipere poſſit vaſis E D F immobilis canalem E G. Prohibeatur aëris ingreſſus iuxta B omni ſolertia Fig. 10.

3) Impleatur etiam B E mercurio.

4) Recipiat vas B E canalem E G vaſis E D F, Prope L ſit foraminulum, quod commode claudi et aperiri poteſt. Clauſo foramine L

5) Impleatur etiam vas E D F mercurio, et obturetur orificium F bene.

 6)

6) Ad manus ſit vas aliquod et colliecetur ſub orificio H, quod aperiatur, et ſimul L et deſcendet mercurius in B A H ad altitudinem barometricam et effluet ex H, mercurio in vaſe B E vſque ad ſuperficiem *g b* ſubſidente.

7) Hoc facto notetur tempus et vaſe N O mercurius eiectus excipiatur, qui perpetuo celeritate altitudini barometricae coniunctae cum altitudine G C debita fluet in vacuum Barometri. Altitudo enim G C ſemper eadem ſeruatur, dum ea parum mutata orificium canalis E G ſeparetur a ſuperficie *g b* et hinc aër ſubintret vas E D F et portionem mercurii ex illo expellat, vt altitudo C G reſtituatur.

8) Poſt quadrantem horae inquiratur in pondus mercurii eiecti, erit quadratum quantitatis elapſae (§. 22.) ad quadratum quantitatis hic eiectae, vt altitudo mercurii (§ 22.), ad altitudinem a qua quantitas elapſa poſterior pendet. Si nunc altitudo G C ſubtrahatur ab hac inuenta, inuenietur altitudo barometrica, ſi nempe preſſio aëris non mutata fuit interea.

§. 25) Quando idem experimentum eodem apparatu repetitur in altiori loco, e. g. altiſſimo monte vel turri, inuenietur eadem ratione quantitas elapſa in altiori loco conſequenter altitudo barometrica.

§. 26. Supponitur tempore experimenti altitudinem barometricam eandem manere. Sed veroſimile eſt, ſi etiam variet, nihilominus tali apparatu mediam barometri altitudinem inueniri poſſe. Licet enim altitudo barometri in B A etiam mutetur, et ob hanc rem machina noſtra adplica-

.plicationem ad mediam Barometri altitudinem inueniendam reſpuere videatur, nihilominus tamen, cum ab hac mutatione quantitas inſigni temporis interuallo elapſa non diſcrepare poſſit ſenſibiliter, ſpes eſt machinam ad hunc vſum accommodari poſſe.

§. 27. Si vero etiam huic in commodo obuiam ire, velimus, poterit pars Barometri B K tantae amplitudinis fieri, vt omnem mercurium tempore experimenti ex vaſe B E eiectum recipere poſſit, et orificium H claudi, experimentoque finito, quantitas mercurii ſub altitudine barometri initiali in barometro ſtagnantis a tota quantitate mercurii, quam barometrum continet ſubtrahi. Tali ratione innoteſcet quantitas elapſa ab altitudine barometrica media et altitudine G C coniunctim pendens.

§. 28. Fortaſſis etiam grauitatis diminutio per diuerſam celeritatem fluidorum ex certo foramine effluentium dignoſci poterit. Cum enim fluida ex iisdem luminibus ſub iisdem altitudinibus minori celeritate effluere debeant, quando vis grauitatis decreuit, et maiori celeritate ſi vis grauitatis aucta fuerit; tubus A B longitudinis 4. pedum aqua plenus aptari poterit ſimili ac deſcripſi ratione (§. 23); ſi modo loco vnius vaſis E D F duo talia adhibeantur, quorum canales ſuperficiem aquae in tubo ſtagnantis attingant, vt ſi vnius aqua eiecta ſit, alterum aptari poſſit ad fluxum continuandum. Quantitas aquae eiecta diuerſis temporibus definiri poterit, nempe illo, quo grauitas decreſcere creditur et alio, vbi vis grauitatis aucta aſſeritur. Si quantitates aquae elapſae ſemper diſcrepent aſſertis philoſophorum conuenienter, magna inde probabilitas iis accedet.

cedet. Neceſſe tamen eſt vt ſimul temperiei fluidi ratio habeatur, et grauitatis ſpecificae.

§. 29. Si haec grauitatis dicrepantia, de qua (§. 28.) dictum eſt, praſecripta ratione cognoſci potuerit, non erit dubitandum grauitatis diuerſitatem ſub diuerſis latitudinibus eadem ratione inueſtigari poſſe, ſi nempe idem Experim. (§. 28.) ſub eadem altitudine fluidi ſub diuerſis latitudinibus inſtituatur et temperies fluidi eadem conſeruetur.

§. 30. Niſi notiſſimae anomaliae, quibus fluxus aquarum ex foraminibus vaſorum obnoxius eſt, ſpem ſucceſſus diminueret, poſſet etiam

1) Tubus amplus, aequalis vbique ſectionis aqua impleri et aquae ex lumine definito exitus concedi, notarique.

2) Tempus euacuationis et

3) Idem tubus alio tempore vel alia ſub eleuatione poli ad eandem altitudinem ſub eadem temperie impleri, vt ex eodem foramine efflueret; parique ratione euacuationis tempus alio tempore vel alia ſub eleuatione poli notari. Poſſet denique

4) Ex comparatione temporum vis grauitatis diuerſitas cognoſci.

Si tempus euacuationis in loco vel tempore A ponitur $= T$, et tempus euacuationis in loco vel tempore B $= t$, et decrementum preſſionis in loco vel tempore B ad preſſionem in loco vel tempore A, vt altitudo x ad altitudinem a, ad quam aqua ab initio in tubo ſtagnat tam in A quam in B. Pendebit celeritas in A ab altitudine a et in B ab altitudine $a - x$. Cumque maſſae aqueae

aqueae ponantur aequales, poteſt (1) columnae aqueae in A altitudo ad altitudinem columnae aqueae in B concipi vt $a : a - x$, et columnae aqueae baſis in A ad columnae aqueae baſin in $B = a - x : a$; ſub hac enim hypotheſi maſſae aqueae ſunt aequales: et (2) effectus idem exſpectari, qui oriretur, ſi preſſio conſtans maneret, et aequales maſſae ſtagnarent in tubis diuerſae amplitudinis effluerentque ex foraminibus aequalibus; in quo caſu tempora euacuationum ſunt in ratione compoſita ex directa ſectionum et ſubduplicata altitudinum. Erit igitur etiam noſtro caſu $T : t = (a-x)\sqrt{a} : a\sqrt{(a-x)}$

hinc $t(a-x)\sqrt{a} = Ta\sqrt{(a-x)}$

et $x = a - \frac{T^2 a}{t^2}$.

Erit hinc preſſio in loco vel tempore A ad preſſionem in loco vel tempore $B = a : a - a + \frac{T^2 a}{t^2} = a : \frac{T^2 a}{t^2} = 1 : \frac{T^2}{t^2} = t^2 : T^2$. Si ergo tubus, quod multa dolia aquae contineat, vt non niſi poſt multos dies euacuari poſſit, ad experimentum aptetur, et notetur in tempore vel loco A tempus euacuationis, et idem fieret in tempore vel loco B, obſeruareturque diſcrepantia temporum, vt ſemper maius tempus requireretur euacuationi in loco vel tempore B, quam in loco vel tempore A; preſſiones probabiliter forent in ratione inuerſa quadratorum temporum euacuationis.

STATERAE GEOGRAPHICAE ET NAVTICAE DESCRIPTIO.

AVCTORE
C. G. Kratzenſtein.

§. 1.

Tab. IX. Grauitatem corporum recedendo ab aequatore verſus polos incrementum capere partim ex vi centrifuga, quam corpora ſub aequatore per motum vertiginis terrae accipiunt, partim ex diuerſa celeritate pendulorum ſub diverſis ab aequatore diſtantiis extra dubium poſitum eſt. Qui iam grauitatem vim corporibus inſitam eſſe contendunt, videant, quomodo hypotheſin ſuam cum hiſce experientiis conciliare poſſint. Mihi inde meditatio ſubnata eſt ſtateram conſtruendi, cuius ope differentias ponderis corporum in diuerſis a polo diſtantiis determinare valeamus.

§. 2. Quoniam propter aequalia contrapondiorum decrementa et incrementa vulgares ſtaterae huic ſcopo non conueniunt, de alia methodo fuit cogitandum, vbi vis quaedam contrapondii vices ſuſtinet, quae iſtis variationibus non eſt ſubiecta. Viſum mihi eſt elaterem chalybeum ſpiraliter contortum, quo horologia portatilia in motum concitari ſolent, huic intentioni optime ſatisfacere poſſe. Verum quidem eſt, vim elaterum etiam pro diuerſo gradu caloris aliquam variationem pati, ſed haec et vix ſenſibilis et per experientiam facile poteſt determinari.

§. 3. Fiat itaque capſula cylindrica C, eius magnitudinis, vt in eam elater chalybeus, qualis pro horologiis

men-

menſalibus adhiberi ſolet, conſueto modo includi poſſit. Axis extremitates in ſummitate fulcrorum perpendicularium K, K, firmentur ita, ut ſolito modo rotula dentata affixa et cochlea infinita elater ad lubitum intendi poſſit. Nolo haec ſingula prolixius deſcribere, quoniam ex conſtructione horologiorum portatilium iam ſatis nota ſunt. Ad anteriorem fundum capſulae adfirmetur brachium longius A E, in extremitate indicis inſtar extenuatum et cuſpidatum. Brachium hocce gerat ſegmentum circuli D L hinc inde mobile et in exteriori peripheria ſulcatum, vt finem, cui pondus H adnexum eſt, recipere et in diſtantia conuenienti a centro ope cochleae firmari poſſit. Dico brachium A E cum pondere adnexo H in altum eleuatum vel depreſſum iri, ſi pondus per quamcunque cauſam grauitatis ſuae aliquod incrementum vel decrementum capiat. Grauitate nimirum aucta elater capſulae incluſus magis comprimitur; id quod fieri nequit abſque quod brachium ſimul deſcendat; imminuta vero eadem vis elateris praepollens brachium altius eleuabit.

§. 4. Vt hae variationes exactius cognoſci poſſint, in F erigatur aſſerculus perpendicularis, in quo ex centro A radio A E deſcribantur aliquot arcus concentrici, ſequenti ratione in ſuos gradus diuidendi. Addatur ſcilicet ad pondus H granum vnum et notetur depreſſio indicis E, habebitur ſic gradus primus; et impoſitis ſucceſſiue pluribus granis habebuntur et reliqui, ex quibus incrementa vel decrementa ponderis determinari poterunt. Ex axi haereat perpendiculum A P, ad cuius normam tota machina ope cochlearum G, G, G, G in ſitum horizontalem diſponi poſſit. Notetur deinde va-

 riatio

riatio vis elaſticae pro diuerſo caloris gradu; vel tota machina recondatur in capſa metallica, circa E vitro munita, vt in aqua ope lampadis ſuppoſitae aut per alia ſubſidia ſemper in certo quodam caloris gradu ſeruari poſſit.

§. 5. Quod ſi ex obſeruationibus de motu pendulorum prope aequatorem differentia grauitatis corporum ſub diuerſis latitudinibus eruatur, ope huius ſtaterae inuerſo modo latitudo locorum absque vlla obſeruatione aſtronomica cognoſci poterit, id quod praeter geographicum eximium in arte nautica habebit vſum, ſiquidem nautae interdum per hebdomadem coelo obnubilato eleuationem poli obſeruare nequeunt. Ad hanc differentiam determinandam ſelegi obſeruationes Cel. Couplet in obſeruatorio pariſino et Paraibae prope aequatorem habitas, ſecundum quas pendulum in priori loco ad minuta ſecunda vibrans prope aequatorem intra 24 horas ad 4′, 12″, retardatur. Cum iam numerus oſcillationum ceteris paribus ſit in ratione ſubduplicata grauitatum, colligitur inde ratio grauitatis ſub latitudine pariſienſi ad eam quae eſt prope aequatorem, vt 173 ad 172. Quoniam porro incrementa grauitatis ſunt in ratione duplicata ſinuum latitudinis, erit ratio grauitatis ſub aequatore ad eam ſub polis, vt 97 ad 98. Si itaque pondus H ſub aequatore aequalis eſt 1 ℔, 6 unc. $1\frac{1}{2}$ dr. incrementum eius ſub polis erit 90 granorum, vt adeo vni gradui latitudinis vnum circiter granum reſpondeat. Proportione per adlegatam regulam exactius determinata ſcala graduum latitudinis ad E deſignari poteſt (§. 4.)

§. 6. Cum horologipoei per conchoidem ad elaterem adplicatam efficiant, vt aeque in maiori ac minori intenſione

idem

idem pondus in ſitu horizontali ſuſtentet, id quod appellant: die Feder gleich abwiegen; ſimili artificio in noſtro inſtrumento effici poteſt, vt index eius data qualibet differentia ponderis datum quodlibet ſpatium percurrat, ſi ſcilicet ſegmentum D L ſimilis conchoidis pars ſit. Huius conſtructio vero non theoretice ſed practice tentando obtinetur. Licet adeo ſcalam latitudinis pro lubitu amplificare, in quantum ſcilicet frictio capſulae circa axin A hoc concedit.

§. 7. Adſunt vero ſubſidia, quibus haec frictio in tantum imminui poteſt, vt in inſtrumento noſtro incommodo eſſe nequeat. Adfigantur ſcilicet ad vtramque baſin capſulae C duae auriculae M, N, Fig. 2. quantumuis longae. In harum extremitates inſerantur axes radiorum o et p, in altera parte arcus circulares q, r, s, t, gerentium. Hi radii ita ſint diſpoſiti, vt iis mediantibus integrum pondus capſulae, elateris, brachii et ponderis H axi A incumbat; et erit ex principiis mechanicis frictio in praeſenti diſpoſitione ad priorem vt 1 ad radium *a o* circiter. Aucta itaque longitudine radiorum, frictio in eadem ratione imminuitur. Poteſt etiam aliqua frictionis imminutio obtineri, ſi axis capſulae inſtar axis ſtaterae vulgaris acuminatur.

§. 8. Quod ſi frictio in praxi in tantum imminui poſſet, vt haec ſtatera partem $\frac{1}{5000000}$ ponderis appenſi indicare valeret, nullum foret dubium, eius ope etiam actionem lunae in corpora terreſtria cognoſci poſſe. Fateor vero, me prorſus de hac re deſperare. Quis enim crederet ad pondus 500 librarum vllam ſtateram defectum vel exceſſum vnius grani indicare poſſe.

REMIGII NOVITER INVENTI AD NAVES ONERARIAS PROMOVENDAS DESCRIPTIO.

AVCTORE
C. G. Kratzenſtein.

§. 1.

In nouellis publicis nuper relatum legimus Abbatem Maſſon, dyonenſis academiae membrum, Comiti de Saxe obtuliſſe nouum quoddam remigii genus, cuius ope naues maiores per paucos homines ſilente vento, vel contra ventum promoueri et flumina aſcendere poſſint; eiusque vim quadruplo maiorem vi remi vulgaris praedicaſſe. Eo praeſtantius ſane eiusmodi inuentum eſt habendum, quo magis nautae in eiusmodi caſibus deſudare vel interdum in oſtiis fluminum conſtituti per aliquot hebdomades expectare coguntur, donec fauens ventus ingruat. Cum vero modo laudatus inuentor conſtructionem huius remigii hucusque publico occultauerit, procul dubio praemium inuentionis ſuae expectans, non dubitaui in vtilitatem publicam eiusmodi remigium, quod non quadrupla ſed quintupla vi reſpectu vulgaris remi gaudet, hic deſcribere et publici iuris facere; quod ſi cum Maſſonii remigio plus minusue vel plane non congruere impoſterum deprehendatur, commodo inde expectando nihil detrahetur, quia neque ſimplicitati neque vi noſtri remigii aliquid deeſt.

§. 2. Vulgare remigium maiori vi in aquam impigendi donare ex legibus vectium facillima res eſſet, dummodo pars aquam feriens abbreuietur et altera pars elongetur. Sed hoc

hoc augmentum virium non obtineri poteſt absque diſpendio temporis et impedimento curſus nauis, adeoque pro ſcopo noſtro plane nullum inde commodum redundaturum eſſet. Mutato vero modo adplicationis virium mouentium augmentum vis impingentis obtineri poſſe reperi, absque vllo diſpendio, immo potius cum compendio temporis. Conſueto enim remigandi modo homo in opere diurno vix vltra 28 ℔ per 2 pedes in 1 minuto ſecundo promouere valet. Si vero homo adultus vires ſuas ita adplicare poteſt, vt ſimul cum pondere ſuo agat, pondus 140 ℔ per idem ſpatium eodem tempore promouere valebit. Cum haec vis ſit quintupla prioris pro ſcopo noſtro obtinendo nihil deſiderabitur, niſi remigium ita conſtruendi modus, vt homo vi ponderis ſui in illud commode agere poſſit, quem ſtatim ſumus ſuppeditaturi.

§ 3. Super fulcimentum ſcilicet A B C D erigantur duae columnae perpendiculares E et F, quinquepedalis longitudinis. In ſummitatibus earum excauentur duo ſulci pro excipiendo axe remigii G H. Huic axi, cuius longitudo ſit circiter 4 vel 6 pedum, per ligamenta ferrea adfirmetur vectis K L, cuius longitudinem in ſequentibus pro numero operariorum determinabimus. In vna extremitate huius vectis adornetur manubrium M N cum ſcabello adpenſo O P, tantae longitudinis, vt pro operariis ad illud conſtituendis, locus ſit. Denique ad alterutram axis extremitatem G adfigatur remus longior, cuius pala R S ſit biualuis, ita, vt valuae ſub actione remi ſeſe aquae directe opponant, complicentur vero, dum remus retrorſum trahitur. Sectionem huius palae transverſalem oſtendit fig. 4. ex qua eius conſtructio, reſiſtentiae Tab. IX Fig. 3. et 4.

tiae

tiae minuendae gratia adornata, abſque vlteriori deſcriptione intelligitur. Poterit quoque in ſuperiori parte palae, extra aquam conſtituta, maioris firmitatis gratia brachium adplicari, quod valuis reſiſtat. Dico eiusmodi remo per paucos homines nauem onerariam multo celerius et commodius promoueri poſſe, quam eodem operariorum numero conſuetis alias modis adhibitis fieri licet. Patet hoc partim ex modo dictis, partim ex ſubiuncto calculo euidentius elucefcet.

§. 4. Dum nauis in aqua promouetur, vires mouentes aequales eſſe debent reſiſtentiae, quam nauis in aqua ſub motu patitur. Cum iam haec reſiſtentia aequalis ſit vi, quam nauis exciperet immobilis, ſi flumem eadem celeritate in nauem incurreret, qua nauis promoueri ſupponitur, vis illa ex legibus hydraulicis poterit determinari. Eſt enim illa vis proportionalis quadrato celeritas fluminis et aequalis columnae aqueae eius altitudinis ex qua celeritas illa lapſu proficiſcitur. Nolumus hic adtendere ad diſcrepantias ab hac regula, quae ex cohaeſione aquae oriuntur, cum illae nondum ſatis determinatae et pro noſtro ſcopo vix conſiderabiles ſint. Cognito iam ſpatio, quod corpus graue cadendo intra minutum ſecundum abſoluit cognitaque celeritate fluminis altitudo illa columnae aqueae poterit reperiri. Intra exiguum enim tempus corpora cadendo celeritatem adquirunt, qua continuato motu intra idem tempus caſus duplum altitudinis ſpatium percurrere valeant. Adeoque ſi illam dicamus c, altitudinem columnae aqueae prementis x, ſpatium caſus intra $1'' = a$ erit ex principiis mechanicis $2x : c = c : 2a$ vel $c^2 : 4a = x$. Inuenta ſic altitudine columnae aqueae, ex dato plano reſiſten-

reſiſtente et pondere vnius pedis cubici aquae haberi poteſt pondus aequale reſiſtentiae, quam nauis ab aqua incurrente excipit. Planum vero reſiſtens ex data ſectione nauis media transuerſali eiusque demerſione ſub aqua eſt determinandum, ſectionem iſtam tamquam ſemicirculum ad diametrum latitudinis nauis conſiderando. Quoniam vero iſta reſiſtentia propter prolongationem prorae cuneiformem diminuitur, haec diminutio in maioribus nauigiis octauam circiter partem huius areae pro plano reſiſtente relinquit. Vocabimus illud rr; et erit reſiſtentia, quam nauis patitur $= x\,r\,r.\ 64$ ℔. Quodſi iam nauis motu ſemper aequabili promoueri debeat, vires hominum promouentes, vel actio remi in aquam huic reſiſtentiae debent eſſe aequales. Actio vero remi in aquam ex reſiſtentia aquae contra remum data celeritate vibratum modo iam expoſito reperitur. Si enim eius ſuperficies in aquam agens dicatur $s\,s$ et altitudo celeritati vibrationis reſpondens y, erit actio remi in aquam $= s\,s\,y\,64$ ℔. Vocetur porro pars remi in aquam impingens ab axe vsque ad medium palae p et longitudo manubrii m; et erit momentum huius vis ſub motu nauis $= s\,s\,64\,(\sqrt{y} - \sqrt{x})^2\,p = 140\,m$, momento ſcilicet vis operarii, vel $140\,n\,m$, ſi datus operariorum numerus fuerit $= n$. Quia remus in peripheria circuli mouetur, ideoque non ſemper directe in aquam impingit, reſpectus quoque eſſet habendus ad angulum incidentiae. Sed quoniam in noſtra machinatione remus non vltra 5 pedes hinc inde vibratur, ſinus incidentiae minimus eſt ad ſinum totum circiter vt 86 ad 100, adeoque haec obliquitas abſque ſenſibili errore poterit negligi. Habemus itaque has duas aequationes: $r\,r\,x\,64 = s\,s\,(\sqrt{y} - \sqrt{x})^2$

64; et $140\,nm = ss(\sqrt{y}-\sqrt{x})^2\,64p$; vnde reſultant $140\,n\frac{m}{p} = ss(\sqrt{y}-\sqrt{x})^2\,64 = rrx\,64$; ad quarum normam celeritas nauis dato operariorum numero determinari poteſt.

§. 5. Adſunt vero in his aequationibus duo momenta $\frac{m}{p}$ et ss, quorum vnum ex altero ſuppoſito eſt definiendum. Cum vero conducat palae ſuperficiem tantam efficere, quantam circumſtantiae permittunt, aſſumatur ea 16 pedum quadratorum, ita, vt longitudo ſit 8, et latitudo 2 pedum, vltra hunc enim terminum, niſi remum intractabilem reddere velimus, aſcendere vix licebit. Hac ſuppoſita pro $\frac{p}{m}$ prodibunt ſequentes aequationes

$$140\,nm = pss(\sqrt{y}-\sqrt{x})^2\,64\ (\text{§. 4.})$$

$$(\sqrt{y}-\sqrt{x})^2 = \frac{140\,nm}{pss\,64} \text{ et } \sqrt{y}-\sqrt{x} = \sqrt{\frac{140\,nm}{pss\,64}}.$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y} - \sqrt{\frac{35\,nm}{pss\,16}} = \sqrt{\frac{35\,nm}{16prr}}.$$

$$y = \left(\sqrt{\frac{35\,nm}{16prr}} + \sqrt{\frac{35\,nm}{16pss}}\right)^2 = \frac{m}{p}\left(\sqrt{\frac{35\,n}{16rr}} + \sqrt{\frac{36\,nm}{16ss}}\right)^2$$

$$\text{Adeoque} = \frac{p}{m} = \left(\sqrt{\frac{35\,n}{16.16}} + \sqrt{\frac{35\,n}{16rr}}\right)^2 : y$$

Ad impetrandum itaque valorem $\frac{p}{m}$ determinanda prius erit et celeritas vibrationis remi per operarios, numerus operariorum et planum reſiſtentiae nauis. Quod attinet ad prius momentum, euidens eſt; quo maior ea aſſumatur, eo minorem fore $\frac{p}{m}$ et eo maiorem celeritatem nauis eſſe futuram. Cum vero ſpatium deſcenſus operariorum 2 pedes vel ad ſummum $2\frac{1}{2}$ pedes conficiat, tempus, quo illud abſoluitur, non commode minus 1'' aſſumere licet, vnde elicitur altitudo celeritati deſcenſus operariorum reſpondens

dens $z = \frac{1}{15}$ pedis et $y = \frac{ppn}{mm}$. Vnde fit $\frac{p^3}{m^3} = (\sqrt{\frac{35n}{256}} + \sqrt{\frac{35n}{16rr}})^2 : \frac{1}{15}$. Ad planum reſiſtentiae nauis determinandum ſupponamus promouendam eſſe nauem onerariam 100 pedes longam, 24 pedes latam et 11 pedes ſub aqua demerſam, quemadmodum hic Neuam noſtram intrare ſolent; erit planum reſiſtentiae $rr = 26$ pedibus quadratis circiter. Dentur ad eius promotionem 8 operarii, quot ſcilicet plerumque in talibus nauibus adhiberi ſolent. Conſtituatur in vtroque latere nauis vnum eiusmodi remigium ſupra delineatum et circa vtrumque tres operarii ad vnum brachium vectis, vnus vero ad alterum brachium pro retrahendo remo ordinentur. Quoniam iam remus, dum retrorſum trahitur, nauem non impellit, adeoque tantum dimidia circiter temporis pars ad nauem promouendam impenditur, concipiamus duo eiusmodi remigia alternatim ita moueri, vt quouis momento nauis nouum impulſum accipiat, idem inde effectus reſultabit, ac ſi vnicum remigium nauem continuo impelleret. Cum vero hoc propter conſtructionem fieri nequeat, in calculo noſtro effectus amborum effectui vnius aequalis eſt habendus, quod in continuo motu eſſe ſupponitur. Si itaque in aequatione $\frac{p^3}{m^3} = (\sqrt{\frac{35n}{256}} + \sqrt{\frac{35n}{16rr}})^2 : \frac{1}{15}$ numeros pro exemplo noſtro determinatos ſubſtituamus, reſultabit $\frac{p}{m} = \frac{2}{3}$ quam proxime; et altitudo reſpondens celeritati nauis erit $= \frac{35 \cdot 70 \cdot 70}{96 \cdot 26 \cdot 8} = \frac{1}{10}$ pedis. Vnde prodit celeritas nauis ipſa $= 2\frac{1}{2}$ pedum in vno minuto ſecundo. Tanta vero celeritas vſitatis alias modis per eumdem operariorum numerum numquam obtinebitur; ſingulis enim horis nauis dimidium milliare germanicum percurret.

 §. 6.

§. 6. Ad hoc eo certius efficiendum vſitatos iſtos modos ſimiliter ad calculum reuocabimus, vt comparationem eorum inter ſe eo facilius inſtituere liceat. Promoventur naues mercatoriae alias aut fune per homines in littore trahentes, aut fune ex anchora minori eminus proiecta firmato, quem aut manibus aut ergata in naui ad ſe trahunt. Cum ex antecedentibus iam conſtet, hominem tempore 1'' 28 ℔ per ſpatium 2 pedum promouere poſſe, in primo caſu propter duplicem obliquitatem funis tractorii non vltra 10 ℔ ſingulis operariis tribui poſſunt; erit itaque in priori caſu $x = \frac{1}{20}'$ et celeritas nauis $1\frac{3}{4}$ pedum. In altero caſu poterit quidem initio vis integra 28 ℔. adhiberi, ſed quia ſenſim adpropinquante naui ad anchoram vis continuo propter auctam obliquitatem et frictionem minuitur, ponamus mediam vim eſſe 20 ℔. Cum praeterea hoc in caſu actio operariorum interruptis tantum vicibus fieri poteſt, dum manus ſemper de nouo adplicare coguntur, numerum tantum dimidium operariorum in calculo aſſumere licebit, quibus ſuppoſitis prodit x iterum $= \frac{1}{20}$ et celeritas nauis $= 1\frac{3}{4}$ pedis. Quoniam vero hoc in caſu anchora ſaepius iterum eleuari et de nouo eminus proiici debet, dimidium tantum huius celeritatis pro continua quadam celeritate poterit aſſumi, ſcilicet $\frac{7}{8}$ pedis. Hoc idem incommodum adeſt circa tertium modum, qui alias inter reliquos modos foret praeſtantiſſimus, vbi ſcilicet fune circum ergatam conuoluto operarii nauem motu continuo propellere poſſunt; poſita enim vi vnius vt ante 20 ℔, erit $x = \frac{1}{10}$ pedis et celeritas nauis ipſa $2\frac{1}{2}$ pedis. Sed propter allegatas rationes huius celeritatis itidem tantum dimidia pars $1\frac{1}{4}$ pedis pro continua quadam celeri-

celeritate ſtatui poterit. Conſideratis hiſce circumſtantiis praerogatiua modi a nobis iam expoſiti facile euincitur, cum illo adhibito neque impedimenta trahentibus in littore obuenientia, neque reiterata anchorae proiectio nautas remorentur. Inſigne quoque emolumentum inde poſſet expectari, ſi naues roſtratae, galerae dictae, eiusmodi remigio propellerentur. Cum enim ad eas promouendas 200 ad 250 homines adhibeantur, qui illas horae ſpatio per vnum milliare germanicum promouere valent, noſtro remigio adhibito 150 hominibus ſuperſedere et quarta tantum hominum parte eamdem celeritatem obtinere poſſemus. Habet praeterea iſte modus adplicationis virium hoc commodum, vt absque defatigatione diutius continuari poſſit, quam vbi continua inflexione dorſi opus eſt. Supereſt quidem adhuc alius modus adplicationis virium, vbi vnus homo 200 libras ſuperare valet; ſi nimirum vectis ad remum adplicatus ſurſum eleuatus remum contra aquam impellit, ſed propter continuam dorſi inflexionem is ſeſe ſimiliter minus commendat, quam ſupra deſcripta methodus. Conſideratis hiſce circumſtantiis vix praeſtantiorem remigandi modum reperiri poſſe ſpero, niſi quis commodam encheireſin excogitauerit, qua remi rotarum more diſpoſiti per ſimilem vectem et adplicationem virium motu continuo rotatorio circumagi poſſint. Interim tamen talis methodus hoc laboraret incommodo, quod vento contrario exiſtente exiguam tantum celeritatem illa obtinere poſſemus.

HOROLOGII PERPETVO MOBILIS
DESCRIPTIO VNA CVM MODO CONSTRVENDI HOROLOGIA PORTATILIA ET CYLINDRIGERA, VT SVB ELEVATIONE PONDERIS VEL INTENSIONE ELATERIS MOTVM SVVM CONTINVENT:

AVCTORE
C. G. Kratzenſtein.

§. 1.

Tab. X. Ne quis voce perpetui mobilis offendatur; in primo ſtatim limine indicandum eſſe indicamus, noſtrum eſſe perpetuum mobile naturale, de cuius poſſibilitate non adeo dubitant mathematici, quam de poſſibilitate perpetui mobilis ex mechanicis ſubſidiis conſtruendi. Interim, ſi diſtinctionem iſtam inter perpetuum mobile naturale et artificiale vel mechanicum exactius conſideramus, nullum vnquam erit poſſibile, quod non ſit naturale; omnium enim vis motrix aut in grauitate corporum, aut in elaſticitate, aere, igne vel alia quadam vi naturali vt fundata ſit neceſſe eſt. Verum tamen ſi vtriusque notio diſtincta definienda eſſet, hanc in eo ponendam eſſe ducerem, quod in perpetuo mobili artificiali vel mechanico vis motrix abſolute conſtans eſſe debeat, quemadmodum e. g. grauitas et elaſticitas corporum; in naturali vero eadem tantum per accidens conſtans ſit, vt motus aeris et caloris. Hiſce poſterioribus principiis innituntur perpetum mobile guerickianum, quod ex praegrandi cupreo thermometro drebbeliano conſtat; et plurima alia partim a Schotto in magia ſua

ſua naturali, partim ab aliis auctoribus deſcripta. Omnium horum effectus vero non maior eſt, quam vt imaguncula quaedam leuior eo in motum concitari poſſit; adeoque ad vſum mechanicum nullum commodum inde reſultat.

§ 2. Cum noſtris temporibus de violenta metallorum dilatatione et contractione per calorem et frigus plurima experimenta innotuerint, admodum facile erat in cogitationem incidere de adhibendo tali ſubſidio ad perpetuum mobile naturale praeſtantius conſtruendum. Cum enim haec vis expanſionis et contractionis fere infinita, ſaltem vi cohaeſionis partium corporis maior ſit, nullum erat dubium, machinas ea in motum concitari poſſe. Aſt opus ipſum exequi, vel vim hancce rite adplicare, vt motus omni momento perpetuus et vniformis eſſet, maioribus difficultatibus premebatur. Primo enim decrementum et incrementum caloris in craſſioribus virgis metallicis non eſt tam ſubitaneum, quam in aere; deinde neque dilatatio et contractio metalli tam ſenſibilis eſt per eamdem minimam caloris variationem, quam ea, quae in aere obſeruatur. Denique motus contractionis et dilatationis, vtpote ſibi inuicem contrarii, maximo erant obſtaculo, quo minus machina quaedam e. g. horologium in motu vniformi ſeruari poſſet, niſi alterutram harum virium inutiliter perdere velimus. Inſuper meditandum erat de nouo quodam artificio, quo effici poterat, ne horologium ſub actione alterutrius vis in motu ſuo impediretur, quemadmodum in omnibus horologiis, excepto hugeniano, et leutmanniano fit, ſi vel elater intenditur

vel

vel pondus eleuatur. Hugenianum vero artificium cum fune infinito et leutmannianum cum duplici cylindro hic non facile adplicari poterat. Poſt varias demum meditationes reperi encheireſin quandam, qua omnia requiſita obtineri poſſe nullum mihi dubium relinquebatur. Et quoniam nuper in nouellis publicis de horologio quodam perpetuo mobili, ab artifice variſco conſtructo, multa praedicabantur, non incongruum fore duxi, hac occaſione oſtendere, qua ratione eiusmodi horologium practice conſtrui queat.

§. 3. Fundantur nimirum ex 3 partibus ſtanni et vna cupri quatuor parallelepipeda *g*, *h*, *i*, *k*, 4 pedes longa et tantae craſſitiei, vt pondus 4 centenariorum abs que ruptura vel ſenſibili dilatatione ſuſtinere queant; facile vero hoc propter duritiem talis mixturae obtinetur. Connectantur haec inter ſe per 3 vectes inaequalium brachiorum *l m*, *n o*, *p q*. Sit vero $l : m = 1 : 3$; $n : o = p : q = 1 : 4$. Tota compages mediantibus axibus firmetur ad brachia *c d*, *e f*, virgae ferreae robuſtioris A B, eo circiter modo, quem Fig. I. indicat. Vltimum horum parallelepipedorum *i* altera ſua extremitate excipiat crus breuius vectis *s r* circa axin in *r* mobilis. Sit vero $r : s = 1 : 3$. Crus longius *s* gerat arcum dentatum *t v* 60 circiter dentium, qui inſeruit ad elaterem intendendum vel ad pondus horologii mediante rota *α* eleuandum. Haec rota *α* inſolito et curioſo plane modo eſt conſtructa. Habet enim hanc proprietatem, vt, licet rotula *x* adnéxa dextrorſum vel ſiniſtrorſum conuertatur, ipſa rota *α* nihilominus ſemper ſecundum vnam eamdemque

que directionem circumagatur; id quod primo quidem intuitu vix comprehenſibile videtur, ſequenti tamen obtinetur modo. Rotula ſcilicet x affixa eſt ad axin rotae remorae ſerratae y, ſuper quo ſimul rota maior α mediante arundine volubilis eſt. Ope obſtaculi z vero efficitur, vt, ſi rotula x dextrorſum conuertatur, rota α ſimul circumagatur, eam vero relinquat, ſi ſiniſtrorſum rotetur. Ex hac conſtructione ſequitur, ſi arcus dentatus t v deprimatur, per rotam α rotulam δ ſiniſtrorſum conuerti, et, quoniam rotula δ ad axin cochleae vel cylindri horologii eſt affixa, elaterem ſimul intendi vel pondus eleuari. Axis remorae y per rotam α tranſiens ex auerſa huius rotae parte, quae excauata eſt, gerit alteram rotulam remoram η Fig. II. contrario modo in reſpectu ad priorem diſpoſitam. Promouet ea enim rotam connexam ζ ſimul ſecum propter obſtaculum $\varkappa$ ſi rotula x ſiniſtrorſum conuertitur. Deſerit vero eamdem, rotula x dextrorſum conuerſa. Rota ζ circumagat rotulam ε; et haec arripiat dentes peripheriae interiori elatae rotae α inciſos; ſequitur tum ex hac diſpoſitione rotula x ſiniſtrorſum conuerſa rotam α iterum dextrorſum promoueri, decurrente iam remora exteriori ſub ſuo obſtaculo. Perinde itaque erit vtrum arcus dentatus t v per dilatationem virgarum metallicarum deprimatur, vel an per earum contractionem eleuetur; in vtroque enim caſu rota α dextrorſum promouebitur, et elater horologii intendetur vel pondus eleuabitur. Simili artificio quoque obtinetur, ne ſub intenſione elateris aut eleuatione ponderis motus horologii ſolito modo interrumpatur. Affigatur ſcilicet ad axin, intra cochleam vel cylindrum horologii verſatilem, rota prio-

ri ζ ſimilis abſque remora tamen; axis vero rotulae ε firmetur ad radium rotae principalis horologii; ipſa rotula ε vero agat in dentes, peripheriae interiori cochleae vel cylindri inciſos; et exterioris peripheriae dentes ſolito modo ſint ſerrati, vt remorae vices ſuſtinere poſſint; facile hinc intelligitur, axi cochleae vel cylindri inuerſo modo ope clauiculae circumgyrato, cochleam vel cylindrum ipſum contrario motu conuerti et elaterem ſic intendi vel pondus eleuari. Per actionem vero rotae ζ in rotulam ε et per reſiſtentiam dentium interioris peripheriae contra eamdem, rota horologii ipſa in motum concitatur ſecundum eamdem directionem, qua clauicula conuertitur, vel qua ordinarie circumagitur. Si iam horologium minus conſtruatur, portatilis inſtar, quod per hebdomadem motum ſuum continuare valet, ad cuius cochleam rotula δ affixa haecque cum totu compage Fig. I. connexa ſit., dico, machina hac mutationibus caloris et frigoris naturalibus expoſita, elatere ſemel intenſo vel pondere ſemel eleuato, horologium perpetuum mobile eſſe futurum.

§. 4. Ad huncce effectum demonſtrandum ex obſervationibus meteorologicis plurium annorum ſuppono mediam ſummam ſingularum variationum caloris et frigoris per diem eſſe ad minimum 5 graduum thermometri fahrenheitiani, vel per hebdomadem 35 graduum. Plerumque vero multo maior eſt. Iam virga 4 pedes longa ex praeſcripta mixtura fuſa expanditur ad $\frac{1}{1408}$ pollicis magis quam ferrum eiusdem longitudinis, ſi calor per 5° creſcit; et ad $\frac{1}{201}$ pollicis, ſi calor per 35° creſcit. Multiplicatur vero haec expanſio per vectes intermedios, quibuscum virgae

gae connectuntur. Scilicet pro virga *g* ſpatium expanſionis prodit $= \frac{1}{201}\, 3 \cdot 4 \cdot 4 ; = \frac{48}{201}''$. Pro virga *k* erit illud $= \frac{1}{201} \cdot 4 \cdot 4 = \frac{16}{204}''$. Pro virga *b* erit idem $= \frac{1}{201} \cdot 4 = \frac{4}{201}''$. Denique pro virga *i* $= \frac{1}{201}''$. Summa ſingulorum eſt $= \frac{69}{201}'' = 4''', 1^{IV}$. Et tantum erit ſpatium, quod vltima virgarum alterna contractione et expanſione abſoluit vna hebdomade. Brachio deinde *r* per $4'''$ promoto arcus dentatus percurrit ſpatium vnius pollicis; adeoque rotula *x*, cuius peripheria $\frac{3}{4}''$ aequat, integram et $\frac{1}{4}$ reuolutionis abſoluet, vna cum rota maiori *α* connexa. Rotae huius maioris peripheria toties fit maior peripheria minoris *δ*, quoties ſulcus cochleae vel cylindri horologii circuitum abſoluit. Cum hoc plerumque 6 vicibus fiat, rota *α* poterit inſtrui 72 dentibus, ſi rotula *δ* habuerit 12 dentes. Rota *α* ſic ſemel conuerſa, id quod ſemper intra hebdomadem fit, catenula ex toto iterum circa cochleam vel cylindrum circumuoluitur, vel potius ſemel circumuoluta numquam ex toto iterum deuoluitur; adeoque horologium motum ſuum tam diu continuabit, donec vel eius ſtructura fuerit deprauata, vel per plures hebdomades media variatio caloris et frigoris multo minor fuerit 35 gradibus, id quod procul dubio numquam continget.

§. 5. Rotae *ζ* peripheria ſit $\frac{3}{4}$ partium peripheriae interioris rotae *α*, vt adeo per ſuperfluam $\frac{1}{4}$ partem conuerſionis rotae *x* rota *α* nihilominus integram reuolutionem mediante rota *ζ* facere poſſit. Deinde brachium *s* ſit elaſticum et quidem tantae elaſticitatis, vt paullo ſuperet vim, quae requiritur in *x* ad el[illegible]rem horologii inten-

tendendum vel pondus eleuandum; vel alio quodam modo elater adplicetur. Huius ope efficitur; vt elatere horologii ad ſummum intenſo virgarum metallicarum contractioni et dilatationi adhuc locus concedatur haecque mutatio non inutiliter perdatur. Denique ope ponderis λ ſuper trochleam ad extremitatem virgae vltimae adplicati efficiatur, quo minus virgae metallicae ſub dilatatione earumdem propter reſiſtentiam brachii *r* incuruentur, quem in finem etiam ex *l*, *n* et *p* minora pondera ſuſpendere conducit.

§. 6. Cum omnia horologia oſcillatoria et portatilia, cochleis vel cylindris ſimplicibus vim motricem ſuſtentantia, hoc vitium habeant, quod ſub intenſione elateris vel eleuatione ponderis in motu impediantur; immo, quod non nulla praeſtantiſſima ceteroquin horologia anglicana plane retrogrado motu interea incedant, huic malo per deſcriptam §. 3. encheireſin multo melius et facilius mederi poterimus, quam artificio iſto leutmanniano, vbi cylindro duplici cum pluribus adiunctis rotis opus eſt. Quoniam praeterea in hugeniano horologio propter trochleam aculeatam, funem ſuſtentantem, tanta perfectio, duratio et aequalitas motus plane non obtineri poteſt, quantam in horologiis anglicanis ſuper cylindro funem gerentibus obtinere licet, multo melius ſe ad vſus aſtronomicos commendaturum eſſet tale horologium anglicanum, quod per modo dictum artificium motum ſuum ſub eleuatione ponderis, ſimiliter vt hugenianum, continuaret, quam ea, quae hucusque in vſu fuerunt.

PHYSICA.

PHYSICA.

DE VEGETATIONE PLANTARVM,
EXPERIMENTA ET CONSECTARIA.
AVCTORE
G. W. Krafft.

Experimentum I.

Anno 1737, d. 22. Maii ſt. v. terrae, libero aëri expoſitae in ciſta lignea, commiſi plures fabas minores, quae turcicae vocantur, eum in finem, vt earum vnam aut alteram quotidie effodere, atque ſic examinare poſſem et ponderis incrementum et reliquam ipſarum conditionem. Ponduſculorum loco adhibui piſa vulgaria eiusdem inter ſe magnitudinis. Fabarum quaelibet, antequam terrae crederetur, arida tenebat pondus circiter 4 piſorum. Igitur *die inſequenti* 1 fabarum vna effoſſa pondus tenebat piſorum 7, apparebat madida et tumida nimis, ita vt iam nunc morbum aliquem contraxiſſe videretur; altera vero, ſimul eruta, in aequilibrio erat cum 5 piſis, et fere in priſtino ſtatu conſtituta videbatur, ſi tenuem aliquam mollitudinem, quam nacta erat, excipias. Succedente *die* 2. duae iterum terris ereptae ſimul erant ponderis 10 piſorum, quarum vna cuticulam gerebat parum diſruptam, cum prodeunte tenui radicis apice. *Die* 3 pondus duarum erat 14 piſorum; quarum vna heſternae ſimilis plane erat; altera autem, plurimum remota cuticula, radiculam iam ferebat longam $\frac{3}{4}$ poll. *Die* 4 pondus duarum fuit 12 piſorum; vtraque tenebat radicem ſimplicem 1 $\frac{1}{2}$ poll. longam, cum germine, intra lobos contento, parum adhuc aucto. Sed,

quod

quod mirum mihi videbatur, inueniebam hodie, dum microſcopio omnia accurate ac attente contuerer, inſecta nudo oculo inuiſibilia, rotunda, piloſa, mobilia valde, quae foliola germinis, intra lobos adhuc comprehenſa, hinc et inde penitus iam perroſerant; numerus horum inſectorum erat circa 10, et cuticula fabae extrema vndique fere adhuc erat clauſa. *Die* 5 tres elicui fabas putrefactas; ex quo vidi ſicciorem hoc plantae genus depoſcere tellurem, quam ideo poſthac parcius irrigaui; quartam vero deprehendi bene conſtitutam, ponderis 13 piſorum, cum radice 3 pollicum; ex qua fibrillae hinc et inde enaſcebantur. Cum autem eodem hoc die plures adhuc e terra effoderem fabas, inueni vnam, cuius radicula a lapillo ſubiacente impedita fuerat rectam deorſum verticaliter viam ingredi; haec itaque, ſurſum primo lata, ſuperato demum lapillo, incuruata fuit, et poſtea deorſum reflexa, quod Fig. 3. indicat, in qua eſt A lobus alter fabae, B germen vel plumula, CDE radicula incuruata. Caeterum hucusque plumulas lobis adhucdum ſemper affixas obſeruaui et adhaerentes. *Die* 6 in vna effoſſarum, ponderis 7 piſorum, conſpiciebantur iam ſex fibrillae, vel radiculae ſecundariae, enatae a primaria vltra 4 pollices longa; altera autem plena madoris erat, ſine radicis aut reliquarum partium incremento, inſectis antea memoratis infecta, quorum duo ſibi mutuo coniuncta microſcopium mihi oſtendebat, quae coitum exercere videbantur. *Die* 7 plumula longitudinem totius lobi occupabat; radix primaria extenſa erat ad $3\frac{1}{2}$ poll. ſecundariae autem ad $\frac{1}{2}$ poll. pondus totius fabae erat 8 piſorum; microſcopio inſecta priora apparebant. *Die* 8 fabae

Tab. X.

hae omnes ſupra terram emergere incipiebant; duae effoſſae tenebant pondus 21 piſorum, et incolis ordinariis erant praeditae. *Die* 9 pondus erat vnius 13 piſorum, et plumula copioſis inſectis obſita. *Die* 10, qui erat 1 Iunii ſt. v. vna faba ponderabat 12 piſa, plumulae extra lobos paullo productae tenui terra et inſectis erant infectae; radices aderant plurimae, quarum media longiſſima, plurimis ſecundariis praedita. Deprehendi quoque hucusque, caulem, ſimulac loborum ſeparatione liber ille fit, et terras ſimul penetrat; purum tamen ab his ſeruari ſemper; radicibus vero terreſtres particulas iungi, atque adhaereſcere ita cupide ac pertinaciter, vt difficillime purgari ab his poſſint; quod idem in aliis etiam captis experimentis, in diuerſis plantarum generibus, conſtanter obſeruaui. *Die* 11 pondus duarum fuit 29 piſorum; hae extra ſolum iam penitus eruperant, et deſtituebantur omnibus inſectis, quod idem in ſequentibus etiam obſeruaui. Lobi tunicis plane erant deſtituti, flaccidi, ſed herbae fortiter adhuc adhaerentes. *Die* 12 pondus vnius erat 16 piſorum; foliorum vnum hinc et inde exeſum paulliſper; ſed nullum aderat inſectum, vel optimo microſcopio conſpicuum. Lobi flaccidi ſunt, ſed firme adhaerentes, in quorum vno auulſo multum adhuc ſucci conſpiciebatur. *Diebus* 13 *et* 14 pondera erant vnius 17 et 20 piſorum lobi adhuc firmi. *Die autem* 15 vna ponderabat 19 piſa, et lobi nulla fere opera poterant auferri; donec *die* 16 lobi tenuiores adhuc heſternis apparebant, et fere deſerti ab herbulis; plantula autem pondus aequabat 19 piſorum; quibus hunc experimentorum et obſeruationum curſum finiui; cum obſeruaſſem, huius fabae radicem creſcendo pe-

netraſſe per corticem ligni alicuius ſemiputridi, intra terram latentis.

Experimentum. II.

Anno 1737, menſe Iunio, ſimilia inſtitui quoque experimenta quotidiana cum piſis vulgaribus, magno numero telluri, vti prius, libero aëri expoſitae, mandatis. Vt ne vero minus prolixus ſim, horum phaenomena ſequentibus breuiter abſoluam, *I.* Poſt moram vnius diei ſub terra vnum effoſſum, ſimile penitus alterius piſi, quod per idem tempus aquae ſubmerſum iacuerat, ponderauit 1 $\frac{3}{4}$ piſum; quod incrementum ponderis ita deinde auctum fuit, vt poſt elapſos 5 dies, quo tempore herbula ſupra terram emerſerat, pondus totius plantulae eſſet 4 $\frac{1}{2}$ piſorm, *II.* Poſt moram 3 dierum ſub terra iamiam incepit plumula extra lobus ſe exſerere, et terrae committere, quod contrarium accidit in fabis; hae enim lobos vna cum germine educunt e terra, atque ad lucem iterum proferunt: illae vero infra terram lobos reliquunt, quod adnotauit etiam *Mariotte* in tractatu *de la vegetation des plantes*, operum tomo. I, pag. 129. Radices in hoc ſtatu, 2 $\frac{3}{4}$ poll. longas, albas deprehendi, ſed virides in extremitate. *III.* In lobis tam infra terram relictis, quam herbulis, extra terram emerſis, deprehendi eadem plane inſecta, qnae antea deſcripſi in fabis. *IV.* Ab aliquot radiculis ligni fruſtum putre, ſed bene cohaerens, perfoſſum nunc etiam vidi. *V.* Cum integram talem plantulam ſoli libero et calenti exponerem: poſt 3 horas radices plane erant exſiccatae

ſiccatae et aridae, caules autem ſucculenti, et in priſtino vigore. *VI.* Radiculas, quamdiu ſimplices eſſent, longiores vidi, quam cum multiplicarentur, atque earum partes infimas putredine abſumtas, vt his ſecundariis fierent aequales.

Experementum III.

Anno 1737. d. 28. Aprilis, ſt. v. quatuor vaſis fictilibus, terra repletis, atque ad feneſtras muſei mei collocatis, commiſi totidem piſa ſicca, bene conſtituta; ſed quotidie irrigaui, modice tamen, *primum* vas ſubfrigida infuſione herbarum Theae, qua quolibet mane ad bibendum paullo ante vſus eram; *ſecundum* lacte; *tertium* vrina mea, ſana; *quartum* denique aqua pura fluuii Neuae. Haec quatuor piſorum ſemina diuerſam ſane ex hac diuerſa irrigatione ſenſerunt ſortem. Primum enim vas, infuſione Theae irrigatum, herbam produxit feliciter creſcentem, ex qua d. 10 Auguſti eiusdem anni alia matura ſemina ſuſcepi; ſed ſimul obſeruaui, iuxta hanc piſi plantam, ex eadem terra, in eodem vaſe, varias alias plantulas productas fuiſſe, quas vero ad promouendum piſi incrementum, ſemper teneras adhuc euellere conſultum ſcopo meo duxi. Secundum vas, lacte perfuſum, oſtendit primo terram ſitu et mucore quodam obductam, poſtea vermibus repletam, et denique duro cortice obductam, ſine vllius herbulae productione. Tertium vas, vrina madefactum, nihil praeter ordinem monſtrauit, ſed ſterile manſit. Quartum denique, quod aquam puram accepit, herbas et ſemina produxit. Alio tempore fabam maiorem, intra terras ſepultam; ſpiritu vini gallico quo-

 tidie

tidie irrigaui; ſed eam, poſt 13 dies effoſſam, inueni madidam quidem, ſed deſtitutam omni vegetationis incremento.

Experimentum IV.

Anno 1737 d. 8. Iunii, ſt. v. mandaui terrae, libero aëri expoſitae, raphani minoris ſemina, quae per integrum praecedens triduum in melle ſepulta iacuerant. Illas praeterea foueolas, in quibus grana terrae infodi, multo melle conſperſi, et deinde terra obtexi. Iuxta vero hunc ſulcum feci quoque alium, in quo ſimilia grana melle prius macerata, ſed non circumdata melle, ſepeliui. Poſt ſeptem dies haec vltima granorum ſeries ſupra terram emittebat herbas; poſt vndecim vero dies demum aliquot illorum, quae in terra etiam melle conſperſa iacebant, ſupra terram emerſerunt. Die demum 1 Auguſti, eiusdem anni, horum extraxi tot radices, quot potui ex fertilitate huius horti, atque in conſeſſu ordinario Academiae guſtandas eas exhibui, quod protocollum illius conſeſſus teſtabitur. Sed nihil deprehenſum fuit in his raphanorum radicibus, quod vel minimum mellis, aut inconſueti alicuius ſaporis, indicium ferret.

Experimentum V.

Eodem, quo prius, tempore piſi plantulam optime creſcentem et vegetam terris exemi, et ſubita ſciſſura radicem ſeparaui a caule cum adhaerentibus ipſi herbis; tum ſimul horum pondus inueni 16 granorum, illius autem 22; quas duas partes ſeparatas cum per 3 horas aëri libero,

libero, cum aliquo ſolis aſpectu, expoſuiſſem: deprehendi pondus ſuperſſe caulis et herbarum 11 granor. radicis autem 3 gran. Adeoque caulis et herba tranſpirauit $\frac{55}{176}$ ſui; radix vero $\frac{152}{178}$ ſui; fuit ergo tranſpiratio caulis ad transpirationem radicis = 55 : 152 = 1 : 3 quam proxime.

Experimentum VI.

Anno 1738, menſe Nouembri, teſtae optima terra repletae, et in muſeo meo calefacto collocatae, immiſi fabam maiorem. Hanc poſt aliquot dies exemi iterum, radiculamque iam prominentem incluſi calamo anſerino truncato, cuius orificium apertum leniter fabae ad aptaui, et cera muniui; tum vero integram plantulam, cum hoc appendice, iterum defodi, ſed nihil iam terrae ad radicem pertingere poterat, impediente calamo. Protruſit ita quidem faba haec germen, ſed languidum, debile, nec vllo fere ſucceſſu creſcens. Exactis tribus ſeptimanis erui iterum fabam, vt conſpicerem quomodo conſtituta eſſet, ſed corruptiſſimum eius ſtatum inueni; cuius ſectionem mediam, ſecundum longitudinem factam, repraeſentat Fig. II. Radix quippe non expleuit totam longitudinem calami circumdati; ſed in parte ima apud A erat exſiccata et demortua. In lobi parte ſumma, apud C, et infima apud B, duo erant loca plane putrefacta, in quibus inſecta eadem penitus cum ſuperioribus, (Exp. I. die 4) detexi, ſed ita languida et debilia, vt vix mouerentur; medium autem lobi D ſtatum naturalem adhuc et integrum ſeruabat ſine inſectis, qui-

 bus

bus etiam carebat terra, quam ſolicte et armato oculo examinaui.

Experimentum VII.

Anno 1741, menſe Maio, obſeruaui fortuito, cum in ſubdiali ligneo (*balcon*) aedium mearum ſub veſpere verſarer aëris mutandi cauſſa, materiam lactiformem, albam, ſubito erumpentem, oui columbini magnitudine, in aliquot locis ex trabe abietina, quae ad minimum ante decem iam annos huc adaptata erat. Capta portio huius materiae, et exacte perquiſita, apparebat quaſi mollis aliqua collectio minimarum fiſtularum; et poſtero die relictae portiones mutabantur in muſcum trabi adhaerentem, qui poſt aliquot dies plenus erat ſubtiliſſimi pulueris fuſci.

Experimentum VIII.

Anno 1739, menſe Iulio, ciſtulas ligneas repleui materiis ſequentibus, et cuilibet earum inſerui duo auenae ac totidem cannabis ſemina, rite poſtmodum irrigata aquis, vt viderem quo ſucceſſu vegetatio procederet. Expertus itaque ſum horum germina extra terram protruſa fuiſſe diebus ſequentibus. In *terra foecunda*, auena poſt 5 dies, cannabis poſt 4. In *arena* ſicciſſima, diuque in accenſo clibano excocta, ſed legitime poſtea madefacta auena et cannabis poſt dies 5. Vnde non mirum eſt, in lapidibus ſicciſſimis creſcere muſcos, et in arena pura vites, quod refert *Henckelius* in *Flora ſaturnizante* pag. 93. In minutiſſime diſſecta copia fruſtorum *panni rubri lanei*, auena

na poſt 5 dies, cannabis poſt 8. In *ſcobe lignea*, vtraque poſt dies 5. In *carbonibus* ad puluerem tenuem redactis, auena ſola poſt dies 7. In *chartae* copia, tenuiſſime diſſecta, cannabis poſt dies 8. In *auenae* ipſius congeſta copia auena ſola poſt dies 8. In diſſecto *foeno*, auena ſola poſt dies 14. Nihil vero plane extra ſe protruſerunt *cineres*, e fornace collecti; *ſcobes ferreae*; *goſſypium*; *arenae* partes tres miſtae cum parte vna *ſalis culinaris*; *arenae* partes duae miſtae cum parte *nitri* vna; *cineres clauellati*; *farina* ordinaria, ex qua panis coquitur. Ex piſo, *ſpongiae* bene prius elotae intruſo, et legitime irrigato, educaui aliquando integram plantulam, foliis quidem multo tenuioribus, quam in hortis eſſe ſolent, quae et flores et fructus proferret. Tum deinde in conuentu Academiae ordinario, d. 25 Auguſti 1738 habito, monſtraui piſum, quod cepae arundini ſuperne abruptae inhaerens, flores et herbas extra hanc cauitatem protulit, radices autem ſuas, cum radice bulboſa cepae coniunctas, terrae immiſit.

Experimentum IX.

Anno 1748. menſe Aprili, vaſculum, quod parallelepipedi formam tenebat, et cuius ſectio verticalis repraeſentatur in A B D C, Fig. III. repleui terra hortulana. Altitudinem C A tenebat vaſculum hoc circa 1 $\frac{3}{4}$ poll. ſuperne autem tam apud E, quam inferne apud F, pertuſum erat foramine ſatis amplo, pollicem quippe quadratum occupante. In terrae vtrique huic foramini imminentis medium, exacte captum, G, immiſi piſum vulgare d. 12. Aprilis ſt. n. inter duas ſuperficies terrae

E et

E et F in aequilibrio quaſi poſitum; atque his ita praeparatis totum vaſculum in muſeo meo, prope feneſtram, impoſui duobus fulcris H et I, vt inferius tam foramen apertum, E, quam ad ſuperius E liber aëri pateret acceſſus. Tum vero terram hanc per dicta foramina E et F quotidie irrigaui modica aqua, ſed ipſum vaſculum elapſis ſingulis 24 horis inuerti, ita vt ſuperficies A B eſſet in vno ſpatio diurno ſuperior: in altero eſſet inferior, atque in tertio rurſus ſuperior, ſicque porro; donec die 25. Aprilis, adeoque poſt 13. dies in foramine ſuperiori appareret germen erumpens, vna cum radiculae extremo ſimul; ſed in illo quidem foramine vaſculi, quod primis 24 horis infra poſitum erat apud F. Piſa autem alia, in teſtas, contiguas vaſculo huic, immiſſa vno eodemque priori tempore, ſed relictas in ſitu conſtanti, germinare viſa ſunt poſt 3 ſtatim dies. Cum deinde plantulam vaſculo exemi, eius figuram deprehendi talem, qualem oſtendit Fig. IV, in qua apud A eſt piſum defoſſum, apud B ſunt radiculae, atque apud C eſt germen.

Experimentum X.

Eodem anno 1748, d. 1 Aprilis ſt. n. iterum repleui terra vaſculum aliquod cubicum, ſuperius apertum, ſed inferne pertuſum duobus foraminibus. Altitudo vaſculi D C, Fig. V, erat circiter pedis; ſed in altitudine vnius pollicis ſupra vtrumque foramen E et F immiſi terrae duo piſa A, B; quibus ita praeparatis apparatum hunc ad feneſtram muſei mei ſuſpendi ex C et G, terram vero quotidie irrigaui per dicta foramina E et F ope ſyrin-

ſyringis, vt nempe, ſi fieri poſſet, germina piſorum quaſi inuitarem, vt per foramina haec prodirent, adeoque deorſum creſcerent, et radiculae ſurſum. Sed omni hoc conatu nihil effeci. Nam elapſo triduo in vtroque foramine apparuerunt apices radicularum, vegeti primum, ſed inſequenti die iam marcidi atque demortui. Exempta vtraque plantula deprehendi piſa arefacta, et germina ſurſum verſus C G directa pariter exſiccata; vtraque inſuper radicula parum adhaerentis terrae tenebat.

Experimentum XI.

Liceat huc referre vegetationem partium quarundam animalium, veluti vnguium et capillorum, quorum incrementa ſequenti modo indagaui. Anno 1738, die Aprilis 6, ſt. v. in digito minimo vel auriculari manus meae ſiniſtrae ſignaui vnguem tenui lima eo loco, quo primum a cute relinquitur; tunc, conſueto more vnguem illum praecidendo, vidi ſignum hoc continuo verſus anteriora protrudi, donec tandem Iunii die 28, adeoque poſt 81 dies, vltima huius vnguis attingeret et abſcinderetur. Longitudo autem huius vnguis, quam ſignum lima factum interea creſcendo percurrit, erat $\frac{4}{9}$ pollicis rhenani duodecimalis. Capillum vero humanum, capiti vna cum radice ſua euulſum et aquae purae ita impoſitum, vt radix in aqua eſſet, alterum autem extremum ſupra marginem calicis promineret, auctum longitudine ſua obſeruaui parte decima dicti pollicis, tempore 14 dierum, menſe Iunio anni 1743. Abſoluit igitur creſcendo vnguis, in tempore 81 dierum, $\frac{4}{9}$ poll. capillus vero in

eodem tempore fere ⅝ poll. vnde vterque eadem celeritate creſcere cenſendus hucusque eſt.

CONSECTARIA.

Expoſitis ita fideliter experimentis his a me captis, accedam nunc ad conſectaria quaedam ex illis deriuanda: in quibus caute et tarde procedendum eſſe, omnes, qui veritatem inconcuſſam ſectantur, vno mecum ore et corde affirmabunt. Sint itaque ea, quae ex praemiſſis legitime deriuari poſſe mihi quidem videntur, ſequentia.

I. Cuticulam externam ſeminis, ſiue corticem, ex irrigatione infra terram reddi primo ſtatim tempore molliorem, apparet in experim. I. die 1, quod ideo fieri neceſſe eſt, vt radicula erumpere per hunc corticem poſſit. Vti enim ex ſola auium incubatione oui teſta fit tenuior a calore, modico quidem, ſed continuato, donec roſtro perfodere corticem hunc poſſit pullus: ita etiam a madore leniter affluente ſeminis quaſi teſta euadit mollior, donec perfringere eam queat radicula erumpens et terram petens. In quo quidem ſeminis, vel grani alicuius, ſimilitudo cum ouo apparet aliqua, non autem perfecta, qualem ſtatuere videtur Celeberr. *Fontenelle*, in „*Hiſtoire* „*de l' Acad. des Sciences* 1701, his verbis: *Toutes les* „*plantes viennent par des oeufs; car les graines ſont pour* „*la Phyſique de veritables oeufs, auxquels la langue a* „*donné un autre nom.* Diuerſitas enim aliqua inter granum ſeminis et ouum manifeſta eſt in eo, quod hoc nihil externi alicuius ſucci intra ſe trans corticem attrahit, verum omne id, quodcunque ad pullum nutriendum

requi-

requiritur, intra ſe iam paratum ante continet; illud vero, quanquam aliquid alimenti ad plumulam extendendam in ſe comprehendat, opus tamen habet, vt externi liquoris quid per cuticulam recipiat, quod bene dictum eſt in *Journal des ſavans*, anno 1666, pag. 400, *les pois ou les feves, étant mis dans la terre, attirent leur aliment au travers de leur tunique.* Puto igitur, emendanda eſſe verba, quae occurrunt in *Spectacle de la Nature*, de vegetatione plantarum, hunc in modum: „*Apres que* „*la radicule s'eſt nourrie des ſucs, qu'elle tire des lobes*, (ſed qui ſuccus ab extrorſum influente humore aquae diluendus prius eſt, et corrigendus;) „*elle trouve dans l'envelloppe, ou dans l'ecorce de la graine, une petite ouverture, qui repond à ſa pointe, & qu'on apperſoit avec* „*le microſcope dans le bois des plus durs noyaux, egale-* „*ment comme dans la robe des graines*„ (inuenit radicula hoc oſtium ſibi praeparatum, ſed nihil profuturum, niſi ab affluente aqua externa totus cortex prius emolliatur, vt erumpenti radici ſine noxa cedere poſſit.)

II. De origine inſectorum, aut pediculorum, quos primum a me repertos in experim. I. deſcripſi, anceps fere haereo. Aſpicio illos eo maiori admiratione, quod iam animum meum ſubiit aſſertum illud Celeberr. *Muſſchenbroekii*, in oratione *de ſapientia diuina*, 1744 habita, pag. 23 dicentis: *phaſeoli turcici, hominum deliciae, ab inſectis manent intacti.* Retuli de hoc phaenomeno ad Per illuſtrem *L. B. De Wolff*, in epiſtola ad ipſum data Petropoli d. 3 Nouembris 1738; qui Vir ſummus ſequentia mihi reſpondit; d. d. *Marburgi Cattorum*, Aprilis 4, 1739. *Animalcula, quibus planities inter ſe contiguas lo-*

borum fabarum obſitas deprehendiſti, vitio cuidam earum tribuenda mihi videntur. Memini enim, ſi fabae non fuerint recentes, aut propter anni tempeſtatem vitioſum humorem alant, vermes in terrae commiſſis gigni; ita vt, ſi corruptae ob aetatem vegetationi non amplius inſeruiant, terrae commiſſae in putredinem abeant, et a vermibus concretis conſumantur; id quod etiam accidit ob humorem vitioſum, quando nondum anni aetatem tulerunt. Quamobrem conſultum foret, vt accuratius in hoc phaenomenum inquireretur, et coelo fauente in loco liberiore experimenta repeterentur. Ante vero iam, quam acciperem conſilium hoc grauiſſimum, maiorem exactitudinem in eo quaeſiui, vt loco terrae adhiberem arenam, optime prius aqua pura elotam, quae ita nihil terrae admixtae teneret; hanc deinde in furno accenſo, multo igne, et diu, excoxi, et tum demum ea vas aliquod repleui menſe Nouembri 1738, in muſeo meo collocatum, cui plures fabas commiſi, vltra viginti nempe, easdemque ſolicite irrigaui aqua vehementer prius cocta, ſed refrigerata poſtea; vas ipſum etiam ſemper tectum ſeruaui, vt ne quid pulueris arenae ſuper incideret. Quibus ita factis, cum laete germinarent hae fabae, nullum plane in omnibus deprehendere potui inſectum vel animalculum; quae tamen eodem tempore inueni in alia faba terrae impoſita, per *experim. VI.* Quae cum ita ſe habeant, in eam ſententiam adducor, vt non credam animalcula haec ex oborta putrefactione ſucci, aut corruptione, fuiſſe nata. Primo enim plantulae ipſae, quarum lobos inſecta haec obſederunt, feliciter et laete pleraeque creuerunt, quod fieri non potuiſſet, ſi quicquam ſucci in lobis praeparati et contenti mucorem

et

et putredinem contraxiſſet, vti docet experim. VI. Secundo deinde vidimus, in experimento modo allegato, inſecta haec male ſe habere in lobi ſucco corrupto et ſtagnante; cum in experimento I. viuacia illa fuerint et valde mobilia; quod igitur indicat, nihil ibi adfuiſſe putridi. Potiorem igitur hanc ſententiam puto, qua creditur, animalcula haec orta fuiſſe ab ouulis inſigni copia terram intra diſperſis, et per aquas affuſas in lobos ipſos aduectis, in quibus ab exortae fermentationis tam calore, quam reliquis circumſtantiis, ab ouulis minutiſſimis fuerunt excluſa. Ingrediuntur autem haec ouula in lobos, non quidem per tunicam grani ipſam, ſed per ianuas ab hac tunica diſrupta apertas, quod docet experim. I, die 3 et 4. Hinc enim explicari poteſt, cur in fabis arenae excoctae inſertis nulla conſpicua fuerint inſecta; quoniam ſcilicet ouula nulla hic aut adfuerunt, aut remanere potuerunt, per aquas intra lobos aduehenda. Hinc etiam ratio reddi poteſt, cur haec inſecta, ſimul ac germen e terra emergit; deſerant et germen, et lobos, et obſervatorem ipſum, neſcium qua illa ſe latebra abſcondant; et cur hoc fiat; an ab aëris externi acceſſu, an ab alimentorum defectu, an vero ab alia cauſſa. Interire enim illa ob loborum ſubſtantiam iam exſiccatam et exſuccam, probabile plane eſt.

III. Experimentum IV inſtitui, inductus aſſerto libri cuiusdam germanici, cuius titulus eſt: **Entdeckte Grufft natürlicher Geheimnüſſe**, editi ab anonymo auctore, Lipſiae 1727, in quo pag. 170. legitur, raphanos dulces procreari, ſi ſemina per biduum melle praemacerentur. Legi praeterea in *Hiſtoria Naturae Antoni*

tonii *Le Grand*, pag. 306, credidiſſe olim *Baconem*, celebrem illum Angliae Phyſicum, cucumeres teneros et delicatiores euadere, ſi ante ſationem eorum ſemina fuerint paullulum lacte macerata. Docuit me igitur experimentum meum, haec omnia tentari fruſtra: neque id mirum eſſe poteſt, ſi reputemus nobiſcum, omnia, quae mel vel lac conſtituunt, non poſſe tranſire in plantam, vel eius granum aliquod; et ſi vel maxime tranſeant omnium ingredientium partes aliquae: vix tamen fieri poſſe, vt in tali proportione illa ingrediantur, quae requiritur, vt partes conſtitutiuae eo modo inter ſe ſint collectae et combinatae, quo efficere queant mel, vel lac. Similia, ſimili cum effectu, tentauit etiam *Haleſius*, in *ſtatica vegetabilium*, verſionis germanicae pag. 27, et 208, quae omnino huc ſunt referenda.

IV. Cum experimentum VIII. oſtendit, ex ſcobe ferrea nihil ad vegetationem adiumenti eſſe exſpectandum, fabuloſa eſſe credo, quae recenſentur ab *Ant. Le Grand*, in *Hiſtoria Naturae*, pag. 297, vbi haec occurrunt: „*Qui Iaponiam peragrarunt*, *arboris cuiusdam meminere*, „*adeo ferri amicae*, *vt*, *ſi eius ramus deciſus eſt*, *clauo* „*ferreo ſit affigendus*, *vt denuo agglutinetur*; *imo ſi arbor* „*areſcere incipiat*, *ſcobe ferri*, *radici eius admota*, *ſtatui priori reſtituitur*.„ Ridicula enim haec ſunt tam ab experimentis, quam ab rationibus etiam, quae l. c. adducuntur. An materia animalis, caro, cornu cerui, etc, plantarum vegetationem poſſint excitare, experimenta inſtituere mihi non licuit. Ex illis vero, quae antea experim. VIII. recenſui, vix dubitare poſſum de iis, quae refert *Le Grand*, l. c. pag. 300 et 301; nempe pumellum ſuc-

ſuccreuiſſe ex ſterno cuiusdam paſtoris, qui in prunellum inciderat atque receperat in thoracis regionem ſpinam eiusdem arboris; cum et *Gaſſendus* ipſe auctor huius hiſtoriae ibidem allegetur. Eodem calculo aeſtimandas eſſe cenſeo reliquas hiſtorias ibidem relatas, quibus farris ſpica e mulieris naſo; et hedera ex cerui cornu progenita dicuntur. Faba etiam auri iuuenis intruſa, diutiusque ibi retenta, radices egiſſe traditur, in *Keysleri* Neueſte Reyſe, epiſtola XIV., 121.

V. Non diffiteor, me plurima horum experimentorum meorum illo inſtituiſſe fine, vt, ſi fieri poſſet, reperirem aliqua, quorum ductu explicatio pateret admirandi illius phaenomeni, in omnibus plantis conſpicui, quo radix deorſum ſemper deprimitur, germen vero ſurſum eleuatur. Quod certe problema, a natura nobis propoſitum, inter difficillima et captui humano maxime imperuia eſt numerandum, niſi ſupine illud conſideretur. Neque deſuerunt excellentia ingenia nodum hunc plus quam gordium agnoſcentia, et admirantia, et cupidine illius ſoluendi illecta. Plaſticam aliquam vim huc adducere: peccare eſſet in perſpicaciam huius ſeculi, cuius applauſum, et recte quidem, nihil mouet, niſi quod aut diſtincte explicatur, aut cuius ſimilia alia experimenta allegantur. Videamus igitur, quid profecerint in hoc aenigmate extricando auctores grauiſſimi hucusque. *Antonius Le Grand, in Hiſtoria Naturae*, P. VII, art. 8, p. 308, omnibus ſtirpibus ingenitum eſſe dicit, germen in ſublime emittere; radices vero loca inferiora petere. Addit deinde hanc rationem; „*Cum nulla expanſio ſine calore fiat, euidens eſt, illud,* „*quod e plantula erumpit, rudimentum a calore proficiſci,* „*et eius impulſu ſurſum tendere; nam id caloris eſt ingenium*

„*nium, in ſublime ferri, et eo obuia corpora propellere;*
„*ſicuti ignis in decliui loco accenſus, non ad angulos ipſi*
„*decliuitati rectos aſcendit, ſed ad perpendiculum: ita etiam*
„*ſtirpes, quae in collibus naſcuntur, ſurſum ſemper euehun-*
„*tur a calore, qui eo tendit; quod vero radix in contra-*
„*rium pergat, et in terram demergatur, eius alimento tri-*
„*buendum eſt; nam ſicuti funalis flamma ſenſim deorſum*
„*nutat, et ad ceram depaſcendam inferius deuehitur: ita*
calor intra radices contentus ad imas earum partes pergit.„ Hucusque citatus auctor; quem videmus radicis directionem et generationem ita ſupponere potius, quam explicare. *Mariotte, de la vegetation des plantes*, P. II. p. 128, phaenomenum hoc recenſet quidem, ſed nihil de illius explicatione addit; dum de faba, ſuper aquam germinante, dicit:
„*Dans peu de jours les feuilles ſe developpent, s' allongent, &*
„*s' elargiſſent; & la petite pointe, qui doit s' etendre en raci-*
„*ne, commence à deſcendre vers l' eau, quoiqu' au commence-*
„*ment elle ſoit quelquefois tournée en haut, mais elle ſe courbe*
„*peu à peu, pour y arriver.* Regnault in *Entretiens Phyſiques*,
„Tom. III. pag. 16, hanc quaeſtionem format: *pourquoi la*
„*racine - s' enfonce - t - elle dans la terre, & la tige en*
„*ſort?* „ reſpondet poſtea, *la racine tirant le ſuc le plus groſſier, & le plus peſant, doit deſcendre, & s' enfoncer. Denis* in *Journal des Savans* 1673, p. 198, putauit, germen ſurſum enitendo ſequi viam facillimam, quia ſic minimum reſiſtentiae experiatur, et ſequatur ductum particularum ignearum et ſubtilium, quas in ſe continet. Sed quid obſtet huic ſententiae, profunde docuit *Perilluſtris Dom. Bilſingerus*, in horum *Commentariorum* Tomo V, pag. 206, 207, §. 27. Qui idem Vir, toto literario

orbe

orbe celeberrimus, et horum etiam naturae myſteriorum diligentiſſimus non modo, ſed etiam perſpicaciſſimus ſcrutator, eadem exquiſitiſſima ſua diſſertatione efficit, vt nihil neceſſe habeam mentionem facere de *Dodarti*, *la Hirii*, et *Aſtruccii* ſuper hac quaeſtione ſententiis ibi relatis et ponderatis, quarum vltimae calculum grauiſſimum ſane, et merito quidem, adiicit. *Haleſius* denique, in *ſtatica vegetabilium*, experim. CXXIV, pag. 196, verſionis germanicae, hoc anno 1748 editae, explicationem breuiſſime in eo ponit, vt dicat plumulam lobis contentam ſuperne et inferne augeri, adeoque illam ſurſum illinc, ac deorſum hinc, protendi, quod ſane nihil aliud eſt, quam idem per idem explicare. *Henkelius* tandem in *Florae ſaturnizantis* p. 95, hac breuitate hoc ſe negotio extricat, vt dicat: germina ſurſum creſcentia eſſe radios totidem prolongatos ſuae peripheriae. Huius itaque phaenomeni, niſi ſempiterna nox illi offuſa ſit, rationem peti debere puto a natura grauitatis, in deprimenda radice verſus centrum terrae, non vero verſus maiorem copiam terrae, id quod experim. X optime docet; et quo etiam probatiſſimorum auctorum ſententia inclinat. Tum vero alteram eiusdem partem explicari aliquantum poſſe arbitror per materiam ignis, quae quidem ita facta eſt, vt e corpore calidiori quoquouerſum exeat communiceturque cum frigidioribus proximis, ſed repellatur forſan et cöerceatur in grano, per fermentationem obortam excitata, a tellure ambiente copioſiore, a cuticula granum ſepiente, ita vt ſurſum verticaliter potius, per aperturam in cuticula factam, quam aliorſum exitum ſibi quaerat, et germen illuc ſecum abducat. Putaſſem attractionis vim, quae

alias

alias in difficillimis quaeſtionibus vtiliter in ſubſidium vocatur, hic auxiliatrices quoque praebere manus poſſe, niſi plane obſtaret huic aſylo experimentum modo dictum X, in quo certe, ſi tellus radicem attrahendo deorſum alliceret; eadem iam hanc ſurſum trahere debuiſſet, ob maiorem illuc diſpoſitam copiam; et germen deorſum repellere; cuius tamen contrarium plane accidit. Cum itaque nihil adhuc certi allegari queat, quod phaenomenum hoc conſtantiſſimum illuſtret: dubium eſſe poteſt, an non aliae praeter cognitas hucusque grauitatis, elaſticitatis, attractionis, in natura rerum dentur vires, et tales quidem etiam, quas *animales* vocare licet? dum phaenomena, quae ab illis dependent, explicare valemus mechanice; quae vero ab his, nondum. Eſt enim ſine dubio plena virium et facultatum natura, quarum pauciſſimas nouimus adhuc, nec ſufficientes explicandis tot rerum varietatibus, quot conſpicimus quotidie. His igitur vim animalem adnumerare, nondum tamquam cauſſam veram quandam, ſed tamquam nouam aliquam cauſſarum incognitarum claſſem, quae ſuperari tandem poſſit olim, et redigi ad mechanicarum explicationum ditionem, quis eſt qui vetare poſſit? praeſertim in plantarum republica et oeconomia, quas *Campanella*, *de ſenſu rerum*, l. 3, appellat animalia immobilia, vid. *Journal des Savans*, 1737, menſe Iul. p. 414; qualem ſimilem vim animalem *Keplerus* quondam telluri tribuit, ad perficiendos curſus ſuos, ad ſubeundas mutationes ſuas. Quis enim iam nunc explicabit, aut demonſtrabit mechanice, pullum, recentiſſime ouo ſuo excluſum, ſtatim, propria ſua Minerua adiutum, inſiſtere pedibus et ingredi, nec tentare vnquam dorſo prouol-

prouolui et promoueri? vel quaerere eundem aquas vicinas, illisque tuto innatare? et quae ſunt alia infinita. Si quis conſpiceret, in aëre remotiſſimo poſitus, caſtellum ab hoſtibus cupidiſſimis oppugnatum, is certe videret continuas ignium emicationes; obiecti haud infrequentes mutationes; tractus hinc et inde nigros illud ambientes; et reliqua, quae omnia ex cauſſis proximis recte explicaturus eſſet per vires animales, quarum opera fit, vt tormenta continuo explodantur, incendia oriantur, domus corruant, et cuniculi agantur; minime vero per cauſſas mechanicas remotas, ad quas ne quidem nobis, proxime haec aſpicientibus, patet aditus. Quae quidem omnia eo pertinere volo, non vt cum *Andr. Rüdigero* ſtatuam, quod recenſetur in *Journal des Savans* 1717, p. 23; „*Dieu a imprimé dans les ſemences de chaque plante les* „*idées des plantes, qu'elles doivent produire; ces idées* „*ſont connüs de l'ame de la plante, & cette ame ſe ſert* „*alors du ſel, du ſouphre, de l'eau, & de l'air, pour* „*arranger de telle ſorte la matiere, que cette matiere prenne la forme de la plante.*„ Nihil enim aliud requiro, niſi hoc, vt tantiſper, donec explicationum noſtrarum phyſicarum claritas ad maiorem euehatur gradum, ſupponere liceat greges animalium, anima non rationali quidem, ſed ſenſitiua tantum, praeditorum, quae tam abſcondita et intellectui, et ſenſibus noſtris, efficiant. Cum vero haec ſuſpicionis tantum loco haberi volo: potius ad illa me enumeranda verto, quae ab experimentis meis ante deſcriptis prono alueo fluunt. Ex his itaque certum mihi eſſe videtur de *lobis* granorum, 1. Illos, breui poſtquam terrae immorantur, emolliri. 2. In iisdem

interdum generari vermiculos aut inſecta. 3. Si ab affluente aqua nimis emolliantur: id ipſis nocere. 4. Flaccidos tamen illos ſuccum adhuc largiri plumulae; prouti teſtatur *Mariotte* l. c. p. 128, et idem confirmatur Experim. I, die 12. Non dubito praeterea de *germine*, vel *plumula* aſſerere, 1. Illud ab initio vegetationis parum augeri. 2. Illud diutius, quam radices ſolent, intra lobos grani manere reconditum. 3. Extra lobos exſertum illud verticaliter ſurſum niti ſemper. 4. Nihil illud terrae ſibi adhaereſcens pati, ſed ab huius commixtione manere liberum. 5. Eiusdem admodum lentam et ſegnem eſſe euaporationem. *Radicum* denique proprietates hae ſunt: radix prius grano exit, quam germen. 2. Eadem celeriter creſcit, contra quam germen facit. 3. Radix primaria cito ſibi adiungit ſecundarias, ex ſe enatas. 4. Radix verticaliter deorſum ſemper creſcit; ſi vero impediatur in hac directione ſua: tum impedimenta haec molliora perterebrat; duriora autem ſupergreditur, donec liberam creſcendi deorſum viam nanciſcatur. 5. Radix continuo terram ſibi adhaerentem habet quam arctiſſime. 6. Radiculae virides ſunt in extremitate ſua, ceterum albae. Viriditas haec ab illa materia viridi, quae in aqua putreſcente oritur, deducenda videtur. Ex quo ſimul manifeſtum eſt, quod Celeberr. *Henkelius* in *Flora ſaturnizante* p. 86, dicit: plantas magis eſſe partes, quam partus, terrae. 7. Euaporationem radices habent valde celerem, et triplo quidem maiorem, quam germen; hinc non conſeruari poſſunt, cum exponuntur aëri, ſed obtegendae ſunt terra; ex conſilio *Perilluſtris Dom. Bilſingeri*, in *Commentariis Acad. Petropol.* Tomo V, pag. 200,

§. 5.

§. 5. 8. Radix a terra, cingente ipſam, nutritur; quod experim. VI abunde oſtendit. 9. Radix deorſum creſcit non ab attractione terrae, ſed ab alia cauſſa illuc influente, quod in experim. X patet. 10. Effici poteſt, vt et radicula et germen ſimul ſurſum erumpant e terra; quod factum eſt in Experim. IX; neſcio tamen, an in omnibus eiusmodi caſibus ſimiliter hoc ſuccedat. Haec itaque iam ſunt generalia et praecipua vegetationis plantarum phaenomena, quae, ſi explicare mechanice quis voluerit, videbit ſane, quam haeſitura ſit ipſi aqua, in eorum vnoquoque.

VI. Aquam puram, quae vel nullo, vel minimo ſale eſt infecta, optimum eſſe plantarum nutrimentum, plane demonſtrat experim. III. Illa vero aqua, quae refertiſſima eſt particulis acribus, vel ſulphureis, pinguibus, qualis eſt vrinae et lactis et ſpiritus vini, quibus fluidis aqua non niſi pro vehiculo partium aliarum, et plurium, et heterogenearum, data eſſe videtur, plantas non ſolum non promouet, ſed etiam enecat.

VII. Cum experimentum III oſtendat, ſpiritum vini, quo irrigata fuit faba maior, hanc perdidiſſe, neque vllum in ea vegetationis incrementum excitaſſe: dubito certe de eo, quod docetur in *Regnalti Entretiens Phyſiques*, tomo III, p. 62, de acceleranda vegetatione per eundem ſpiritum, his verbis: *Trempez dans de l'eau de vie de la graine de laitue, de chou-fleur, de ſalade &c melez dans le terreau de la chaux eteinte & morte, reduite en poudre, avec un peu de fiente de pigeon; en deux fois 24 heures vous aurez des laitues. Mettez de la graine de perſil, trempes dans du vinaigre, & apres l'avoir*

l'avoir ſemée dans de bonne terre jettez deſſus beaucoup de cendres de coſſes de ſeves, enſuite arroſez la terre avec de l'eſprit du vin, & couvrez la bien des linges; le perſil pouſſera hors de terre en peu d'heures. Neſcio autem, an ſuccedant aliae methodi, qualis eſt *Cardani*, qui Lib. XIII, p. 513, *de rerum varietate*, ſcripſit: „*Fabam referunt, nouem diebus obrutam in oleo, germinare* „*in duabus horis, impoſitam pani calido.*„ Quod idem paullo mutatum occurrit in *Journal des Savans* 1684, p. 53, vbi dicitur: „*Pour faire lever des fêves, & des* „*pois, dans une heure, il ne faut, que les mettre dans* „*de l'huile chaude pendant 9 jours, puis les faire griller,* „*& les ſemer enſuite.*„ Suſpendo pariter iudicium meum de illo, quod occurrit in diario iam citato 1685, pag. 14, his verbis: *Mr. Edmond Wilde faiſoit pouſſer de la laitüe en moins de 2 heures, dans une terre, qu'il dit avoir été 2 années de temps à preparer.* Quibus vnicum hoc addo, quod ſcribit *Franciſc. Baconus, B. de Verulamio*, in *hiſtoriae naturalis* cent. V, operum pag. 840: *ſemina macerata in vino maluatico, ſpirituque vini, prorſus non excreuerunt.*

VIII. Quae in experim. XI adduxi de vegetatione vnguium atque capillorum, haud immerito huc referuntur. Statuendae enim ſunt omnino, cum *Hon. Fabry*, tres plantarum ſpecies. Prima illarum, quae creſcunt ex terra; ſecunda earum, quae creſcunt ex plantis prioribus, quales ſunt muſci; viſcum, quod eſt frutex in arboribus alienis naſcens et viuens; tertia denique harum, quae creſcunt in animalibus, vti pili, cornua, plumae, etc. vid. *Journal des Savans* 1666, p. 628. De pilorum vero vegetatione plura tradidit iam *Mariotte*, in *hiſt. Acad. ſcient. pariſinae* ad annum 1677, pag. 219.

ADDI-

Additamentum.

Poſtquam haec abſoluta erant, legere me accidit *Verulamium in ſylua ſyluarum, ſiue hiſtor. nat. centuria I, art.* 29 vbi ſequentia, ad vegetationem ſpectantia verba occurrunt: „ Cepae ſuſpenſae ſponte germinant, „nec non pulegium; etc. additur poſtea: ſed eſt nobile „experimentum, et quod conſequenter ad plura innuat; „ſi exploretur, an haec, dum germinant, pondere augeantur; quod inquirito, iis, antequam ſuſpendantur, libratis, et poſtquam germina emiſerunt. Si pondere non „augeſcant, nihil aliud conficitur inde, quam aliis partibus decedere, quod in germinatione aliis accedit. Si „pondere autem creſcant; tum ex magnalibus naturae „vnum eſt.„ Experturus itaque, vtrum horum futurum ſit, ſuſpendi in muſeo meo, anno 1749 d. 26 Ianuarii ex aliquot filis ad feneſtram cepam bene conſtitutam, cuius vix aliqua germinum initia apparebant, et quae pondus tenebat 296 granorum talium, quorum 7680 efficiunt libram hollandicam. Haec ab initio, ſtatim poſt aliquot dies, egregie germinauit, ſed pondere ſemper diminuta fuit, vti ſequens tabula docet. Erat enim eiusdem pondus, granorum modo dictorum.

Februarii	7 - -	272.	germina altitudinis $1\frac{1}{2}$ poll. rhenoland.
- - -	21 - -	255.	germinum altitudo 2 ad 3 poll. eademque pulchre viridia.

Martii

Martii	12	- -	233. quo die germen longiſſimum 5. poll.
- - -	28	- -	213. vbi breuiorum germinum apices ſummi aliquantum corrupti erant.
Aprilis	8	- -	196.
- - -	16	- -	187.

Maii 16 - - 145. quo die experimentis hiſce finem impoſui, quia germinum omnium ſummi apices corrupti non ſolum, ſed areſacti etiam, erant. Ne minimum vero aquae aut humiditatis toto hoc tempore ad cepam hanc perueniret, ſollicite ſemper curaui.

DE

OBSERVATIO ANATOMICA
MVSCVLI IN PECTORE PRAETERNATVRALIS ET VARII IN DIVERSIS CORPORIBVS INVENTI.

AVCTORE
Abr. Kaau Boerhaave.

Veſalius, caſtigans Galenum enumerantem muſculorum thoracem mouentium quintum, aſſerit, illum eſſe muſculi recti abdominis partem in canibus, in ſimiis caudatis, ſemper inueniendam, ad primam ſiue ſupremam thoracis coſtam adſcendentem, quam in hominibus ſibi nunquam obſeruatam, fatetur (a). Galeni tamen intelligendi gratia, muſculi huius propaginem exhibet ſupra humani corporis pectus exporrecti, vt caeterum in animalibus inuenerat (b): monens ſimul, ſeſe eiusdem in homine naturales limites dediſſe tabula proxime antecedente (c). Eſt autem huius ibidem vnica, lata, craſſa, eaque tota carnea, inſertio cartilaginis coſtae ſextae parti anteriori, ad marginem eiusdem ſupremum, ab initio ex coſta oſſea ad extremum vsque, quo oſſis pectoris laterali ſinui inarticulata inſiſtit; quam his verbis ipſe deſcribit (d) *Ad pectus vsque feruntur* [muſculi recti abdominis] *cui ſupra mucronatam cartilaginem, ad oſſis pectoris latera, illique connexas cartilagines, lati carnoſique in-*

(a) De Corp. Hum. Fabric. L. II. C. 31.
(b) Ibid. muſc. Tab. V. Δ r-s.
(c) Ibid. Tab IV. n.
(d) Loc. cit. C. 31.

inplantantur. Alias autem (a) dicit. *Recta fibras ſurſum ducens a pubis oſſe ad pectus conſcendit*. Generalem hanc deſcriptionem, et imprimis delineationem, poſtea emendauit Bartholomaeus Euſtachius, tabula anatomica trigeſima ſecunda in dextro (b), tabula autem trigeſima tertia in ſiniſtro muſculo (c), exhibens accuratiſſime delineata tria extrema, quibus in tendines prius extenuatis, ad totidem coſtarum verarum inferiorum cartilagines, ſeptimam ſcilicet, ſextam, et quintam, pertinet. Et facies illa in optimis corporibus fere ſemper conſtat (d). In Tabulis autem, quae ex diſſectione et partium praeparatione Domini Duuerney Chirurgi Pariſini et in horto Regio Anatomiae Demonſtratoris nuper a Gautier ſingulari arte impreſſae ſunt, partes ſcilicet colore et magnitudine naturali exprimentes (e), Muſculus Rectus abdominis deſcribitur oriri (ortum enim ex Galeni aliorumque placitis ponit Auctor, quo nos inſertionem) a tribus inferiorum verarum coſtarum cartilaginibus, quandoquidem a duabus ſolum (f). Poſterior caſus, vt naturalis, in caeterum rite formato corpore mihi nondum apparuit, neque obſeruaſſe hunc videtur Celeberrimus B. S. Albinus, ſaltem ante editam

(a) Epitomes cap. II. vide ibid. III. muſc. Fig. m. a. b. &. Fig. IV. f.
(b) Explic. Albinianae Q.
(c) Ibid. α. β. γ.
(d) Confer B. S. Albini. Hiſt. muſc. L. III. c. 78. et Tab. Anat. muſc. ſecund. a. b. c.
(e) *Myologie complette en couleur et grandeur naturelle à Paris 1746.*
(f) *Le Muſcule Droit prend ſon origine des cartilages des trois dernieres vraies cotes, quelquefois de deux ſeulement.* Et paulo ſupra *Sa partie ſuperieure couvre la partie ſuperieure des trois dernieres cotes, elle ne couvre quelquefois, que le deux dernieres & les primieres de fauſſes cotes.*

tam muſculorum hominis hiſtoriam (a), quin ex connato ſibi candore et hanc varietatem indicaſſet. Vidi tamen in foetu, vbi pars corporis inferior plane monſtroſa, cuius hiſtoriam concinno, coſtam ſeptimam ad ſternum, in latere dextro, non pertinere, ſed, vt ſolet octaua ſeptimae, ſic iam haec ſextae cartilaginem infra tangebat, illi iuncta. Muſculus rectus vero findebatur in duo modo extrema, quorum ſterno proximum gracilius cartilagini coſtae ſextae, externum latius quintae eidem inſerebatur ad tertiam circiter longitudinis partem, atque inde ad initium, quo ex oſſea coſta continuatur, vsque, iuxta latus et inſertionem prioris adſcendens. Vidi idem in cadauere viri robuſti, cuius oſſa ob plura peculiaria notanda ſeruo (b). Ibi autem muſculus Rectus naturaliter findebatur in tria extrema, ſed primum horum pertingebat ad ſextae, ſecundum ad quintae coſtae cartilaginem, tertium ad quartam coſtam, partim oſſeam, partim, vbi ex hac cartilago vlterius ad ſternum procedit; dum iuxta marginem ſuperiorem, quam ſolet, altius pectoralis procedebat. Sunt hi caſus rariores, nec modum Naturae ſequuntur, etſi in mox citato opere, vt paſſim obuii deſcribuntur, et, quod magis miror, in binis diuerſis figuris ſoli delinean-

(a) Leidae Batauorum 1734. et Celeb. Douglaſſius in deſcript. muſcul. §. 5. *Inſeritur Rectus tendineo carneus cartilaginibus coſtarum ſeptimae, ſextae, quintae, prope os pectoris.*

(b) Vbi, praeterquam quod in latere ſiniſtro coſta ſeptima ſua cartilagine non ad ſternum pertingit, in dextro latere coſta duodecima deeſt, et in infima dorſi vertebra ſinus lateralis ad coſtae huius caput recipiendum deſideratur; atque inſuper vertebra lumborum ab inferioribus ſecunda cum tertia ita per anchyloſin concreuit in vnicum os continuum, vt de ſubſtantia cartilagineo-ligamentoſa, quae peculiaris ſi-

neantur, etſi ex corpore diuerſo (a), idque valde confuſe. In priori etenim tabula (b) tria muſculi extrema ne quidem ad duas veras inferiores coſtas pertinent. Caput etenim (vt cum Auctore loquar) breuiſſimum, iuxta lineam albam adſcendens, ſe ſub coſtae octauae vltima cartilagine, quae et hic praeter naturam ſterno inarticulatur, abſcondit, atque inde oriri, vel huic potius inſeri, videtur. Iuxta hoc alia bina adſcendunt, atque, coſtae nonae et octauae prius cartilaginibus ſuperatis, etiam ſeptimae cartilaginem tegunt, et longitudine inter ſe aequalia, parumque a ſe inuicem diducta, intermediam hanc tranſparere permittunt: deinde ad marginem huius ſuperiorem vel truncata apponuntur, vel eidem carnea inſeruntur, quod non euidens diſtinguitur. In altera autem tabula (c) iterum in tria extrema muſculus deſinit, quae non

---

bricae vertebras ſupra ſe inuicem mobiles iungit, nihil ſuperſit, niſi tantillum, quod vtrimque ad vnam vel alteram lineam, ſulcum in latere adhuc diſtinguentem implet.

(a) Diuerſa corpora fuiſſe, ex quibus Figurae binae deſumtae ſunt, patet, quia reliquus in oſſibus et muſculis habitus valde diſcrepat. Tabula etenim decima thorax naturali longior delineatur, vtpote vbi coſta octaua ſua catilagine etiam ad ſternum inferius pertingit, tecta a duobus extremis muſculi recti abdominis, ſed fine ſuo emergens et tegens; extremum eiusdem muſculi minimum. Tabula vero vndecima pectus naturale eſt, vbi ſeptima coſta vltima ſterni latus infra attingit. Praeterea in vtraque figura ipſius muſculi recti habitus diuerſus eſt. Tabula etenim decima, linea tendinoſa, quae muſculum, vbi pectus conſcendit, transuerſum diſtinguit, obliqua, dimidia, incohata et imperfecta eſt. In altera autem Tabula eadem vndulata, integra et abſoluta totam muſculi latitudinem ſecat. Vti diuerſam hanc faciem, in aliis, et rite formatis, corporibus ſaepius obſeruare ſolemus. Vide praeterea, quae de Serrato Antico ſiue Pectorali minori ſupra notamus.

(b) *Planche* X.

(c) *Planche* XI.

non ad tres duasue veras coſtas, ſed omnia ad vnam, ſextam ſolam, pertinent. Caput quippe breuiſſimum, coſtae ſeptimae cartilaginem non modo tegit, ſed, ſuperato inſuper intercoſtali ſpatio coſtam ſeptimam inter et ſextam, huius margini inferiori ſterno proxime, atque inde extrorſum, inſeritur. Bina reliqua extrema, iterum aeque longa, plus, quam in priori tabula, disiuncta, nudam tranſparere ſinunt ſeptimam et ſextam coſtam, et iuxta latus prioris deinde pari gradu adſcendentia, vltimo huius margini ſuperiori vel inſeruntur, vel truncata eidem apponuntur, quod neque in hac figura ſatis liquido apparet. Deficit ergo in priori figura, in extremo muſculi recti abdominis minimo ea longitudinis pars, qua ſupra cartilaginem coſtae octauae ad ſeptimam exporrigi ſolet. In altera contra cauda muſculi extremi minima tanto longior eſt, quanta datur diſtantia inter limbum inferiorem cartilaginis coſtae ſextae et marginem inferiorem eiusdem coſtae ſeptimae, cui foret naturaliter inſerenda. In reliquis binis extremis, in vtroque muſculo id praeternaturale obſeruatur, quod ambo inter ſe ſint aequalia, cum externum medio tanto longius ſit naturaliter, quanta eſt inſertio altior inter binas coſtas. Ergo in priori tabula extremum medium muſculi recti tanto breuius eſt, quanta diſtantia intercoſtalis a margine ſuperiore coſtae ſeptimae ad inferiorem ſextae intercedit; extremum externum abreuiatur, quantum ab eodem loco diſtat margo inferior coſtae quintae. In altera autem tabula cauda eiusdem media tanto altius extenditur, quanta eſt latitudo cartilaginis coſtae ſextae. Tertia autem, ſiue externa, rurſus breuior, quan-

 tum

tum eſt ſpatium intercoſtale inter coſtae ſextae marginem ſuperiorem et quintae inferiorem. In vtraque ergo tabula muſculus vitioſe delineatur, nec conuenit vlla ratione cum data deſcriptione. Si quid tale interim obſeruauerit Auctor, inconſuetum monuiſſet, quia ſupponitur ex optimis corporibus concinnata figura Anatomica, quae partes naturales exhibet, caeterum negligentiae culpandus eſt, qui praeternaturale pro ſolito offert; neque opus ſuperbo titulo reſpondet, inprimis cum reliquorum muſculorum ſors non multo melius laudanda. Multis recenſendis ne obruar, in iisdem Figuris diuerſus, quaeſo? notetur habitus muſculi Serrati antici, in priori praeternaturalis, vtpote vbi quatuor capitibus, ſupremo minimo, oritur carnoſus a totidem coſtis ſuperioribus, ſecunda nempe tertia, quarta, et quinta: in altera autem iuxta Auctoris deſcriptionem (a) ad priorem tabulam datam, ſed non delineatam, naturaliter tribus exſurgit initiis a ſecunda, tertia, et quarta coſta ſuperiori. Et de hac differentia altiſſimum ſilentium eſt. Neceſſitatem ergo et vtilitatem, qua opus hoc vnicum Anatomes Studioſis et Amatoribus commendatione ſui obtruditur (b) cum contemtu aliorum (c) nondum video; metuo contra, vt falſis rerum idaeis

(a) Scribit Auctor ad tabulam decimam, vbi muſculus ſerratus quatuor capitibus oritur a quatuor coſtis, ipſe: *le petit Pectoral prend ſon origine par des principes charnues de la partie anterieure de la deuxieme troiſieme et quatrieme cote ſuperieure.* Planche X. 82.

(b) *Ouvrage unique utile & neceſſaire aux Etudians & Amateurs de cette ſcience.*

(c) *L'eſſentiel manquant aux Eſtampes noires, il etoit inutile d'en faire la dépenſe. Dans l' avertiſſement.* Comparet Auctor ſua cum Bidloniania et videat, an ars de Lareſſe nigris habitum peiorem, quam ille coloribus, expreſſerit.

idaeis ſemel imbuti confundantur! Laudes meretur ſummas nobile inuentum. Encomio dignus eſt Auctoris conatus: nec infitias ibit aliquis, artem, quae viuis coloribus partes impreſſas vera magnitudine repreſaentat, proxime ad Naturam accedere, atque alias delineatione expreſſas figuras demonſtrandi methodos longe ſuperare, dummodo ſimul verum ſitum, fabricam, habitum, et partium limites exprimens ſcopo et inſtituto praecipuo ſatisfaciat. Caeterum pretioſis indutam veſtibus ſpectamus ſimiam, frons prima quidem allicit, ſed ſub ſpecie latet informe decipiens: hoc eſt, quod in artificioſe his impreſſis tabulis dolemus. Tutior fides datur, etſi nigris ſolum adumbratis lineis, Albinianis muſculorum Tabulis et Hiſtoriae, quas ex triginta et pluribus cadaueribus, attentiſſima cura et patientia incredibili, ope artificis incomparabilis, concinnauit atque repetito per decem et vltra annos toties examine ita confirmauit celeberrimus Auctor, vt forſitan vix litera in deſcriptione, aut in figuris linea peccet. Inuentas, poſtquam centum et quinquaginta annos latentes anxie deſiderauerat bono fortunato, gaudet Anatome Euſtachianas Tabulas omnium, qui ſcientia corporis humani fabricae delectantur, ſumma admiratione perſpectas, laetoque applauſu exceptas, atque ſincero teſtimonio probatas, excepto, quod miror, Pariſino Auctore, qui, ſiue inſcius rerum in his imagines plus ad mathematicae veritatis ſimplicitatem, quam artificioſas adumbrationes exhiberi, ſiue proprii operis amore obcaecatus, nimis humilem et praecipitem de his ſententiam profert (a). Quem noto praeterea, omnium

(a) De Muſculis capitis, colli etc. differens, ſcribit: *Euſtache en a donné dans une ſeule Planche, pluſieurs petites (Figures ſur les Muſcles*

omnium fere, qui ante et poſt Euſtachium ſcripſerunt, Anatomicorum, erroris aſſeclam, muſculi nempe huius extremum ſuperius (non diſputo de ortu vel inſertione, quamuis haec prae illo placeret propter mobilitatem thoracis, quam peluis, maiorem, muſculi directionem et actionem) pertinere ad ſternum, ad cartilaginem mucronatam et ad coſtas ſpurias (a). De qua re inter ipſos vix conſtat. Dicit Columbus terminari in ſternum et cartilagines vltimarum coſtarum verarum (b). Ponit Bartholinus initium cum Galeno in pectore carnoſum ab vtroque latere cartilaginis enſiformis, a ſterno, et

de la Tete) ſans proportion, tronconnées. Dans l'Avertiſſement. Eſt illa Tabula XLI, quam celeberrimus Winslow in explicandis capitis et colli muſculis Tom. II. Expoſ. Anat. praepoſuit: et de qua quam longe aliter ſentit Clariſſimus Morgagni, videri poteſt in epiſtola ad Illuſtriſſimum Lanciſium, editioni Romanae praefixa, in qua pagina XVII haec leguntur. *Sed ad Tabulas XLI et XLII transeamus, in quarum plerisque figuris inſpiciendis, dicere non poſſum, Lanciſi ornatiſſime, quantam ceperim voluptatem, dum* ... et ibidem, vt recenſione meritis laudibus extollit, ita cum Praeſtantiſſimo hoc Auctore paſſim in editis ſuis ſcriptis, encomio digno reliquas Tabulas Euſtachianas proſequuntur ſubinde celebres Anatomici. Vnicum ſufficiet prae caeteris teſtimonium, quo non aliud magis firmum, non aliud Euſtachio dignius, quod dedit par Anatomicorum nobile Boerhaauius et Albinus in vita Veſalii, eius operibus praefixa, cuius haec grauia verba ſonant. *Sed vnus omnium inſtar, imo cunctos ſuperans, Romae caput extulit Bartholomaeus Euſtachius Sanctoſeuerinas eruditione anatomica atque exercitatione artis caeteros vincens omnes, naturam corporis humani per pictas effingendi tabulas felicitatis et fidei incomparabilis. Videturque ad dimenſionis geometricae ſeueritatem concinnaſſe ideo, vt Galeni et Veſalii ſcripta cum ipſa natura compararet.* Quod ſi praeter colorem et magnitudinem naturalem D. Gautier obſeruaſſet, omne punctum tuliſſet.

(a) *Le muſcle Droit prend ſon origine des cartilages des trois dernieres vraies cotes, quelquefois de deux ſeulement, de la partie inferieure du ſternum, du cartilage xiphoïde & celui de la premiere des fauſſes cotes, par des portions charnuës qui peuvent ſe diviſer. Planche XI.* 85.

(b) De re Anat. Lib. V. Cap. XXII.

et quatuor coſtarum notharum cartilaginibus (a): cui fere iisdem verbis conſentit Diemerbroeckius (b), Palfyn (c), atque Heiſterus (d). Keilius vero ex ſterno et extremitate duarum verarum inferiorum coſtarum (e), Veslingius ad mucronatam pectoris coſtarumque cartilagines ortum carnoſum (f), Boerhaavius cum Cowpero (g) a cartilagine Xiphoïde, binarum coſtarum infimarum verarum, et binarum coſtarum ſuperiorum ſpuriarum ponit (h): ad hunc Hallerus ex Euſtachio inſertionem tribus cartilaginibus verarum coſtarum inferiorum, additque ex Cowpero quartam cartilagini enſiformi (i). Bidlous autem originem ex duabus cartilaginibus verarum et ab vna coſtarum ſpuriarum (k), et Spigelius extremum ſuperius ad oſſis pectoris latera ab vltimarum verarum coſtarum cartilaginibus deſcribit (l). Platerus (m), Bauhinus (n), et Steno (o) ad oſſis pectoris latera vltimis verarum coſtarum cartilaginibus carnoſo fine: Winslow ad ſternum inferius, tres veras, et primam coſtam ſpuriam adnatum, dicit (p). Douglaſſius autem veram inſertionem tendineo-carneam cartilaginibus coſtarum ſeptimae, ſextae, quintae, prope os pectoris (q), et poſtea acura-

(a) Anat. Lib. I. Cap. VI.
(b) Anat C. H. Lib. I. Cap. V.
(c) *Heelkonſtige ontleeding* II. *verband.* III. *hoofdſtuk.*
(d) Compend. Anatom. §. 105.
(e) *The Anatomy of the Humaine Body. chap.* II. *lect.* II.
(f) Syntagm. Anat Cap. II.
(g) Anat. Reform.
(h) Inſtit. Medic. §. 5. 5.
(i) In notis ad loc. cit.
(k) Anatom. Tab. XXXII.
(l) Lib. IV.
(m) De Corp. Hum. ſtruct.
(n) Theatr. Anat. Lib. I. Cap. VIII.
(o) Tract. de ventr. et inteſt. Cap. XIII.
(p) *Expoſition Anatom. Tom. II. p.* 34. *N* 98.
(q) Deſcript. Muſcul. Comparat. §. 5. 11.

curatius tradidit Albinus (a). Repetito in vtriusque ſexus cadaueribus quamplurimis examine accuratiſſimo, quod eo magis commodum, quia in omni apertura corporis hoc extremum facillime denudatur, ſemper deprehendi ſolam inſertionem per tria dentata extrema tribus inferiorum coſtarum verarum cartilaginibus, quandoquidem, ſed rarius, etiam quintae coſtae oſſeae parti extremae, vbi in cartilaginem continuatur. Extrema autem bina maiora prius abeunt in tendines extenuata, maxime longiſſimum. Breuiſſimum autem coſtae ſeptimae cartilagini inſeritur plerumque carneum, quandoque ſterno proxime carneum, atque inde remotius tendineum ſenſim latius, quo magis a ſterno diſtat. Eſt in aliis corporibus inſertio omnium extremitatum margini inferiori exteriori ſuae cartilaginis cuiusque acuta et tenuis. Eſt in aliis iterum eadem ad partem earundem mediam anteriorem. Obtinet hoc inprimis in extremo medio, vt quandoquidem recto termino deſinens a latere interiore, id eſt ſternum verſus, inferiorem partem cartilaginis coſtae ſextae tangat et tegat, inde vero ſenſim ad latus externum, vbi tertium ſiue longiſſimum extremum iuxta hoc adſcendit, eiusdem cartilaginis margini ſuperiori implantetur, tegens eandem ſub ſe decliuem. Et hoc iterum iam videtur annotaſſe Euſtachius, tabula etenim trigeſima ſecunda exhibet muſculi recti extrema pertingere tendinea ad partem anteriorem ſimul et inferiorem, tabula autem trigeſima tertia ad partem quidem anteriorem, ſed et ſimul mediam trium cartilaginum dictarum coſtarum, ſeptimae ſcilicet, ſextae et quintae.

Vbi autem muſculi recti abdominis pars ſuperior thoracem adſcendit, a parte interiore iuxta lineam albam parem ſuum fere ſemper tangit, (obtinente in cadauere ſtatu expiratio-

(a) Hiſtor. Muſcul. Lib. III. Cap. LXXVIII.

tionis validisſimo.) Simulque plus, quam dimidiam, eamque inferiorem et mediam, partem cartilaginis ſterni tegit, ſub attactu muſculi vtriusque abſconditam: inde autem ad inſertionem ſuam ductu lunato conuexus, deinde obliquus vtrimque adſcendens, partem ſuperiorem dictae cartilaginis ſterno continuam, liberam relinquit, atque fibris, quae limbum interiorem conſtituunt, magis contractis inſeritur cartilaginis coſtae ſeptimae extremo proxime, vbi hoc cum ſterno ſulcato, per leue mobilem articulum, iungitur, atque inde extrorſum ad continuationem extremi medii iuxta ſe adſcendentis; neque vnquam vidi vel vnicam fibram lateraliter infigi cartilagini mucronatae, multo minus ipſi oſſi pectoris, ſed obſeruo fibras graciles, tenues et planas, ſplendentes, oriri ex media et ſuperiore parte eiusdem, quae decurſu inter ſe parallelae ligamentum formant tenue, ſed robuſtum (1), non valde latum, quod oblique verſus cartilaginem coſtae ſeptimae ſuper muſculoſas fibras extenſum, ſupra harum inſertionem internam, illi infigitur (a). Retinet hoc ligamentum cartilaginem dictam ad ſternum in ſitu depreſſam, quae, eodem deſciſſo, proſilit; an vero aliquid etiam efficiat in muſculi validiſſime agentis extremo angulo, quem tegit, coërcendo, vix affirmo. Neque reliqua muſculi ſupra pectus extenſio partibus ſubiectis per fibras muſculares carnoſas, vel tendinoſas, affigitur, aut ab iisdem per has ortum ducit, ſed molliter his annectitur ſuperficie ſua inferiori per tegmen tenue celluloſum, quod in obeſis pingueſcit. Sic, antequam finditur, tegit latitudinem pectoris inferioris, quae inter lineam albam et finem cartilaginis coſtae nonae eſt; atque externo ſuo latere adſcendens, huius extremum, deinde finem cartilaginis coſtae octauae, et ſeptimae circiter quartam mediam extremam, ſextae mediam, longitudinis partem, atque in-

(1) Tab. XI. Fig. 1. α. β.

(a) Weitbrechtii Syndesmologiae Tab. XIV. ff.

inter has intercoſtales muſculos, extremo ſuo medio etiam illam partem operiens, quae in ſeptima coſta ab inſertione extremi minimi libera eſt, vna cum ſuo intercoſtali ad ſextae cartilaginem (a). Ludit interim et hic muſculus quandoquidem, vt caeteri in optimis corporibus. Praeter iam notatas varietates, vidit Celeberrimus Albinus in quodam, cui cartilago coſtae octauae ad os pectoris pertinebat, Rectum etiam extremae illi cartilagini inſeri (b). Praemonſtrante eodem, bis mihi contigit notare caſum, quem in hiſtoria muſculi Recti abdominis poſtea ipſe enarrat, huius ſcilicet continuationem per pectus ad ſummam ſterni partem, vbi tenuis et tendinoſa inſerebatur ſub lunulam, quae in eius ſummo eſt (c). Nec multum differt ab hac, quem beatus Anteceſſor meus Weitbrechtus deſcribit, muſculus in ſummo pectore ortus, qui iuxta ſternum deſcendens obliterabatur maximam partem in inſcriptione tendinea muſculi recti abdominis (d). Alia ratione ludere vidi hunc muſculum in corpore iuvenili giganteo, in quo extremum tertium longiſſimum parte ſua interiore, vbi iuxta extremum medium, coſtae ſextae cartilagini adnatum, adſcendit, inſerebatur quidem
(1) Tab. XI. tendineum parti inferiori cartilaginis coſtae quintae (1), at
Fig. I. V. vero parte ſua exteriori, vbi caeterum initio cartilagineo
2) Ibid. W. ex coſta orienti proximum finitur (2), fibrae carnoſae continuatae, nec in tendines verſae, adſcendere pergebant obli-

(a) Vide Tabulam Euſtachii XXXII. Explicatam Albino ad Q. O. P. Tabulam XXXIII. α. β. γ. ι. h. h. h. h. Accuratius in Albiniana muſculorum Tabula II. a. b. c. L. L. L. In dextro T. Y. a. b. c. in ſiniſtro T. W. L. a. b. c.

(b) Hiſtor. Muſcul. Lib. III. Cap. LXXVII l.

(c) Ibidem.

(d) Comment. Petropol. Tom. IV. pag. 259

oblique extrorſum, cartilaginis partem coſtae oſſeae proximam tegebant (3), atque faſciculum muſculoſum conſti tuebant (4), qui digitum latus, ſuperatis intercoſtalibus (5) et coſta quarta (6), in tenuem tendinem abeundo inſerebatur margini inferiori, anteriori, coſtae tertiae, partim vbi oſſea finitur, partim vbi cartilaginea incipit (7), oppoſitus initio capitis muſculi Serrati antici, quo in hoc corpore a coſta tertia ille oriebatur ſupremo (8). Erat in tranſitu faſciculus liber, niſi inferne per celluloſum tenue tegmen cum ſubiectis, a latere externo et medio per idem (9) cum capite Serrati antici medio, quo tendineus a coſta quarta eiusque initio cartilagineo oriebatur (10), iunctus. Praeterea inueni in corpore viri robuſtiſſimi muſculum in pectore peculiarem, ſupra rectum quidem ortum atque inde ſupremum pectus verſus tendentem, at vero ab eo plane diſtinctum. Erat in hoc toroſo cadavere muſculus vterque pectoralis validiſſimus, atque ex vtroque ſterni latere ortus (1) relinquebat hoc latum, planum, liberum, neque fibrae ſe inuicem in eo attingebant, multo minus decuſſabant (2). Ad latus vero ſiniſtrum, iuxta ortum muſculi pectoralis ex ſterno et pone illum (3), decurrebat muſculus oblongus, pollicem latus, craſſus, carneus, infra et ſupra tendineus et tenuis, inferne fiſſus, per totam oſſis pectoris longitudinem (4). Oriebatur quippe duplici principio lato, ſed tenui, tendineo, externo maiori, interno minori, quod vtrimque coëuns muſculi corpus carnoſum conſtituebat (5). Tendo exterior, longior, planus, oriebatur tenui, et lato initio, a parte ſuperiori exteriori cartilaginis coſtae ſeptimae, illi loco proximus, quo haec cum infimo ſinu laterali ſterni articulatur (6), pone principia tendinea fibrarum, quae ex

(3) Ibid. W X
(4) Ibid. W XYZ
(5) Ibid. 5 R 4 R
(6) Ibid. 4
(7) Ibid. Z
(8) Ibid. M
(9) Ibid. Y
(10) Ibid. N

(1) Tab. XI. Fig. 2. H. H. IIII KK
(2) Ibid. 3. 4. 5.
(3) Ibid. I I
(4) Ibid. α β γ δ ε
(5) Ibid.
(6) Ibid.

ex eadem cartilagine ortae quandoque faſciculum diſtinctum
(7) Ibid. N ad muſculum pectoralem mittunt (7). Tendo interior, minor, itidem tenuis, oriebatur rotundiori et magis tereti initio ex ipſa ſterni parte infima media laterali ſiniſtra proxime articulationi coſtae ſeptimae cum ſterno,
(8) Ibid. β ſupra eiusdem cartilaginem mucronatam (8). Ambo tendines ad ſe inuicem accedebant, deinde confluebant,
(9) Ibid. γ carnei fiebant (9), atque muſculum conſtituebant, qui
(10) Ibid. γδ craſſus, planus, oblongus, fere rectus (10), iuxta exortum muſculi pectoralis ſupremum ſternum verſus adſcendebat, a latere eiusdem externo, id eſt brachium verſus, leniter incuruus, vt initia pectoralis muſculi ab eodem libera iuxta
(11) Ibid. IK illum apparerent in latere ſterni (11). Parte autem ſuperiore leniter inclinabat os pectoris verſus, atque in tendinem aeque
(12) Ibid. δ ε latum extenuatus (12) inſerebatur parti ſuperiori, dimidiae
(13) ε et laterali ſiniſtrae oſſis (13), quod in ſterno ſupremo triangulare vocant, infra initium muſculi ſterno-maſtoidei
(14) Ibid. A ſiniſtri (14). Vbi autem tendo exterior ortum capiebat ex margine anteriore ſuperiore cartilaginis coſtae ſeptimae, ibidem margini anteriori et inferiori, ex oppoſito, inſerebantur vltimae fibrae caudae primae muſculi recti abdo-
(15) Ibid. Q minis (15). Inter vtrasque autem fibras, ſuperioris nempe et
(16) Ibid. 7. inferioris muſculi, libera erat ipſa cartilago (16), neque hae illas attingebant, multo minus inter ſe communicabant, vel ſe inuicem decuſſabant, adeoque commercium hunc muſculum inter et Rectum nullum erat. Si quis putat, potius muſculi ſingularis ortum ibi deſcribendum, vbi ego inſertionem pono, nihil opponam: ideo illum inferne ſcripſi, vt libertas a recto manifeſtior foret, vtque appareret non huius eſſe continuationem; ad actionem etenim ſi reſpiciamus, plus videtur valere in eleuando coſtae cartilaginem, quam

in

in mouendo ſterni partem ſupremam. Cum autem inſerne et ſuperne inſeratur oſſi pectoris, an aliquid egit in eodem adducendo, adeoque incuruando? Si ſumma vi trahebam abdomen verſus fibrarum directionem, mouebat partem oſſis pectoris, in homine trigenario adhuc diſtincti (17), ſupremam extrorſum et leniter deorſum atque eiusdem oſſiculi partem infimam ſimul retro et intro trudebat. Tenſae autem fibrae e directo eleuabant, nonſolum leniter coſtae cartilaginem (18), ſed et ſterni partem infimam disiunctam (19). Tale vero robur, ac ego tractione obſeruaui, illi in vita adſcribere non audeo.

(17) Ibid. 3.
(18) Ibid. 7.
(19) Ibid. 5.

In alio cadauere iuuenili longe aliam faciem vidi muſculi in pectore peculiaris, in quo ante inciſionem iam notaueram hoc gracile valde et acutum. Diſſectis autem atque eleuatis integumentis (1) primo apparebat in vtroque ſterno-maſtoideo principium tendinoſum extendi ad dimidiam muſculi longitudinem, qui ad latera vtrimque carnoſus in vtroque erat (2). Muſculus autem pectoralis vterque ex ſterni latere ortus (3), os pectoris itidem nudum relinquebat (4). Inſerne autem faſciculus ex ſuperiore parte muſculi oblique externi ad pectoralem tendens valde erat extenſus ad coſtas infimas vsque, atque inde tenuis, mox tendinoſus, antrorſum et ſurſum oblique verſus pectus adſcendebat; vnde muſculus pectoralis ſolito longior et extenuatus erat (5). Iuxta initium autem pectoralis dextri, vbi ille a quintae coſtae cartilagine (6) ad ſuſtentaculum clauiculae (7) iuxta ſterni latus oritur, decurrebat muſculus valde peculiaris, vel potius muſculi duo, quorum haec eſt hiſtoria.

(1) Tab. XII. IIIIII.
(2) Ibib. 44.
(3) ibid 9. 9. 10 10. 11. 11.
(4) Ibid. 22. 22.
(5) ibid. 13
(6) Ibid. 10
(7) idid. 9.

Ortus

Ortus horum muſculorum tenuis, tenſus, late expanſus, faſciculis tendinoſis diſtinctus, communi fuit principio. Et quidem primum tenui lunato initio a margine priori ſterni, iuxta latus oppoſitum ortus muſculi pectoralis ſiniſtri, ad plagam, qua cartilago quintae coſtae oſſi pectori inſeritur, fibris diſtinctis, tenuiſſimis, tendi-
(8) Ibid A neis (8). Deinde retro dextrorſum, et magis inferiora verſus, vbi ſternum recipit cartilaginem ſextam coſtae
(9) Ibid. B dextrae, atque a ligamento hunc articulum firmante (9). Tertio a tota iſta diſtantia, quae inter coſtae ſextae inarticulationem, cartilaginis ſterni mucronatae partem ſupremam, atque cartilaginis coſtae ſeptimae inſertae anteriorem et inferiorem partem, in dextro latere, eſt, per fibras ten-
(10) Ibid. BC. dineas, magis exporrectas, tenues (10). Et quidem fuerunt ortus huius diſtincti faſciculi a parte anteriore inferiore ſterni ad cartilaginis coſtae ſextae inarticulationem, late expanſi, ſed tenues; fibrae etenim tendinoſae lunato ductu, quo inferiores, eo longiores, ab ortu ſuo ſparſae,
(11) Ibid. C B A L. adſcendendo arctius iunctae cöibant (11). Quarto altero faſciculo diſtincto, graciliori, ſed robuſtiori, a margine priori inferiori cartilaginis coſtae ſeptimae mox vbi illa adſcendens extremo ſuo iuxta et ſupra cartilaginem mucronatam ſterno inſe-
(12) Ibid. CD ritur (12). Erat autem principium hoc latum fibris tenuiſſimis radiatim ſparſis, quae poſt ortum oblique adſcendendo coïbant, deinde arctius iungebantur, atque iunctae faſciculum robuſtiorem in medio ſuo compactiſſimum con-
(13) Ibid. E ſtituebant (13), qui ſuperne, ſenſim magis et magis diſperſis
(14) Ibid. F fibris, latior factus iterum diuergebat (14). Quinto la-
(15) Ibid. DG to, tenui, et longe expanſo, principio (15) ab aponeuroſeos muſculi oblique externi parte ſuperiore, ad locum quo illa

illa ſupra muſculum Rectum ſupremum et crepidinem cartilagineam a coſta ſeptima, octaua, quandoque et nona perfectam, extenditur, huic leniter per cellulosam annexa. Erat ortus hic itidem fibris ſparſis, ſed lunato ductu extrorſum conuexis, adſcendentibus, et diſtinctis (16.) Tendinea haec expanſio principio ſuo, quo ſupra marginem inferiorem coſtae ſeptimae ex aponeuroſi muſculi obliqui externi ortum ducebat, cum hac confluebat (17), in adſcenſu autem ab eadem (18) lunato ductu et parte exteriore conuexa atque fibrarum ductu magis arcuato diſtincta manebat (19).

(16) Ibid. D G H I M
(17) Ibid. D G
(18) Ibid. 14
(19) Ibid. G H

Hic fuit muſculi, vel potius muſculorum, ortus tendineus communis, in quo praeterea notamus, quod ab ortu ſuo diſtincti faſciculi deſcripti tendinei, vbi deinde confluebant, firmiter inter ſe cohaerebant (20). Faſciculus autem, qui ex coſtae ſeptimae cartilagine anteriore et inferiore (21) oriebatur, diu diſtinctus manſit, imprimis a latere externo, vbi reſpiciebat faſciculum ortum ex aponeuroſi muſculi abdominis obliqui externi (22): adeo quidem, vt vterque in medio, quaſi ab altero diſtractus (23), figuram formaret oualem (24), antequam in parte ſuperiore iterum coiret (25). Idem faſciculus a parte ſua interiore, id eſt, pectus verſus, ſolitarius (26), a margine inferiore cartilaginis coſtae ſeptimae (27) ad marginem inferiorem cartilaginis coſtae ſextae (28) adſcendens, diſtinctus manet, leuiter modo accretus margini externo aponeuroſeos tenuis, prius deſcriptae, quae oritur ab ipſo ſterno ad plagam, vbi dextra coſtae ſextae cartilago illi inſeritur (29); vlterius vero pergens plane cum eadem obliterata concreſcit (30).

(20) Ibid. H M F L
(21) Ibid. D.
(22) Ibid. G
(23) Ibid. I et E
(24) Ibid. K
(25) Ibid. M F
(26) Ibid. C E F
(27) Ibid. D C
(28) Ibid. B
(29) Ibid. B
(30) Ibid. F

Deſcriptio ortus tendinei huius muſculi comparata cum illa, quam dedit Celeberrimus Albinus de Recti continuatione per pectus (licet ipſe autumet ab eodem diſtinctam) etſi in quibusdam conueniat, tamen multum ab eadem diſcrepare, facile apparet.

Tendo communis ex concurſu faſciculorum deſcriptorum craſſior, latus ſed planus, ſuperiora verſus contractior, obliquus ad ſternum abit in carnem craſſam, robuſtam, latam, quae in ipſo ortu ex aponeuroſi dividitur in duplicem muſculum, non ventre modo, ſed et cauda, ſiue inſertione, diſtinctiſſimum. Et quidem ho-
(31) Ibid. a b c d e f g rum alter maior, inferior, rectus (31), alter minor, ſu-
(32) Ibid. N O P Q R S perior, obliquus (32), ſupra priorem, verſus pectus adſcendit.

Superior lato principio carneo ex fine tendineo or-
(33) Ibid. H M F L tus (33), pyramidalis, obliquus verſus ſternum adſcendit,
(34) Ibid. N O P in tres validos faſciculos diſtinctus (34), qui ſuperne in ſplendentem tendineam expanſionem itidem diſtinctam
(35) Ibid. Q R S confluunt (35), ſubtus diu carneam, quae fine ſuo anguſtatur in tendinem craſſum, fere rotundum, ſed infra et ſupra
(36) Ibid. T leniter complanatum (36). Sic ortus tendo ſtatim diſſilit in
(37) Ibid. U V W tres caudas notabiles (37), quarum duae breuiores ſiniſtrorſum lunato ductu inflexae lateſcebant, atque extenſae, hinc complanatae et extenuatae, inſerebantur primo per fibras inferiores oſſi ſterno medio inter ſecundae et tertiae coſtae cartilaginum inſertionem, deinde extremo ſuo, fibris ſuperioribus in radios tenues diſperſis, atque inter principia tendinoſa, quibus muſculus pectoralis ſiniſter hoc loco ex ſterni latere ortum ducit, inſinuatis, lateri eiusdem ſiniſtro. Tertia exterior eiusdem tendinis cauda

ex

ex ortu communi (38) recte ſurſum adſcendebat iuxta et (38) Ibid. W
pone exortum muſculi pectoralis dextri a margine priori ſterni (39) leniter gracileſcens ad ſuſtentaculum vsque, (39) Ibid. 10
quod clauiculae caput recipit (40): ibidem autem leniter (40) Ibid. 9
dextrorſum flexa, ſub tendine muſculi inferioris (41), mox (41) Ibid. g
deſcribendi, pergebat magis magisque extenuata iuxta latus externum tendinis muſculi maſtoïdei (42), quo hic a (42) Ibid. Y
parte priori oſſis pectoris eademque ſuperiori, capiti claviculae proximus, exoritur. Ab eodem libera, ſed proxime per celluloſam iuncta, decurrebat obliqua per ſpatium fere bipollicare, atque deinde fine ſuo magis extenuata cum eodem, fibris tendineis quaſi intermixtione et euaneſcentia diſtinctionis diſparentibus, conglutinabatur (43). (43) Ibid. Z
Parte autem inferiore cauda tendinis peculiaris cohaerebat firmiſſime cum carne muſculi ſterno-maſtoïdei ſuppoſita, perfecte vt principium huius diu tendineum manens et per exteriora carnis decurrens, cum eadem iungitur, vel in hanc abit.

Actionem huius muſculi talem inueni. Si extenſae fibrae muſculoſae trahebantur verſus principium ſuum, caudae inferiores tendineae breuiores ſterno inſertae (44) (44) Ibid. U. V
explicabantur, neque tamen aliquid mouebant fibrarum muſculi pectoralis oppoſiti, quo loco ſe inter has inſinuabant. Cauda autem tertia longior ſterno-maſtoïdeo a latere inſerta (45) magis dextrorſum, id eſt, deorſum (45) Ibid. W V Z
et extrorſum trahebatur, ſimulque tendinem muſculi explicabat leniter atque eiusdem carnem ſuppoſitam deprimebat, ſicque totum muſculum leuiſſime mouebat eo verſus.

Muſculus alter maior inferior (46) communi prin- (46) Ibid. abcdef.
cipio tendineo oriebatur ita cum ſuperiore nexo, vt fi-

 brae

brae inter ſe quaſi digitis inſertis decuſſantes cohaererent, atque conglutinatae, ſine dilaceratione et diſſectione, ſeparari haud potuerint: carneus autem fiebat infra, vbi minor ſupra, fibris tendinoſis itidem in carneas verſis; inde adſcendebat decurſu, quam minor ſiue ſuperior, magis rectus, ab illo tectus ad initium ſinum et latus ſiniſtrum ſiue internum, quo hic oblique ad pectus adſcendebat atque ab inſeriore ſenſim ſiniſtrorſum remotus hunc liberum relinquebat (47).

47) Ibid. a b.

Muſculus autem inferior, fibris rectis adſcendentibus carneus, excurrebat extra initium tendinis minoris, vt hic in ortu ſuo latus, oblongo quadratus (48), ſurpa autem magis contrahebatur et abibat in expanſionem tendineam ſplendentem (49), qualem fere iam in minore ſiue ſuperiore muſculo (50) deſcripſimus. Fibrae autem carneae citius in tendineas abibant a latere externo ſiue dextro, tardius, quo plus in medio adſcendebant. A latere autem interno ſiue ſiniſtro tendo oblongus, planus, craſſus, oriebatur iam ad medium ventris muſculi, principio tenui, fibris ex carne ſenſim tendineis factis, quae deinde compactae confluebant, atque craſſum diſtinctum tendinem conſtituebant (51), qui iuxta latus aponeuroſeos adſcendens diſtinctus circa medium huius cum eadem concreſcebat (52), atque ſimul abibat in tendinem craſſum oblongo-rotundum anguſtatum, infra et ſupra complanatum (53), qui iuxta caudam tertiam tendineam muſculi minoris adſcendens (54), hanc tegebat, leniterque deinde expanſus inſerebatur tendini ſterno-maſtoidei muſculi (55) mox ſupra ortum eiusdem ex anteriore et ſuperiore parte oſſis pectoris (56), id eſt re-

(48) Ibid. a. b. c

(49) Ibid. d.

(50) Ibid. R. S.

(51) Ibid. e

52) Ibid. a d

(53) Ibid. g.

(54) Ibid. w.

(55) Ibid. h

56) Ibid. m

reſpectu ortus huius, ad angulum acutum, fibris tendineis vtriusque muſculi hoc loco firmiter concretis. Spargebat autem hic tendo ad ſuam inſertionem oblique ſurſum atque extrorſum, ſiue dextrorſum, quosdam faciculos tendineos, iterum ex fibris diſtinctis conſtantes, qui ſenſim graciliores facti pollicare ſpatium circiter emenſi, tendini muſculi ſterno-maſtoïdei, vbi ille ſupra carnem ſuam decurrebat, inſerebantur, vel potius in eundem abeuntes diſparebant (57).

Latus autem eiusdem tendinis interius, vbi ad ſterno-maſtoïdei initium accedebat et cum eo concreſcebat, reflexum in arcum (58), atque deinde oblique deorſum, euaneſcebat ad principium tendineum ſterno-maſtoïdei, quod hoc loco peculiare, in lunulam exſciſſum (59) cornua ſua longiſſime extendebat ſenſim extenuata, quorum ſuperius in fibras ſparſum (60) breuius, inferius ſolitarium et longius (61) latere ſuo interno ſterni parti, qua hoc tangunt, annectuntur, atque deinde extremo ſuo ſub pectoralis ſiniſtri initia ſeſe abſcondentia, illi inſeruntur.

Muſculus hic maior, ſiue inferior, tractus verſus principium ſuum, id eſt, deorſum, mouebat tendinem muſculi ſterno-maſtoïdei deorſum et leniter extrorſum humerum verſus, atque eo totum tendebat muſculum, maxime, ſi ſimul ageret cum muſculo minori, tum quippe parum plenius caro eius explicabatur.

Vterque muſculus, tractus clauiculam verſus, tendebat commune principium tendineum, mouebat, leniter extollendo, cartilaginem coſtae ſeptimae atque tendebat finem aponeuroſeos muſculi abdominis obliqui externi: tum vero faſciculis tendineis magis extenſis,

(57) Ibid. k

(58) Ibid. L

(59) Ibid. m

(60) Ibid. n

(61) Ibid. o

proximeque ad ſe inuicem accedentibus, diſtantia oualis
(62) Ibid. K (62) deſcripta in tendine communi, inter faſciculum ortum ex aponeuroſi muſculi oblique externi abdominis et illum, qui oriebatur ex cartilagine coſtae ſeptimae, arctabatur ad latitudinem, ad longitudinem vero extendebatur. In ſterno vero, vbi oriebatur tendineum principium fibris tenuiſſimis diſtinctis, ad ortum muſculi pe-
(63) Ibid. A ctoralis ſiniſtri (63), nullum omnino motum percepi. At vero iam ita extenſo muſculo, apparebat principium ſubtiliſſimum fibris ſparſis, leniter quaſi dentatis, ſenſim in arctius coëuntibus, oriri ex ipſo ſterno interſertis inter tenuiſſima tendinea initia fibrarum, quibus pectoralis ea plaga ex latere ſterni ortum ducit.

Quinam ergo in viuo fuiſſet huius muſculi vſus et actio? an, firmato collo, aliquid tribuiſſet ad facilitandam inſpirationem? Sic quidem videtur probare eius directio.

Firmato autem pectore, et tenſo muſculo abdominis externo, an mouit muſculum maſtoïdeum effectu in viuo patulo?

In eodem cadauere in latere ſiniſtro apparuit ſupra pectoralem muſculus paruus, rotundus, elegans,
(1) Ibid. α peculiaris: oriebatur hic fibris diſperſis (1) ſupra ortum tendineum muſculi prioris, quo hic ex ſterno iuxta plagam muſculi pectoralis ſiniſtri ad coſtae quintae inſer-
(2) Ibid. A tionem, exſurgit (2). Deinde ab aponeuroſeos faſciculo, vbi ortum ducit ad articulationem coſtae ſextae dextrae
(3) Ibid. β fibris longioribus (3). Tertio iisdem magis et magis elongatis ex aponeuroſi muſculi obliqui abdominis externi ſiniſtra, vbi illa ſupra Recti caput ſecundum, cartilaginem mu-
(4) Ibid. γ cronatam, atque ſterni extremum extenditur (4). Fibrillae

hae

hae tenuiſſimae ex late extenſo ambitu exſurgentes, adſcendendo ad ſe inuicem accedebant, conniuebant (5), atque deinde iunctae vtrimque conſtituebant tendinem oblongo-rotundum, gracilem, elegantiſſimum (6), qui ad alterum inclinando inter ſe iungebantur, ſed ita, vt linea intermedia diſtinctionem coalitus indicaret, formantes vnicum tamen principium tendinoſum (7), quod abibat in muſculum teretem, ſenſim incraſſatum (8), qui, ſiniſtrorſum obliquę axillam verſus adſcendendo, ſuperabat fere dimidiam partem altitudinis muſculi pectoralis, atque extremo ſuo iterum extenuato (9) expandebatur in tenues fibrillas tendinoſas (10), quae diſperſae per membranam pectoralem muſculum inueſtientem, illi ea plaga inſerebantur (11). Quo autem loco inferiori tendines graciles limites expanſionis deſcribentes, ex latiori baſi ad ſe inuicem accedentes triangulum deſcribebant, adeoque ſpatium intermedium relinquebant, ibidem fibrillae tenuiſſimae ex obliqui externi aponeuroſi emergentes, reticulum formabant tendinoſum tenuiſſimum, pellucidiſſimum, elegantiſſimum (12), parallele iunctae.

(5) Ibid. δ. ε.
(6) Ibid. ζ. η.
(7) Ibid. θ.
(8) Ibid. ι.
(9) Ibid. κ.
(10) Ibid. λ. μ.
(11) Ibid. ν.
(12) Ibid. β. γ. δ. ε.

De actione huius muſculi vix aliqud apparuit, niſi quod extenſus verſus inferiora leniter tendebat iſtam membranae muſculum pectoralem inueſtientis plagam, cui inſerebatur. Tractus vero verſus axillam, extendebat tegmen tendinoſum proprium, atque leniter extenſam mouebat portionem iſtam aponeuroſeos muſculi obliqui externi, a qua fibrillis diſtinctis ortum capiebat.

Obſeruauit etiam Celeberrimus Wildius muſculum inſolitum ad latera ſterni ſupra pectus expanſum (a), qui an deſcripto noſtro ſimilis fuit, non ſatis apparet; dubitat interim, an non Platysma-myoidis propago (b), quo cum nobis

(a) Comment. Petropol. Tom. XII. Tab. VIII. (b) Ibid. pag. 320.

bis deſcriptus et plane diſtinctus muſculus nullum omnino commercium habebat. Vera ergo ſcripſit quidem Veſalius, muſculum thoracem mouentium quintum Galeni eſſe Recti continuationem per pectus, in canibus, ſimiis, aliisque animalibus, quibus, quam in homine, magis procerum pectus datur, ſemper inueniendum. Et fidem damus candide fatenti, ſibi nihil ſimile in homine apparuiſſe, quia caſus rarior: in quo tamen teſtatur Riolanus (a) ſaepius ſibi viſam muſculi Recti productionem membranoſam ad primam thoracis coſtam, circa primae et ſecundae coſtae interuallum, carnem adquirere, quam pro ſingulari muſculo Galenus habuit: et mihi (praeter ea, quae in Albinianis demonſtrationibus vidi bis, et ſcio, non vidi, poſtea in theatro Anatomico adhuc ſemel publice demonſtratum.) inter centena et plura propria manu diſſecta cadauera, contigit in diuerſis diuerſam obſeruare, et Auditoribus aliisque ſcientiae Anatomicae cultoribus demonſtrare ludentis naturae datas varietates. In primis veram recti abdominis muſculi extenſionem, in aliis muſculos ſuperſtratos peculiares. Affirmatur inſuper fide dignorum teſtimonio obſeruatio. Tale quid potuit videre etiam Galenus, (dummodo contra Veſalium (b) vnquam humana corpora diſſecuerit.) culpandus, qui naturalem et ſemper ponit nomine hunc pectoris in corpore humano muſculum inſignem.

(a) Antropogr. Lib. II. Cap. VIII.
(b) Lib. III. Cap. VIII. pag. 329.

Explicatio Figurarum Tabulae XI.

Figura Prima.

Ablato a clauicula inferiore et a ſterno laterali, Pectoris muſculo, ab inferiore pectoris et ſuperiore abdominis parte, aponeuroſi muſculi obliqui externi, apparent

1. 2.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. Septem cartilagines coſtarum verarum totidem ſinubus ſterni a latere dextro inarticulatae.

8. Cartilaginis coſtae octauae dextrae pars prior.

9. 10. 11. 12. 13. 14. Clauicula dextra, pars ſterni dextra dimidia, iuxta longitudinem ſecta, cum cartilagine mucronata. Articulatio clauiculae, qua nititur, intermedia cartilagine 10. ſuſtentaculo 11. oſſis ſterni triangularis 12. diſtincti a reliquo ſterno 13. inferne continuo in cartilaginem mucronatam 14.

15. Aſpera arteria.

A Pars inferior muſculi ſterno - thyreoïdei.
B - - - - - - - - - - - - hyoïdei.
C - - - - - - - - - - - - maſtoïdei.
D - - - - - - - cleido - maſtoïdei.
E - - - - - - - coraco - hyoïdei.
F - - - - - - - leuatoris ſcapulae.
G - - - - - - - ſubclauii.
H - - - - - - - ſubſcapularis.

ILLL Muſculus ſerratus magnus. I caput primum a ſecunda, LLL quartum a quinta, quintum a ſexta, ſextum a ſeptima coſta, ortum.

MNOP Serratus anticus. M primum, N ſecundum, O tertium caput, quibus tendineis, mox carneis, oritur a tertiae ſuperiore, quartae latitudine tota, quintae iterum coſtae ſuperiore margine. - P Pars ſuperior, qua contractus ad proceſſum ſcapulae coracoïdeum tendit.

QQQQQQQ Septem muſculi intercoſtales ſuperiores, externi.

RRRR Muſculi intercoſtales interni.

SsTUVWXYZ Muſculus rectus abdominis dexter. S Linea tendinoſa ſuprema. s linea tendinoſa priorem inter et vmbilicum media muſculum ſecans, vbi pectus conſcendit. T extremum primum ſeu breuiſſimum, coſtae ſeptimae, U medium coſtae ſextae, V tertium ſiue longiſſimum parte ſua interiori coſtae quintae cartilagini inſertum. W eiusdem pars exterior continuata in fibras carneas, faſciculum praeternaturalem XYZ conſtituentes, qui ad X transgreſſus cartilaginem coſtae quintae, ad Y cartilagineam coſtae quartae atque intercoſtalia, inſeritur coſtae tertiae partim oſſeae extremae, partim initio eiusdem cartilagineo Z.

α β Ligamentum ex cartilagine mucronata media, oblique ſurſum tendens ſupra extremum muſculi recti minimum a latere interno ad cartilaginem coſtae ſeptimae, eidem inſertum. Confer Weitbrechti Syndesmologiae TAB: XIV. ff.

Figura ſecunda.

Ablata in latere ſiniſtro ea portione tendinea, qua muſculus pectoralis ab extrema cartilagine coſtae ſeptimae, prope os pectoris, oritur vna cum aponeuroſi obliqui externi abdominis, atque cum hac portione tendinea, in aliis quandoquidem carnea, quae ab illa ad pectoralem accedere ſolet, deinde ligamento in priori tabula α. β. notato; Hic apparet ortu carneo procedere a tota cartilagine coſtae ſextae ſuperiori. In latere autem dextro omnia integra ſunt. Supra autem ablatus eſt vtrimque muſculus colli latiſſimus: hinc apparent.

1. Clauicula ſiniſtra.

2. Clauicula dextra.

3. 4. 5. 6. Sternum cum appendice cartilaginea ad latera tectum a pectorali, infra ab extremo recti. 3. Oſſiculum triangulare dictum ſupra diſtinctum a reliquo ſterno 4. infra iterum diuiſum 5, cui continua eſt cartilago mucronata 6.

7. Cartilago coſtae ſextae.

8. Cartilago coſtae ſeptimae.

9. Aſpera arteria.

A. A. Ortus vtriusque muſculi ſterno-maſtoïdei.

B B. Pars ſterno-hyoïdei.

C C - - - thyreoïdei.

D - - - cleido-maſtoïdei.

E - - - coraco-hyoïdei.

F - - - leuatoris ſcapulae.

G H H I I I I K K L L L M Muſculus vterque pectoralis. G ortus ſiniſtri a clauicula. H H vtriusque a radice ſuſtentaculi eiusdem. I I I I a latere anteriore ſterni. K K ad cartilaginem extremam coſtae quintae. L L L a cartilagine coſtae ſextae tota. M in latere dextro a coſta ſeptima per portionem tendineam.

N. O. Aponeuroſis muſculi obliqui externi abdominis dextri. N portio tendinea eius tendens ad pectoralem.

P Q R S Muſculus rectus abdominis ſiniſter nudus, P inclinatio ad partem ſuum tegens extremam cartilaginem mucronatam. Q Extremum breuiſſimum cartilagini coſtae ſeptimae, R medium ſextae, S Longiſſimum ſeptimae, inſertum.

α β γ δ ε. Muſculus in pectore peculiaris iuxta ſternum adſcendens. α Tendo longior et latior, quo a cartilagine coſtae ſeptimae. β tendo breuior et gracilior, quo ab infimo ſterno oritur. γ Horum concurſus in carnem muſculi γ δ, qui iuxta initium pectoralis I K adſcendens redit in tendinem δ ε, qui oſſi triangulari ſterni 3 inſeritur, ſub initium muſculi ſterno-maſtoïdei ſiniſtri A.

Explicatio Tabulae XII.

IIII Integumenta communia ſectione diuiſa et reflexa.
2.2. Clauiculae.
3.3. Initium muſculi cleido-maſtoïdei.
4.4. - - - - - - Sterno-maſtoïdei ad latera carnei in medio
5.5. - - - - - - - - - - - hyoïdei tendinei.
6.6. - - - - - - - - - - thyreoïdei.
7. Aſpera arteria

8.8. 9.9. 10. 10. 11. 11. 12. Vterque muſculus pectoralis ſuo in latere. 8. 8 ortus a clauicula 9.9. a ſuſtentaculo eiusdem in ſummo ſterno 10. 10. a latere ſterni 11. 11. a cartilagine coſtae quintae. 12. a cartilagine ſiniſtra coſtae ſextae.

13. 14. 14. 15. 16. 16. Pars ſuperior muſculi obliqui externi abdominis 13. faſciculus carneus tendens ad pectoralem tendineus ortus ex aponeuroſi eiusdem dextri 14. Quae in latere ſiniſtro 15. a carne muſculi pectoralis inferiore 16. 16. ſolutus deorſum flectitur.

17. Portio aponeuroſeos muſculi obliqui externi ſuperior relicta vt appareat ortus muſculi peculiaris α β γ tendinea ex eadem.

18. Linea Alba.

19. 20. 21. Muſculus rectus abdominis, 19. iuxta lineam albam adſcendens. 20. extremum primum coſtae ſeptimae 21. extremum ſecundum coſtae ſextae cartilagini inſertum.

22. 22. Sternum.
23. Cartilago coſtae ſextae.
24. Cartilago coſtae ſeptimae.

ABCDEFGHIKLM. Ortus communis tendineus duorum muſculorum, qui peculiares in dextro latere pectoris decurrunt. A Faſciculus tendineus primus ex ſterno iuxta inſertionem cartilaginis coſtae quintae. B Faſciculus ſecundus iuxta inſertionem cartilaginis coſtae ſextae. C

tertius iuxta inſertionem cartilaginis coſtae ſeptimae. D. E. F. Faſciculus diſtinctus a margine cartilaginis coſtae ſeptimae infra articulationem cum ſterno ortus, qui in medio E contractus, ſupra F iterum expanditur. D G. faſciculus tendineus ex aponeuroſi obliqui externi abdominis ortus, latere externo G H illi adiunctus, fibris lunatis ad medium in latere interno I contractis.

K Diſtantia oualis a contractione vtriuſque faſciculi in medio E I. orta

L. F. M. H. Ex faſciculorum confluxu tendinis communis pars ſuperior, in carnem continua.

N. O. P. Q. R. S. T U V W X Y Z. Muſculus pecularis ſuperior ſeu minor. N O P diſtinctio in faſciculos tres maiores carneos Q R S tendineos. T. Tendo vnicus plano - rotundus. U. V. W. eiusdem tres caudae. U minima V maior et latior, ſterno inſertae. W X Y Z maxima. W adſcenſus eius ad latus muſculi pectoralis ſub tendine f g muſculi inferioris ſeu maioris. X eius ex eodem emerſio. Y applicatio et agglutinatio ad tendinem muſculi ſterno - maſtoïdei 4. Z coniunctio et in vnum coälitus.

a. b. c. d. e. f. g. h. i. i. l. m. n. o. Muſculus peculiaris inferior ſeu maior. a. b. caro, qua oblique nudus ſub minori emergit. b c pars ſuperior, vbi contrahi incipit abeuns in tendinem d communem, cui a latere interno tendo diſtinctus e accedit, qui deinde in vnum f confluit, atque ſupra priorem tendinem W. X. flectitur extrorſum g, ibidemque iungitur cum tendine ſterno - maſtoïdei, diu in tenues faſciculos diſtinctus h, tandem plane confluens i. A latere autem interno l reflexus, cum tendine maſtoïdei abit in lunulam m, cuius cornu ſuperius n. minus, ſed latius, iterum fiſſum, inferius o integrum, ambo inſeruntur ſterno, ſub initiis fibrarum muſculi pectoralis ſiniſtri.

α. β. γ. δ. ε. ζ. η. θ. ι κ. λ μ. Muſculus paruus ſingularis in latere ſiniſtro ſupra pectoralem decurrens. α. ortus tendineus faſciculo alterius muſculi A continuus. β. γ. ex ſuprema parte portionis tendineae ex coſta ſeptima tendentis ad pectoralem, quae cum aponeuroſi muſculi oblique externi 17. cohaeret. δ. ε. contractio in duos tendines laterales, qui diſtincti coëuntes ζ η. abeunt in carnem rotundam ſenſim latiorem θ. ad mediam ſuae longitudinis, vnde planior extenuatur iterum in tendinem ι. qui, fibris diſperſis κ λ, inſeritur membranae muſculum pectoralem inueſtenti, vel cum eiusdem fibris diſparet μ.

DE

DE ACERE
FOLIIS OBLONGE CORDATIS INAEQVALITER SERRATIS.

AVCTORE
Stephano Kraſcheninnikow.

Vix vlla in tota Aceris familia planta eſt, quae magis euidentes diſtinctionis a congeneribus notas prae ſe ferat, quam noſtra. Nam plerarumque omnium praecipua differentia conſiſtit in foliis, corolla autem, quanquam in nonnullis maior, in quibusdam minor et magis aut minus a calice diſtincta eſt, ſola tamen ad determinandam ſpeciem non ſufficit, vt pote quae in omnibus id commune habet, quod patens ſit, maior autem aut minor, et magis aut minus diſtincta eius a calice facies, cum ad cognoſcendam plantam vix aliquid conferat, pro naturali diſtinctionis nota ſumi non poteſt. Noſtra praeter alia et foliis et corolla tam peculiaribus donata eſt, vt alterutro a congeneribus facile diſtingui poſſit, id quod ex ſequenti deſcriptione patebit. Tab. XIII.

Quatuor arbuſculas ſub nomine Aceris Tatarici Mori folio Gerb. hortus noſter alit, quarum duae ſubdio, et totidem in ollis creſcunt. Poſteriorum vna 4 circ: pedes alta eſt, altera paullo procerior, ambae pollice non multum craſſiores ſunt, et in ramos ab imo ad ſummum diffundi amant.

Caudex rectus, cortice cinereo, ſtriis quibusdam eminentibus albidis exaſperato, tectus.

Rami crebri, coniugati, cruciati, qui in alios minores eandem diſpoſitionem ſeruantes, rurſus diuiduntur; iunio-

res virides ſunt cum tinctura rubri coloris et ſtriis albis longitudinalibus et eminentibus, adultiores eiusdem cum caudice coloris.

Folia coniugata pariter et crutiata, ſemipendula, duas et tres vncias longa, vnum et duos pollices lata, plerumque cordato oblonga, acuta, ſaepe etiam ſubrotunda, imo non raro, minora praeſertim, oualia, inferiori extremo integerrima, margine vt plurimum ſinuata, aut leuiter angulata, non raro etiam biloba quaſi aut et triloba, omnia acute et inaequaliter ſerrata, tenera, vtrinque glabra, adulta laete viridia, iuniora rubentia, pro more venoſa, venis rarae albae cum aetate euaneſcentis lanuginis ſpecie obductis, quae in maioribus praeſertim circa inſertionem petiolorum, et copioſior eſt et diutius durat.

Petioli foliorum fere longitudine, tenues, infra conuexi, ſupra leui ſulco exarati, purpurei, in iunioribus ramis piloſi, ad angulum ſemirectum exſtantes, in aetate prouectioribus glabri, horizonti paralleli.

Flores racemoſi in ſummis ramis. Pedunculi vniuerſales inter vnciam et tres pollices longitudine variant, petiolis tenuiores ſunt, teretes, glabri et viridi colore inſignes; partiales in ramos variae longitudinis diuiſi, quorum ſingulis ſingulae ligulae lineares exſuccae, rubentes ſubiectae ſunt, pro ratione altioris aut humilioris eorum ſitus longiores aut breuiores. Maximae, quae infimis petiolis ſubiacent, 2 longitudine et $\frac{1}{2}$ lin. latitudine vix ſuperant.

Perianthium quinquefidum, laciniis ouatis, concauis, margine piloſis, erectis et fere conniuentibus, albis cum pauca viridi tinctura.

Corolla

Corolla alba, pentapetala, petalis lingulatis, apice obtuſis, conuolutis et intra calicis lacinias deliteſcentibus, quae ſi extenduntur, tertia parte perianthio longiores ſunt.

Filamenta octo, longitudine expanſae corollae, filiformia, alba per interſtitia petalorum erumpentia, plerumque erecta. Antherae ochroleucae ex rotundo non nihil depreſſae, quatuor ſulcis longitudinalibus exaratae, quorum duo oppoſiti profundiores ſunt.

Germen piloſum hirſutia cum aetate euaneſcente. Stylus filiformis, per dies altius excreſcens, vti recte Cel. Linnaeus obſeruauit, in floribus enim recens explicatis, ſtigma duntaxat ſine vllo ſtyli veſtigio apparet, qui tamen procedente tempore longitudinem ſtaminum fere aſſequitur. Stigmata duo, tenuia, acuta, alba, cornuum inſtar reflexa. Receptaculum craſſum, luteum, in ambitu, ſi ope lentis aſpicias, ſinuatum, germen intra ſe abſcondens.

Capſulae duae ouales, compeſſae, baſi coalitae, ala ſeſquialtera parte longiori, apice ſubrotunda, terminatae, quae tamen minus diuergunt, quam in aliis congeneribus fieri ſolet. Semina in ſingulis capſulis ſingula ex atrorubentia videntur.

Ex data deſcriptione apparet corollam patentem ſeu, quod idem eſt, petala patentia, et petala laciniis calicis aequalia, quae tanquam notae characteriſticae Aceris adhuc habitae ſunt, et prima a Cel. Linnaeo, altera a Cel. Hallero in definitione generis aſſumta eſt, locum in charactere generis iam retinere non poſſe: in charactere enim generico naturali, (omnis autem rite conſtructus reſpectu cognitarum

rum ſpecierum pro naturali habendus eſt) ipſo Cel. Linnaeo Auctore, notae omnibus ſpeciebus non conuenientes excludi et ſolae conuenientes retineri debent.

Prodiit e ſeminibus a b. Gerbero olim miſſis et Martio menſe huius anni primum floruit.

Icon ramum ex iunioribus ſiſtit, in qua tamen error a pictore commiſſus eſt, quod foliorum cruciata diſpoſitio non expreſſa ſit, a. eſt flos in calice deliteſcens, b. corolla e calice exemta. c. fructus maturus, quem e ſeminibus Gerberianis, quae aſſeruantur, delineari curaui, cum noſtra non maturauerit.

Inter deſcriptas plantas et ſub dio creſcentes nulla notabilis differentia eſt, ſi altitudinem, quae in poſterioribus dimidio minor, excipias.

FRA-

DE BESTIIS MARINIS.

AVCTORE
Georg. Wilhelm. Stellero.

Multa animalia immenſum Oceanum alere, quae hodienum incognita ſint, nemo dubitat, qui perpendit permultas terras, permulta Oceani loca eſſe, quo Europaeorum curioſa audax que induſtria nondum peruenerit, adeoque nec contenta eorum luſtrare potuerit. Eſt autem res cum animalibus marinis ita, quam cum terreſtribus comparata: Quaedam vbiuis locorum habentur, pro Climatis alimentorumque diuerſitate vel ſolam magnitudinem, vel colorem, vel pilorum mollitiem aut prolixitatem et per conſuetudinem longam ſpeciem mutant, translata in aliud clima longo internallo ſpecificam differentiam rurſus exuunt et ad primam redeunt. Ita Equi Europaei in Sibiriam translati ſenſim minores et duriores, in Indiam vel Chinam aduecti denuo gracilitate et paruitate tantum augentur, vt ſucceſſu temporis peculiarem ſpeciem conſtituant. Iacutica iumenta in terras Kamtſchaticas translata non tantum mole inſigniter augentur, verum fertiliores euadunt, quod et ad portum St. Archangeli miſſis eo iumentis contingit. Oues Anglici in Sueciam aduecti ob lanae nobilitatem poſt breue tempus non tantum pilos, ſed et magnitudinem mutarunt. Si quis hoc non aduerteret, in ſola Sibiria Animalium ſpecies immenſe augeret: exemplo ſint ſciuri ad Obium grandes longo albide cineraſcente pilo veſtiti, Obdorici tertia parte minores denſo breuiorique pilo, Barguſinenſes nigro, Werchoianenſes e nigro et cinereo varii, quae vero differentia omnis, quod magnitu-

 dinem

dinem concernit, pilorum denſitatem a climate, quod pilorum colorem a victu proficiſcitur: vbi Larices folio non deciduo ſeu Cedri vulgo dicti et Pini, ibi pilus cinereus albicans, vbi larices folio deciduo, abietes, ibi nigro pilo occurrunt. Inter animalia marina ſola Phoca eſt, quae non tantum vbiuis terrarum in Oceano, verum in mari Balthico, Caſpio et lacubus nullam cum mari communicationem habentibus, vt in lacu Baikal et Oron, quouis tempore inuenitur, intercedit nihilo tamen minus haec differentia, vt Phoca Oceanica communiſſima a reliquis omnibus ſpecifice colore diſtincta ſit, gaudet nempe pilo luteſcente ac in poſteriori corporis medietate maculam maximam caſtaneas colore aemulantem obtinet, quae tertiam partem integri corii occupat.

Diſtinguo autem phocas ratione magnitudinis in tres ſpecies, in maximam, quae magnitudine Taurum ſuperat, ac ſolummodo in oceano Orientali a gradu latitudinis 56. ad 59. occurrit, ac incolis Kamtſchaticis Lachtak vocatur. Mediae magnitudinis, quae omnes Tigridum inſtar, multis exiguis maculis variae ſunt, 3. infimae magnitudinis, vt Oceanica, quae tam in mari Balthico, quam circa portum Sti Archangeli, in Suecia, Norwegia, America et Kamtſchatka capitur, et lacuſtris dulcium aquarum monochroa ſeu vnicolor, vt Baikali, ea coloris argentei. Si vero quaeratur, quare hoc ſolum amphibii genus vbiuis terrarum in Oceano et lacubus degat, cauſam reddo, quod vniformi et vbiuis terrarum reperiundo victu vtatur ſcilicet piſcibus et carnibus, aliter ſe res habet cum Manati, quod certis ſolummodo fucis marinis veſcitur non vbiuis obuiis et ob ſtructuram corporis in locis vadoſis non vbiuis viuere poſſit. Lutra marina cancris et conchyliis victitans,

ob

obii clauſum foramen ouale non vbiuis et ſub quacunque profunditate maris hunc cibum nanciſſi poteſt, hinc ſaxoſa, ruinoſa et vadoſa litora Americana et inſularum in canali et terrae Kamtſchaticae frequentat. Leo et vrſus marinus animalia migrantia eadem ratione vt anſeres, cygni, receſſus maris et incultas inſulas quaerunt, quo ibi a pinguedine ſe liberare, veneri indulgere et partum edere poſſint, quibus peractis auium more domum redeunt. Amphibium Bieluga voraciſſimum animal ea eligit loca, vbi ſinus longi nec adeo ſpacioſi receſſus maris, quo piſcibus in anguſtias coactis liberalius et citius paſci poſſint, qualia ſunt loca, ad oſtium Vd fluuii, Ochoti, et ſinus maris ad oſtium Olutorae fluuii. Roſmarus ob dulce otium loca inculta vel minus habitata et ob pinguedinem nimiam refrigerium in glacie quaerit, quod cum ad oſtium Obii, Ieniſeae, Lenae, Kolymae et circa promontorium Tſchuktſchicum quouis anni tempore ſit, ea loca amant.

Balaena otium amans maria petit minus nauibus frequentata, cum vero loca ſeptentrionalia talia potiſſimum ſint, ea frequentant, ſomno capiendo, partui enitendo et luſibus venereis exercendis deſtinant.

Rationes igitur, quare reliqua animalia amphibia non omnia, ſed certa ſolummodo Oceani loca inhabitent, e natura animalium petenda ſunt, quibusdam victus, aliis otii dulcedo, aliis aliae proprietates limites ponunt ac habitacula determinant.

Habent vero animalia marina omnia vel figurae vel morum quidpiam cum animalibus terreſtribus commune, ob quam ſimilitudinem vel a plebeiis primo intuitu cum certis quibusdam animalibus comparantur, et inde nomen

ſortiuntur. Sic turba philoſophorum meminit Taurorum, Equorum, Luporum et allegoriis inhiantes hominum monachorum aliorumque. Memoratu dignum viſum fuit, quod Rutheni nautae vel prima vice conſpecto Manati illam Korowa Morskaia (Корова морская) tam apte, quam Angli et Belgae Vaccam marinam vocarint: Sibutſcha (Сивуча) Leonem, Kot (Комъ) Urſum marinum. Lutram criteria naturae non attendentes minus adaequate Bobr Morskoi. (бобръ морской).

Innotuerunt autem animalia haec omnia ante dimidium ſaeculum demum, et quidem Lutrae marinae Marc-grauius, ſed admodum breuiter et obſcure meminit, leonis et vrſi marini curioſiſſimus nauigator Dampierus, Manati tam docti multi, quam Dampierus: vt autem verum fatear, doctorum deſcriptiones mutilae et imperfectae et plurimam partem fabuloſae et falſae ſunt, Dampierus contra, quantum ab illiterato deſiderari poteſt, veriſſima deſcriptione doctos multis paraſangis ſuperauit.

Non autem credendum quaſi plura ignota, ſtupenda et miranda animalia hic locorum non eſſent niſi haec, quorum deſcriptiones dabo: nam ſi animo tempeſtas, locus et tempus fauiſſent, eiusmodi curioſitatum diuitiis hiſtoriam naturalem forte auxiſſem, qualibus optaram, cum diſcrimen iter tam longinquum et ignotum aggrediendi adirem. Ita vero veſtigia ſaltim animalis ignoti cuiusdam in Schumagini inſula viſa narro, ac imperfectam ſimiae marinae ſciagraphiam inſero, harumque mutila mentione meae aliorumque voluptati parento.

Qua-

Quali cum ſucceſſu litora maris circa kolymae fluuii oſtium ſequenti anno luſtraturus ſum, dies docebit; animum meum incenderunt ſceleta mammontea, traditiones de his minus ſufficientes, nec dubito, ſi Americana nobis litora notiora euadent et hoc mirabile ſubiectum forte innoteſcet; nec mirum eſt talia hucusque ignota et incognita eſſe, a quorum indagatione vaſto interiecto mari prohibemur, quam potius ea nos fugere, noſtraque culpa in tenebris perire, noſtroque ſilentio inter fabuloſa reponi, quae in ea terra absque multo labore haberi poſſunt, quam nos curioſi incolimus: in poſtremis Aſiae et Roſſiaci Imperii terminis cognoui dari Scytharum Suhac inter fabulas repoſitum, etiamnum ſub eodem nomine in deſerto Aſowienſi et illo, quod Saporozkienſes Caſaci inhabitant, eſſeque capram monocerotem Coſaccis vulgatiſſimum animal menſisque illorum notiſſimum; dari Lupum Scythicum Ariſtotelis ibidem colore nigrum, vulgari longiorem, breuioribus pedibus inſtructum, valde rapacem et crudelem: dari animal circa Woroneſch et Aſtracanum ſimilitudine canis latrans, doloſum, crudele, ſomno ſopitos inuadens, omnia e domiciliis clam rapiens, quod forte Hyaena veterum: nec magis in votis habeo, quam quod perluſtrata Sibiria deſertorum luſtrationem, ſi nemo hanc in ſe ſuſcipit ſpartam, mihi commendare, meque ſi mea conamina placent, eo muneris ergo in exilium ad aliquot annos mittere dignentur, quo aeuum ibi longum trahere poſſim, quod nimis breue futurum hariolor.

Deſcriptio Manati ſeu Vaccae marinae Hollandorum, ſea-cow Anglorum, Ruſſorum Morskaia Korowa. Occiſa d. 12. Iul. 1742. in inſula Beringii Americam inter et Aſiam in canali ſita.

Ad ſcalam Anglicanam dimenſiones habuit ſequentes.

	Poll.	dec.
Ab apice labii ſuperioris ad extremum caudae forcipis cornu dextrum - - - - -	296	
Ab apice labii ſuperioris ad nares - - -	8	
A columna narium ad oculi canthum maiorem	13	5
Ab oculi cantho maiori ad minorem - -		8
Intercapedo oculorum ad canthos maiores	17	4
- - - - - - - - - - minores	22	2
Columna narium ad baſin lata - - -	1	5
Altitudo narium - - - - - - - - - -	2	5
Latitudo narium - - - - - - - - -	2	5
Ab apice labii ſuperioris ad oris froenum	15	5
Ab apice labii ſuperioris ad humerum - -	52	
Ab apice labii ſuperioris ad orificium vuluae	194	
Vulua longa - - - - - - - - - -	10	2
Longitudo caudae ab ani ſphinctere ad initium pinnae caudae - - - - - - -	75	5
Ambitus capitis ſupra nares - - - - -	31	
Ambitus capitis ad oculos - - - - -	48	
Ambitus colli ad nucham - - - - - -	82	
Altitudo extremi roſtri - - - - - - -	8	4
Ambitus corporis ad humeros - - - -	144	
Ambitus maximus circa medium abdomen	244	
Ambitus caudae ad pinnae inſertionem - -	56	

Ex-

	Poll.	Dec.
Extrema caudae pinnae cornua a ſe inuicem diſtant: - - - - - - - - - - - haec eſt pinnae latitudo.	78	
Pinna alta - - - - - - - - - - - -	8	8
Labium interius totum ſcoparum inſtar villoſum, aſperum, longum - - - - - -	5	2
- - - - - latum - - - - - - - -	2	5
Labii ſuperioris et exterioris verſus mandibulam inferiorem obliquata area ſetis longioribus candidis vndique hirta, lata - - - - - -	14	
- - - - - - - - - - - - alta - - -	10	
Labium inferius ſetis orbum, nigrum, glabrum verſus ſternum decliue, cordiforme latum	7	4
- - - - - - - - - - - altum - -	6	8
A labio inferiori vsque ad ſternum - - -	54	
Diameter oris ad oris froenum - - -	20	4
A gula vsque ad Oeſophagum - - -	32	
Ventriculus latus ſeu longus potius - - -	44	
Totus inteſtiorum tractus a gula vsque ad anum - - - - - - - - - - - -	5968	
Adeoque 20½ vicibus integro animante longiora		
A pudendo ad ani ſphincterem - - - -	8	
Diameter aſperae arteriae infra glottidem -	4	2
Altitudo cordis - - - - - - - - -	22	
Latitudo cordis - - - - - - - - - -	25	
Longitudo renum - - - - - - - - -	32	
Latitudo renum - - - - - - - - - -	18	
Longitudo linguae - - - - - - - -	12	
Latitudo linguae - - - - - - - - -	2	5

Lon-

	Poll.	dec.
Longitudo papillarum - - - - - - -	4	
Longitudo oſſis humeri - - - - - - -	14	5
Longitudo vlnae - - - - - - - - -	12	2
Longitudo capitis a naribus vsque ad occiput in ſceleto - - - - - - - - -	27	
Latitudo occipitis - - - - - - - - -	10	5

DESCRIPTIO PARTIVM EXTERNARVM.

Animal hoc ſere marinum nec amphibium, perperam illud tradentibus autoribus nonnullis, relationibus nauigantium ſiniſtre acceptis, tradentium, quod circa litora et fluvios gramina depaſcatur, quod non de graminibus terreſtribus ſed fucis ſubmarinis prope litora creſcentibus intelligendum erat, vt foedum valde et turpe Cel. Cluſio, qui corium integrum ſtramine ſuffarcinatum viderat, viſum fuerat, tale et viuum reuera, verum inſuper et mirabile eſt, ſi formam, motum et vſum ſpectes. Corio tegitur craſſiſſimo, cortici potius annoſae quercus, quam corio animalis ſimili, nigro, ſcabro, rugoſo, ſcrupoſo, duro ac tenaci, pilis orbo, vix ſecuris aut vnci aciei obnoxio, pollicem 1. craſſo, at cum transuerſim inciditur, ligno Ebeno tam glabritie, quam colore ſimillimo, haec vero cortex exterior non cutis, ſed cuticula eſt in dorſo glabra. A nucha vsque ad caudae pinnam non niſi rugis circularibus tantiſper ſuperficietim inaequalis, latera autem valde ſcrupoſa ſunt, ac multis acetabulis prominentibus, pezizas referentibus, horrida, praecipue circa caput. Cuticula haec totum corpus cruſtae inſtar ambiens, craſſitie pollicem non raro attingit, e meris tubulis conflatur eadem ratione, ac in arundine videmus Hiſpanicoue Mambu Indorum et Sinen-

nenſium: Compages horum tubulorum ad perpendiculum cuti inſiſtunt, ſecundum longitudinem a ſe inuicem findi et diuelli poſſunt, tubuli ſinguli inferiori parte, qua cuti implantantur, ſubrotundi, conuexi, bulboſi ſunt, hinc cuticulae fruſtum auulſum corii Hiſpanici inſtar tuberculoſum; cutis autem ſubiacens netricum digitalis inſtar totidem minutiſſimis ac copioſiſſimis foueolis excauata, quae antea cuticulae tubulorum bulboſorum receptacula fuerunt. Inde vero quod tubuli hi arctiſſime ſibi inuicem accumbunt, tenaces, humidi et tumidi ſunt, cuticula horizontaliter diſſecta non apparent, ſed ſuperficies glabra ſe offert, qualis vngulae animalis cuiusdam inciſae, quam primum vero fruſtim ſuſpenditur, ſoli exponitur et ſiccatur, fiſſuras agit perpendiculares et corticis inſtar frangi poteſt, ac tubuloſa haec ſtructura clare in conſpectum venit. Per hos tubos tenuis ſaltim ſeroſus mucus excernitur, in lateribus et circa caput largior, in dorſo parcior. Dum animal per aliquot horas in ſicco litore iacet, dorſum ſiccum euadit, caput autem et latera continue madent. Data autem videtur haec craſſa cuticula potiſſimum ob duas cauſas. 1. Ne cum in locis ſaxoſis, aſperis et hyeme inter glaciem continuo viuere debeant ob victum cutem abradant, vel fluctibus acrioribus agitati lapidibusque, vt ſaepe vidi, alliſi pereant, hac lorica muniantur. 2. Ne calor vitalis nimium tranſpirando diſſipetur aeſtate, vel plane opprimatur hyemis frigore. Etenim non in profundo maris, vt alia animalia et piſces deliteſcere, ſed ſemper dimidium corporis frigori pabulando exponere tenentur.

Obſeruabam in multis a mari in litus eliminatis mortuis cuticulam in ſaxis hinc inde abraſam mortis cauſam extitiſſe, quod potiſſimum a glacie hyberno tempore accidit.

Obſeruabam multoties in captis et vnco ad litus tractis animalibus non tantum a fortiſſima vibratione corporis et caudae ac renitentia cum pedibus anterioribus deſiliiſſe ingentia fruſta cuticulae, fractam fuiſſe angulae ſimilem cuticulam brachia praefinientem et caudae pinnam, quae omnia meam opinionem certiorem reddunt.

Eiusmodi cuticula in nulla prorſus re mutata Balaenam ambit, licet eiusdem nulla apud auctores fiat mentio, eaque fere tota in Balaena calendis Aug. in inſula noſtra eliminata mortua abradebatur, dum per aliquot dies ab vndis hinc inde iactata et ſaxis illiſa fuerat donec ad litus veniret.

Cuticula haec dum madet, nigro fuſca eſt veluti corium pernae fumo ſiccatae, dum vero ſicceſcit tota nigra euadit.

In aliquibus cuticula haec candidis maiusculis maculis et zonis variegata, qui color ad cutem vsque continuat.

Cuticula haec circa caput, oculos, aures, mammas et ſub brachiis, vbi ſcrupoſa, vndique inſectis obſidetur et infeſtatur; contigit autem ſaepenumero, vt cuticulam omnino perforent et ipſam cutem ſaucient, quo caſu ab extrauaſata Lympha vel corroſis glandulis pinguedinem velut in cellulis ſeruantibus, verrucae grandes et craſſae oriuntur eadem ratione ac in Balaenis, dictaque loca ſaepe peſſima foedant.

Sub cuticula cutis deliteſcit, totum corpus ambiens, haec 2. lineas craſſa, mollis, alba, Firmiſſima, ſtructura et robore plane talis, qualis in Balaena, iisdemque vſibus deſtinari poteſt.

Caput

Caput comparate ad reliquam vaſti corporis molem paruum, breue, ac indiſcretum, figura oblongum, quadratum, a vertice verſus maxillam inferiorem ſubinde latius. Vertex ipſe planus, cuticula nigra valde ſcruposa veluti lacera ac tertia parte reliqua cuticula tenuiori ac cito abſceſſili tectum. Caput ab occipite verſus nares decliue, a naribus verſus labia itidem decliue, extremum roſtrum 8. pollices altum, ac repente a naribus verſus occiput craſſeſcit.

Rictus oris quidem non ſupinus, ſed lateribus contiguus, labium autem ſuperius et exterius adeo magnum, planum, ad froenum oris obliquum et ſuper mandibulam inferiorem tantum elongatur, vt ſolum caput intuenti rictus veluti ſupinus ſeu inferius locatus appareat.

Rictus oris ipſe pro magnitudine animalis non adeo magnus, nec vero ob victum a fucis marinis maior neceſſarius.

Labia tam ſuperiora, quam inferiora geminata ſunt, ac in externa et interna diuiſa.

Labium ſuperius externum extremum roſtrum oblique praefiniens, dimidium circulum refert, planum, tumidum, craſſum, 14. pollices latum, 10. pollices altum, colore album glabrum, permultis colliculis ſeu tuberculis obſitum, e quorum ſingulorum centris ſetae candidae diaphanae 4. 5. pollices longae exeunt.

Labium ſuperius internum 5. poll. longum, $2\frac{1}{2}$ latum, ab externo quaquauerſum diſcretum, baſi externo tantum labio adnatum, palato imminet, linguae vitulinae inſtar, totum villoſum, ac ſcoparum inſtar aſperum. Os a parte ſuperiori firmiter claudit, mobile eſt, auerrun-

candis et ori ingerendis fucis motu ſuo inſeruit, eadem enim ratione vt equi et boues diductis ac quodammodo foras flexis labiis pabulantur.

Labium inferius itidem geminatum, externum nigrum, glabrum, ſetis orbum, rudi cordis figura ac veluti mentum, ſi ita nominare licebit, latum 7. pollices, altum $6\frac{8}{10}$.

Labium inferius internum ab externo tantiſper ſeparatum villoſum, clauſo ore non apparet, quia externum arcuatum huic imminet, ac labio ſuperiori interno oppoſitum os firmiter claudit.

Vbi mandibula inferior ſuperiori applicatur, ſpatium illud, quod vtramque clauſam intercedit, congerie denſa ſetarum valde craſſarum ſesquipollices longarum candidarum, impletur, quae faciunt, ne quid inter maſticandum ex ore excidat vel aquis ſimul eluatur, quae conſtanter vna in os irruunt, et clauſo ore per hos hiatus denuo expelluntur.

Setae autem hae craſſitie calamos columbinos aequant, candidae ſunt, intus fiſtuloſae, ſubtus bulboſae, ſtructuramque pilorum noſtrorum ſine microscopii ope pulcherrime oculis offerunt.

Si animal pronum in uentre iacet, extremum roſtrum in perpendiculo a naribus ad labia 8. poll. altum, tam a naribus verſus labia extrema, quam verſus oras mandibulae ſuperioris laterales trochi more anterius rotundatur, craſſius euadit, ac ambitu ſuo repente augetur. Labia externa valde tumida, craſſa et inflata ſunt, vt in catis crebris ac amplis poris pertuſa, e quibus ſingulis ſetae robuſtae albae prodeunt, ſenſim craſſiores, quo propiores rictui

ipſi

ipſi euadunt: inter omnes ſetas craſſitie eae eminent, quae intra labia vtriusque mandibulae prodeunt, in auellendis fucis dentium vices ſubeunt, et ne quid inter maſticandum ex ore excidat prohibent. Inferior maxilla ſuperiori breuior, ſola mobilis, labia autem vtriuſque maxillae vt in iumentis mouentur. His plantas ſubmarinas, quas brachiis auerruncarunt a ſaxis, rigidis, et eſui minus aptis radicibus et caulibus ita detondent, vt veluti cultri obtuſa acie abſciſſa appareant. Quae ab vndis aucto aeſtu in litus eliminatur, ac igentibus aceruis ad littus iacentes hoſpitum horum praeſens hoſpitium litus obambulanti indicent, hunc in finem cum caules marinarum plantarum tenaciores ac craſſiores quam terreſtrium plantarum, labia etiam multo robuſtiora ac duriora ſtructa ſunt, quam reliquorum animalium terreſtrium omnium, hinc et labia eſui inepta, nec elixatione, nec alio quocunque modo emolliri poſſunt, interna labiorum ſtructura ita comparata eſt, vt diſciſſae velut tabulam Schachariam eminutiſſimis areolis conſtantem referant, ſunt ſcilicet innumeri minutiſſimi, craſſi, rubri, rhomboidei vel trapezoidei muſculi, quibus aequali numero alii albi tendinoſi, reticuli inſtar celluloſi pinguedinem fluxilem continentes interſeminati ſunt. Haec labia mediante aqua elixata pinguedinem omnem facillime largiuntur, qua exhauſta cellulae albae velut tot reticula tendinoſa apparent. Ratio huius ſtructurae triplex mihi videtur.

1. Vt robur labiorum ac denſitas augeantur nec noxae cuidam externae facile obnoxia ſint.

2. Cum caput et caudae horum muſculorum ita diſpoſita ſint, vt caput, rictum oblique, caudae ſcil. muſculorum oblique verticem ſpectent, ac ita finibus et ini-

tiis ſuis labia veluti ſertum efficiant, vt pondere grauia labia facilius attolli et moueri poſſint.

3. Vt ope huius ſtructurae labia ſpiraliter quodam modo moueri poſſint, nec opus habeant, cum caput difficulter mobile ob continuam craſſam cruſtam, vt quoties fucum tenacem auellere velint totum corpus mouere neceſſum habeant.

Maſticationem abſoluunt praeter normam omnium animalium, non dentibus, quibus in vniuerſum carent, ſed duobus oſſibus validis, candidis, ſeu dentium integris maſſis, quarum vna palato, altera maxillae inferiori infixa et huic appoſita eſt.

Inſertio ipſa ſeu connexio prorſus inſolita, nec vllo noto nomine exprimi poteſt, Gomphoſin vocare non licet ob id, quod oſſa non infiguntur maxillis, ſed multis papillis et poris, poris et papillis reciprocis palati et mandibulae inferioris recipitur. Praeterea a parte anteriori membranae papillari labii ſuperioris interni, ad latera vero oris ſtriatis oſſis, a parte poſteriori duplici apophyſi palato et mandibulae inferiori inſeritur, et hac ratione firmatur.

Oſſa haec molaria ſubtus multis foraminulis pertuſa, velut netricum digitale vel ſpongia, quibus arteriae et neruuli eodem modo vt dentibus animalium inſeruntur, ſuperna parte glabra et multis canalibus tortuoſis et vndulatis excauata ac eminentiis intra hos elata, quae eminentiae ſub maſticatione a canalibus appoſiti oſſis ita excipiuntur, vt fuci intra haec veluti intra fullonum aſſeres ſeu molas manuarias comminuantur ac ſubigantur. Oſſa haec, quae clarius docebunt, quae deſcriptione minus intelligibilia ſunt, delineari curaui.

Tab. XIV. fig. 1.

Na

Nares in ſumma ac extima parte capitis ſitae ſunt, vt in equis, duplices ſunt, columna craſſa cartilaginea 1½ pollicem lata interſeptae. Nares ipſae 2. pollices longae et totidem diametraliter latae, patulae, introrſum vero multis curuaturis ſeu labyrinthis tendentes, nares intus validiſſimae rugoſae ac multis nigris poris pertuſa neruea membrana obueſtitae. E ſingulis poris ſetae prodeunt fili ſartorii craſſitie ½ vnciam longi, euulſu faciles, illudque praeſtant, quod vibriſſae in aliis animalibus.

Oculi exacte in medio inter extremum roſtrum et aures ſiti, ſummis naribus paralleli, vel tantillum ſaltim altiores, in tam vaſto corpore minutiſſimi ſunt, nec ouillis maiores, foris neque ciliis, neque vllo alio externo apparatu inſtructi, ſed e cute, foramine peruio rotundo ½ pollicem vix in diametro patente, cernui. Iris oculorum nigra, bulbus liuidus, canthi oculorum non apparent, niſi diſciſſa cute circa foramen oculi, ad maiorem oculi canthum eadem prorſus ratione, ac in lutra marina criſta cartilaginea erigitur, quae exigente neceſſitate totum oculum cooperit et nictitantis membranae munere fungitur abſtergendis et eliminandis forte inter paſcendum illapſis iniuriis peridonea. Criſta haec cartilaginea auerſa parte ſacci lacrymalis vnum parietem conſtituit, cum quo communi neruea membrana coniungitur, ſacco lacrymali diſciſſo multus mucus tenax in eius cauitate repertus, ſaccus ipſe facile caſtaneum capit, intus glanduloſa membrana obducitur.

Aures exterius exiguo ſaltim foramine, vt in Phoca, patent, ne minimo auris externi veſtigio, foramina autem nec niſi ſolertiſſime rimanti in conſpectum veniunt,

fora-

foramen ſcilicet aurium a reliquis ſcrupoſis poris diſcerni nequit, vix ſtylum calami gallinacei craſſitie admittit, canalis aurium internus glaber eſt et politiſſima nigra cute obducitur, hinc facile ſeparatis muſculis occipitis colore ſuo ſe prodit et in conſpectum venit.

Lingua 12. pollices longa $2\frac{1}{2}$ lata, bubulae par, apice acuminata, in ſuperficie limae inſtar villis breuibus aſpera, ac ita intra fauces reconditur, vt multis lingua carere viſum fuerit animal, vtcumque enim manu protenditur, froenum tamen oris non attingit, ſed $1\frac{1}{2}$ pollices ab illo deficit, quae ſi longior eſſet, vt in aliis animalibus, maſticationem oſſibus perficiendam impediſſet.

Caput indiſcretum pariter ac collum, ita reliquo corpori iungitur, vt nullatenus diſcerni poſſit, ea prorſus ratione, ac in piſcibus omnibus, quod tamen collum obſcure refert, ipſo capite dimidio breuius, teres ac ambitu occipite gracilius eſt. Nihilo tamen minus non tantum vertebris inſtruitur mobilibus, verum actu ipſo mouetur, isque motus ſolummodo inter paſcendum viuo animali obſeruabilis, inclinat enim caput eadem ratione ac boues in ſicco, craſſa ſaltim et deformis cuticula quietum aut occiſum animal, velut immobili collo praeditum eſſet, oculis offert, nullis omnino vertebrarum veſtigiis extantibus.

A ſcapulis vsque ad vmbilicum corpus ſubito latius ſe diffundit, et abhinc verſus anum denuo ſubito gracileſcit, latera ſubrotunda ventricoſa ſunt pariter ac venter, qui ab immenſa inteſtinorum mole tumidus, elaſticus, ac veluti vter inflatus, ab vmbilico verſus anum ſenſim decliuis, pariter ac a mammis verſus collum.

Dor-

Dorſum in pinguibus, quales vere et aeſtate ſunt, e plano modice conuexum, hyeme vero, quando macilenta ſunt, planum et ad ſpinam dorſi vtrimque veluti foſſa excauatum, quo tempore omnes vertebrae cum ſpina dorſi apparent.

Coſtae vtrimque ad dorſum in arcum eleuantur et vbi vertebris dorſi per amphiatroſin, vt in homine, iunguntur, denuo arcus more deorſum tendunt, et in eo loco vtrimque, vbi vertebris iunguntur, foſſam duplicem ſecundum dorſi longitudinem efformant.

A vertebra 26. cauda incipit et 35. vertebris continuatur. Cauda ab ano verſus pinnam ſenſim attenuatur, non tam plana, quam potius leuiter quadrangula eſt, omnes ſcilicet caudae vertebrae duas epiphyſes et 4. proceſſus habent, inter quos proceſſus laterales lati, plani et apice reſimi ſunt, ſuperior vero in dorſo ſeu ſpina acuminata eſt, inferior, os eſt latum planum figura Lamdae Graecorum, hoc coniungitur corpori coſtae per lineam, ac robuſtiſſimis ligamentis et tendinibus cum illo confirmatur. Muſculi caudae quadruplici poſitu cauitates has vertebrarum et angulos inter proceſſus implent, vnde cauda ipſa quadrati oblongi, obtuſanguli formam nanciſcitur.

Cauda reliquum craſſa, validiſſima, pinna nigra duriſſima, rigida praefinitur, non in radios diuiſa, ſed continua, ſubſtantia coſtis balenarum ſartoriis ſimilis, adeoque ex meris lamellis ſibi inuicem incumbentibus, veluti vnico continuo aſſere conſtat. Pinna haec ad vnum dodrantem ab extremitate lacera eſt et rudioribus ariſtis ariſtatas quodammodo piſcium pinnas obſcure refert. Pinna ipſa caudam praefiniens 78. pollices lata ſeu longa $7\frac{1}{2}$

pollices alta, ſesqui pollices craſſa eſt, muſculis caudae veluti per Gomphoſin inſeritur ſeu canalem triangularem.

Caudae pinna leuiter forcipata eſt, ac ambo cornua eiusdem magnitudinis, aliter ac in piſcibus marinis grandioribus, vt Galeis et ſimilibus, in quo cum Balaena conuenit, ita et caudae pinnae vt in Phocaena et Baleana lateribus, non vt in plerisque piſcibus, dorſo parallela exiſtit, motu caudae placido, verſus latera placide antrorſum natat, verſus dorſum et ventrem corpus impetuoſiſſime propellit et trahentium inimicorum manibus ſubducere tentat.

Curioſiſſimum omnium in quo animal hoc ab omnibus tam terreſtribus quam marimis amphibiis et animalibus diſcrepat, brachia ſunt ſeu ſi mauis pedes anteriores; ſcapulis ſcilicet ſtatim a collo duo brachia iunguntur 26½ poll. longa, binis articulationibus conſtantia, ſuperius os humeri cum ſcapulis per arthrodiam articulatur.

Cum vlna et radio ſicut in homine: vlna et radius praefiniuntur cum metatarſo et tarſo, digitorum aut nulla veſtigia adſunt aeque ac vnguium et vngularum, verum tarſus et metatarſus ſolida pinguedine, multis tendinibus et ligamentis cute ac cuticula ita ambiuntur, vt amputatum membrum humanum cum cute obductum:. tam vero cutis, quam praecipue cuticula ibi multum craſſior, durior ac ſiccior, adeoque brachia extrema chelas potius aut vngulam caballinam obſcure referunt, verum vngula caballina acutior et magis acuminata adeoque fodiendo aptior eſt, ſupine chelae hae glabrae et conuexae ſunt, inferius planae, quodammodo excauatae ac innumeris denſiſſime poſitis ſetis ½ vnciam longis veluti ſcopae aſperae.

Vidi

Vidi in quodam animali chelas has in duas partes velut vngulam bouillam diuiſas, diuiſura autem haec rudis admodum et in cuticula ſaltim erat, caſu potius, quam naturae induſtria facta, eo facilior ac poſſibilior, quo magis cuticula chelas obtegens ob ariditatem ſuam ad fiſſuras diſpoſita.

Exequitur autem homo hic Platonicus, vt Clariſſ. Ioh. Raio iocari placuit, brachiis his varia munia, his natat veluti branchialibus pinnis, his graditur in vadoſo litore ceu cum pedibus, his firmat et continet ſe inter lubrica ſaxa, his fodit et auerruncat fucos et gramina marina a ſaxis, vt equus pedibus anterioribus, his innititur et validiſſime reſtitit, dum vnco petitus ex aquis in ſiccum trahitur adeo vt cuticula haec brachia circumdans fiſſa fruſtim deſiliat, denique oeſtro libidinis percita foemella ſupina in dorſo natans ſuperuenientem amaſium his amplexatur et tenet, ſeque viciſſim amplecti patitur.

Mammae duae in pectore ſitae ſunt praeter normam aliorum animalium, eo prorſus loco et forma vt in homine ſub vno quoque brachio, mamma vna in diametro ſeſqui-pedes longa, conuexa, multis ſpiralibus rugis rugoſa, glanduloſa, praedura, vaccinis durior, absque vlla intermixta pinguedine, panniculus autem adipoſus, totum corpus ambiens, ſolum incumbit eaedem, eadem qua alibi craſſitie, cuticula vero ibidem tenuior, mollior, rugoſior, papilla pariter cuticula nigra in orbem rugoſa, ſed molli circumdata, ſub ipſo brachio ſeu axilla vtrimque pendet, ac in lactantibus 4. pollices longa ſeſqui craſſa, in reliquis autem, qui ablactarunt aut non dum pepererunt, ita contractae intro et breues ſunt, vt verruculae ſaltim

fortuitae videantur, nec mammae adeo turgeſcunt. Lac praepingue ac dulce, conſiſtentia ouillo ſimile vt et ſapore, ac ſaepius e mortuis eadem ratione ac e vaccis ſolet a me largiter emulſum. Areola circa mammas rugoſa valde et parum reliqua mamma elatior, glandulae diſciſſae idem lac fundunt, quod ex papilla compreſſa collegi, tubuli lactiferi 10. aut 12. in vnamquamque papillam patent. Mammae elixatae vaccinis parum duriores erant, ferinumque leuem odorem ſpargebant.

Coeunt more humano ita, vt mas incubus foemella ſuccuba ſit. Penis maris 32. pollices longus ac vna cum vagina ſua abdomini firmiſſime antrorſum alligatur, ac ad vmbilicum vsque pertingit, reliquum valde craſſus ac aſpectu obſcoenus eſt, equino ſimillimus, ac ſimili, maiori ſaltim, glande praefinitus.

Pudendum foemininum 8. pollices ſupra anum. Oſtium vuluae ferme trigonum, ſuperius ſcilicet, vbi clitoris imminet, latius, verſus anum anguſtius, rima ipſa 5. digitos compoſitos non aegre admittit. Clitoris ſesqui pollices longa fere cartilaginea, cute valida dura laeuigata circumdata, et multis rugis breuibus in orbem corrugandis inaequalis. Cutis e fuſco et albo variegatur, pariter ac vulua ipſa. Labia vuluae valde rigida ac dura ſunt, vrethra 5. poll. circiter ab oſtio vuluae introrſum in vuluam exoneratur, infra hanc membrana valida, partim muſculoſa, partim neruea ſemilunaris, obtenſa, vuluam a proprie ſic dicta vagina vteri ſeparat veluti veſtibulum quoddam, et hymenis ſpeciem offert, tanta autem eſt apertura intra cornua huius membranae, vt penis maſculi absque vlla difficultate vaginam ſubire poſſit. Vagina ipſa 9½ pollicem longa, neruea validiſſima.

ſolidiſſima membrana obueſtitur, quae ſecundum longitudinem ſtriata, ac multis ſulcis ſuperficietim excauata eſt: intra hos ſulcos glandulae permultae aciculae capitellum non ſuperantes deprehenduntur, mucum excernentes, quo vagina vndique oblinita erat. Abhinc vterus ipſe mole felini capitis ſphaericus apparebat, qui diſciſſus eodem modo ac vagina mucoſus erat ac permultis plicis $\frac{1}{2}$ pollicem latis rugoſis. Vaginae ſubſtantia adeo dura eſt, vt aegre transverſim cultro diſſecare potuerim. Ligamenta vteri et tubae prorſus eadem, ac in equis, ſtructura occurrebant.

Anus $8\frac{1}{2}$ pollicem infra pudendum ſitus, ſphinctere non adeo arcte clauſus, in diametro 4. pollices latus. Sphincter candidus eſt, interior autem inteſtini recti tunica glabra, laeuigata, efuſco oliuacea, eadem ac in equis ratione, vbi interdum nigra, interdum alba et maculoſa eſt.

DESCRIPTIO INTERNARVM PARTIVM.

Capita quatuor animalium aperui ac maxima adhibita induſtria quaeſiui lapides perperam ſic dictos manati, tantum autem abeſt, vt vel minimum quidpiam lapidi aut oſſi ſimile inuenire potuerim, vt exinde iudicauerim vel oſſa illa non in omnibus inueniri, vel inueniri ſaltim ſub certis climatibus, vel quod vero ſimilius Schröderum et alios oſſa haec pilae manuariae forma deſcribentes vt parum curioſi et ſolidi compilatores formam hanc analogia lapidis Bezoardici finxiſſe rotundam, nec vnquam quae deſcripſerint oſſa ſeu lapides manati oculis vidiſſe: hinc intelligenda potius eſſe oſſa maſticatoria ſeu dentium maſſas illas candidas in palato et maxilla inferiori reperiundas, idque eo veriſimilius, quo magis Clariſſ. viri Sam. von Dale

le deſcriptio in pharmacologia ſua his oſſibus maſticatoriis aptata competit, deſcribit enim forte ex αὐτοφία et, quod mechanismum horum oſſium neſciuerit, ſequentibus: lapis manati eſt os cruſtaceum album, ebori ſimile ex capite exemptum, idque variforme, quo ſine dubio flexus et maeandros variformes in vtriusque oſſis ſuperficie obuios indicare voluit.

Cranium robuſtiſſimum eſt, cerebri parum habet, cerebrum a cerebello nullo oſſeo ſepimento diſcriminatur, reliquum nihil ſingulare inuenire potui.

Oeſophagus ſeu gula valde capax, intus neruea membrana validiſſima candida circumdatur multisque perpendicularibus rugis et plicis vsque ad ventriculum pergit, ibique antequam deficit permultis appendiculis triangularibus 1. lineam longis praefinitur, ſurſum Oeſophagum verſus tantiſper reflexis, quarum vſum hunc eſſe puto, vt regurgitationem ciborum in gulam impediant, ac opinionem praepoſteram primo intuitu de ruminatione conceptam refellant.

Oeſophagus ventriculo circa medium inſeritur, vt in equo et lepore.

Ventriculus ſtupendae molis eſt, 6. pedes longus, 5. latus, ac adeo cibis ac fucis repletus, vt 4. robuſti viri funi alligatum magno labore aegre e ſuo loco mouerent ac foras traherent.

Tunicae ventriculi nullo negotio diſcerni poſſunt, coniunctim 3. lineas craſſitie aequant. Ventriculum pingue, 2. lineas craſſum, prorſus ſingulare omentum ambit, ſuperiori parte tunicae membranoſae ventriculi circa medium firmiter adnatum, reliquum quaquaverſum liberum

rum ac ventriculum potius calore ſuo fouere, quam continere videtur. Interior ventriculi tunica candida, glabra nec rugoſa nec villoſa eſt, quod vero maxime ſingulare et forte multis incredibile illud eſt, quod glandulam humani capitis magnitudine oualem non procul ab inſertione Oeſophagi in ventriculum inueneram in ipſo ventriculo contentam, illique veluti grande aneurisma quoddam adnatum inter tunicam muſculoſam et neruoſam: haec glandula per tunicam villoſam multis poris et oſtiis patebat, liquorem albidum, conſiſtentia ac colore pancreatico ſimilem in ventriculi cauum copioſe fundebat, adhibui huic inſolitae rei teſtem ſub-Chirurgum Bettge. Cuius indolis hic ſuccus ſit, duplici fortuito experimento cognoui; Nam cum per poros tunicae interioris tubulum argenteum immitterem, vt flatu immiſſo vias excretorias cognoſcerem, tubulus niger euaſit, vt argento ab acido ſulphuris contingere ſolet, idem obſeruaui cum ſub-Chirurgi diſcipulo Archippo Konowalow imperaſſem, quo manibus ventriculi contenta eiceret, quo labore finito annulus argenteus digitum cingens eodem colore infectus fuit.

Interior ventriculi tunica a lumbricis candidis ¼ pedem longis, quibus totus ventriculus, pylorum et duodenum ſcatebat, perforata erat, et lumbrici in glandulae cauum vsque penetrauerant, glandula diſciſſa copioſum ſuccum fundebat. Non licuit poſthac plures ventriculos examinare ob id, quod neſceſſario auxilio carebam, nec cum paucis animal ſemel inuenire iacens in dorſum vertere poſſem, propterea dubito, an haec glandula res conſtans, vel potius morbidum quid fuerit.

Pylorus

Pylorus ita amplus et tumidus erat, vt primo intuitu pro ventriculi ſecundario ſeu Echino haberem, ac de duobus reliquis inueniendis ſollicitus eſſem, ob id quod animal ruminari crederem, diſciſſo autem pyloro aliter edoctus fui, et ex eius ſtructura ventriculo ſimili pylorum eſſe cognoui, meo autem infortunio accidit, vt cum ventriculus cum hepate ob nimiam molem eximi integre nequiret, adiuncti inſuper mei ad vnam horam ſaltim Tabacco, quod loco pecuniarum erat, conducti, laboris pertaeſi fierent, pancreas vna cum ductu ſuo in duodenum pariter ac ductus cholidochi diſcinderentur, cognoui tamen pancreas in duos lobos diuiſum e multis aliis grandiuſculis glandulis conflatum, ac pro mole animalis comparate exiguum eſſe, quippe vltra 4. pollices longitudine non extendebatur.

Inteſtina in hoc animali plura ſunt, quam in vllo alio animali, et forte ſolis balaenae inteſtinis, quae hucvſque inſpicere non dum licuit, minora, cauum abdominis vſque adeo replent, vt vtris inſtar tumidum et inflatum abdomen ſit, hinc quando ſeparatis integumentis communibus et muſculis abdominis peritoneum vel laeui vulnere affligitur, ventus cum tali ſibilo et modulatione exit, quali ex aeolipila ſolet, ob eandem etiam rationem totum abdomen peritonaeo duplici validiſſimo, membranoſo, nerueo ad inteſtina coercenda obducitur: peritoneum ab oſſe pubis vſque ad ſternum pertingit, coſtis ſpuriis vtrimque adnatum, a quibus ſingulis ſinguli robuſti tendines in multos rectilineos ramos diffuſi ab vtroque latere vſque ad lineam albam excurrunt, ac in ſuperficie peritonaei remotis muſculis abdominis ſibi inuicem occurrentes et ſe ſecantes

tes peritonaei ſuperficiem veluti teſſelatam tabulam Schachariam iucundo ſpectaculo oculis offerant, ab interiori latere coſtarum alii ſimiles tendines oriuntur, ac peritonaeo ab interiori parte impexi ac ſubtenſi cernuntur veluti horizontalia fulcra tegminis huius firmitatem augentes, ambae membranae in medio circa lineam albam in vnam coeunt verſus latera autem duplices euadunt.

Diſciſſo peritonaeo inteſtina maxima vi erumpunt, nec vllo trahente e priſtina ſede mouentur, quia conſtanter ita farcta inueniuntur, vt ab Oeſophago vsque ad anum vnum continuum fartum farcimen abſque vllo ſpatio vacuo referant: inteſtina tenuia glabra, multa pinguedine obuoluta, alba, teretia, 6 pollices in diametro lata ſunt. Si cultri acie vel leuiſſima apertura procuratur, ridiculo ſpectaculo, excrementa liquida velut ſanguis ex aperta vena cum impetu proſiliunt, nec raro ſpectatorum facies hoc ſalſento fonte irrigabantur, dum vnus alteri per iocum ex oppoſito canalem aperiebat.

Coecum maximum pariter ac colon ope ligamenti per vniuſcuiusque lateris longitudinem producti in multas cellulas diuiſum, valuulam autem coli vt vt quaeſiueram reperire non licuit; vt breui dicam, inteſtina ſola ſaltim magnitudine et capacitate, ſtructura autem nequidquam ab equinis differunt, ita et huius officinae vltima praeparata equinis excrementis adeo ſimilia ſunt forma, magnitudine, odore, colore, omnibusque attributis, vt vel peritiſſimo agaſoni imponerent, ac pro equinis haberentur. Nec diffiteor me primis diebus aduentus noſtri in inſulam aliquando turpiter deceptum fuiſſe, qui pro inſigni miraculo habebam, nec quod pueri in ſabulo inueniſſe inſtabant, cum conglaciatum

 et

tale cimmelium inuenirem, inſcius e quo hoſpitio venerit, argumentabar ex praemiſſis falſiſſimis veriſſima concluſione huic inſulae oppoſitam eſſe in vicinia Americam [tunc temporis enim nondum nobis viſa erat terra continens ob autumnales nebulas] ratio quod cum equi non habeantur in terris Kamtſchaticis, verum in Americae partibus, excrementa autem hucdum integra allata fuiſſe nec diſſoluta, indubium eſſe ſignum vicinae terrae.

Totus inteſtinorum tractus a gula vsque ad anum ſolertiſſime expurgato Augiae ſtabulo menſuratus 5968. pollices conficiebat, adeoque inteſtina 20½. vicibus toto animante longiora ſunt.

Meſenterium valde craſſum ac pingue, multis glandulis inglandis et glandis mole obſeſſum. Vaſa lactea, aeque ac lymphatica, licet calentibus inteſtinis, ob meſenterii praepinguis et craſſi opacitatem obſeruare non licuit, quippe venae auricularis digiti craſſitie liuide et obſcure ſaltim transparent.

Pleuram validiſſima duplex membrana conſtituit, inter hanc muſculus vnus continuus 1. pollicem craſſus interiectus, vtrimque latera obueſtit.

Veſica vrinaria 2. lineas craſſa, validiſſima, mole humanum caput non ſuperabat, ac bubula minor erat.

Aſpera arteria non ex circulis aut ſemicirculis cartilagineis conflata, ſed inſolitae prorſus ſtructurae erat. Cartilago vna continua eſt in ſpiram contorta, tam interne, quam externe valida membrana continente obueſtita, ſpirae autem arteriae aſperae non vbiuis latitudine aequales ſunt, ſed in aliquibus locis ſuperioris circuli excauata ora inferioris circuli oppoſitam eminentiam gibboſam oram excipit,

cipit, adeoque cum ope duplicis membranae arteriam aſperam cingentis ſpirae cöerceantur, ne introrſum vel extrorſum luxentur, per hanc reciprocam vero inſinuationem prohibentur annuli ne verſus latera luxentur. Hac ſtructura ſpirali arteria aſpera infra glottidem in ramos diffuſa in branchias pergit, ac in ipſa pulmonum ſubſtantia talis cernitur, forte ob nullam aliam rationem, quam quo continuitate horum ſpiralium circulorum praegrandem et ponderoſam pulmonum molem reſpirando facilius attollere poſſit, quo minus muſculi aut aliud quidpiam in dorſo ſitorum pulmonum motum iuuare poſſunt.

Glottis vt in boue, epiglottide longe tamen arctius et firmius quam in terreſtribus quadrupedibus clauditur, ita et epiglottis comparate longe craſſior eſt. Diameter aſperae arteriae infra glottidem eſt $4\frac{2}{10}$. pollicum.

Glandula Thyroidea praemagna eſt diſciſſa copioſum ſuccum fundebat duplicis conſiſtentiae et coloris. Is ſcilicet, qui e glandulis minoribus et exterioribus diſciſſis exſudabat, lactis colore tinctus erat, conſiſtentior autem hucdum lacte ouillo erat, ſapore dulcis, qui vero e media diſciſſa glandula ſeu receptaculo glandulae in peculiari membranoſo ſacco continebatur, pultis farinacei conſiſtentia glutinoſus, cum leuiſſima amarulentia ſubdulcis, colore flavide albus erat. Maximopere dolui, quod antequam huius glandulae curioſior inſpectio mihi in vltimo, quod aperueram, animali in mentem venerit non cauerim, quo integram aſperam arteriam cum gula, corde et reliquis viſceribus eximendam curaſſem, quod vero in tantae molis animante niſi multis hominibus adiuto impoſſibile eſt, quo obſervarem, an non ſuccum hunc per ductum aliquem in pe-

cuſiare viſtus exoneraret, ſine ventriculum ex mente Vercellonii vel aliorſum, ductum quidem iam abſciſſum obſeruaui, quorſum vero pergat nec vidi nec hariolari volo.

Quod ad cor attinet, illud multis nominibus ab omnium animalium cordibus differt. 1.) Situ apex cordis verſus ſternum oblique, baſis vero verſus dorſum dirigitur. 2.) Connexione, cor mediaſtino non adhaeret, ſed quaquaverſum liberum eſt et mediaſtino in vniverſum caret. 3.) Pericardium quidem habet, hoc vero ipſum cor non proxime ambit, et ſaccum; ſed cauitatem potius ſpatioſam in thorace efformat ac thoracem obueſtit, ſuperius verſus dorſum, baſi cordis, pericardium cordi proximius eſt quam vllibi alibi. Cor ipſum cum animal pabulatur cum pericardio a dorſo verſus ſternum non omnino ad perpendiculum ſed oblique tantillum pendet, adeoque pericardium ſibi mediaſtini vice fungitur, inferius verſus abdomen pericardium diaphragmatis interiori parieti affigitur, vnumque cum illo parietem conſtituit, ita et pleurae ad latera adhaeret. 4.) Ratione magnitudinis bilanci appenſum pendebat $36\frac{1}{4}$ libr. et longum erat a baſi ad apices 2. pedes 2. pollices, latum ab vnius auriculae extremitate ad alteram $2\frac{1}{2}$ pedem adeoque latius, quam longius. 5.) Ratione formae latum et craſſum magis quam longum, nec quae omnium praecipua differentia eſt, a baſi verſus apicem trochi more in vnum, ſed in duos apices deſinit pro numero ventriculorum, haec vero fiſſura apicum cordis ad vnam tertiam cordis pertingit, abhinc ambo apices rurſus in vnum coeunt, ac ſeptum cordis efformant, ventriculos cordis diſcriminans; apex ſiniſter tantillum dextro longior ac ambitu craſſior. Vnus quisque ventriculus

cordis

cordis infra ſeptum in apicem ſinum vlterius elongatur, contenta cordis trabes ſcil. ſulci non tantum magnitudine et robore, ſed et numero cordis humani ſupellectilem vincunt, valuulae eaedem tam in pulmonali quam vena caua aorta et arteria pulmonali quae in homine. Baſis cordis permulta craſſa pinguedine veluti farcimine circumpoſito cingitur $1\frac{1}{2}$ pollicem lato quaquauerſum aequaliter. Infra hanc venae coronariae cordis amplae cernuntur, intus pariter valuulis obſeſſae, quas nullibi antea in aliis animalibus obſeruaram. Foramen ouale, magna quidem induſtria pariter ac ductum arterioſum Botalli peruium, ſed fruſtra quaeſiui, diſciſſa cauitate pericardii, dimidiam cauitatem liquore pericardii repletam inueni, vt vel hac ſola quantitate adducar, quo credam, liquorem hunc praeternaturalem eſſe ſub lenta et anxia morte animalis vndecunque etiam ſtillet in hanc cauitatem demum collectam.

Pulmones duo praelongi et lati et ad medium abdomen extenſi lobi ſunt, in quouis latere ad ſpinam dorſi vnus, liberi tamen nec vllibi accreti, in quo ab auium pulmonibus, cum quibus ſitu in dorſo conueniunt, diſcrepant, quilibet lobus membrana exterius validiſſima obducitur, adeoque ſi externam ſtructuram et colorem, pulmonum conſideres, vix pro pulmonibus habeas.

Epar duobus lobis praemagnis et tertio plane peculiaris figurae conſtat, tertius ſcilicet fere quadratus incudem fabrorum ferrariorum refert, in medio intra duos maiores locatur, ſupra illos attollitur ac immediate ſterno ſubiacet, exterius hepar validiſſima neruea membrana obducitur, ita vt nihil minus quam hepar referat, per hanc membranam in parte gibba venae celiacae rami valde tumentes

inſtar arbuſculi coerulei transparent. Membrana hac diſciſſa ſubſtantia epatis apparet, colore fuſca magis quam boum, valde tamen mollis et rariſſimae ſtructurae, ita vt ad tactum velut putrida ſub manibus diffluat.

Cyſti fellea caret, ductus autem cholidochus vt in equo quinque compoſitos digitos facile admittit, adeoque capaciſſimus, dimidiam lineam craſſus, validiſſimus, foris albidus, intus croceus eſt, ac ad oſtium in duodenum vna cum pancreatico in vnum canalem coaleſcit.

Renes iuxtra ſpinam dorſi vtrinque in cauitate lumborum reconditi 32. pollices longi et 18. lati, forma renum ordinaria, validiſſimae membranae incluſi, qua detracta permulti apparebant renunculi eiusdem formae ac in phoca et lutra marina, verum magnitudine hos multum ſuperant 2 pollices in ſuperficie longi et $1\frac{1}{2}$ lati, pyramidati verſus interiores apices; quilibet horum renunculorum peculiari vrethere papilla et arteriola ſingulatim inſtruitur, vretheres 6. maiores ramos praecipue conſtituunt, ac tandem per vnum canalem vrinam deferunt in veſicam vrinariam, peluis autem vt in elephante.

Capſulas atribilarias aequae ac lienem ex obliuione preterii, pariter ac interna generationis organa ac multa alia, quae mihi in mentem deinceps venerant, cum iam plura obſeruandi nec tempus nec occaſio amplius ſupererat.

OSSIVM BREVIS DESCRIPTIO.

Ad oſſa Manati quod attinet capitis oſſa ſoliditate et robore equina referunt, reliqua vero et magnitudine et ſoliditate omnium terreſtrium animalium oſſa vincunt.

Cranii

Cranii oſſa coniunctim nec equino capite maiora, nec forma, nec oſſium coniunctione multum differunt.

Cranium absque vlla ſutura integrum anterius duobus proceſſibus duris verſus narium oſſa extenditur ac arthrodia diarthrodes oſſibus naſi et maxillaribus iungitur, oſſa vero naſi maxillaribus ginglimo diarthrodes iunguntur. Oſſa naſi rudi ſutura iunguntur. Os temporum cranio ſutura, os accipitis autem harmonia iungitur, duriſſimum ac fere ſaxeum eſt. Maxilla inferior in adultis ex vno, in vitulis duplici oſſe conſtat.

Caput a naribus vsque ad occiput 27. pollices longum, ad occiput 13½ pollicem latum.

Vertebrae in vniuerſum 60. ſunt, 6. colli, 19. dorſi 35. caudae.

Coſtarum verarum 5. paria, ſpuriarum 12.

Vertebrarum colli corpora anguſta ſunt, generali ſtructura equorum colli vertebris ſimiles, quantum vero differant ſpecialibus quibusdam differentiis, nolo indicare, cum libris et ſceleto equino deſtituar, nec memoriae et phantaſiae credam.

Vertebrarum dorſi ſpinae acutae et latae ſunt, ac non obſtante craſſa cuticula craſſoque panniculo adipoſo in ſiccis animalibus valde eminent ac conſpicuae ſunt.

Vertebrae dorſi e regione ventriculi et hepatis interna parte acuminatae euadunt, reliquae vero omnes rotundae ſunt, ac eminentia hac acuminata carent.

Vertebrae caudae ſingulae proceſſus 4. ſingulares habent, laterales longae ac latae ſunt, exterior proceſſus lateralibus ſimilis latitudine, ſed breuior, interiores proceſſus ſingularia oſſa ſunt Lamda graecorum exprimentia corpori verte-

vertebrarum per lineam iunguntur et validiſſimis ligamentis firmantur. Omnes vertebrae plurimis robuſtiſſimis latis tendinibus ſecundum longitudinem inuicem coniunguntur, et quaquauerſum ita obteguntur, vt prae illis nec oſſa in conſpectum veniant.

Coſtarum verarum 5. paria ſterno iunguntur cartilaginibus, tam verae, quam ſpuriae omnes ſolidae ſunt, valde ponderoſae craſſae.

Sternum ſuperiori parte, qua coſtae iunguntur, cartilagineum eſt, inferiori verſus ſcrobiculum cordis ad 1½ pedem oſſeum.

Loco oſſis innominati coxae duo oſſa, vtrimque vnum magnitudine et forma vlnam ſceleti humani referentia, ac fortiſſimis ligamentis ex vna parte vertebrae 35. ex altera oſſi pubis iunguntur. Clauiculis caret.

Brachia e 2. oſſibus tarſo et metatarſo conſtant.

DESCRIPTIO MORVM ET NATVRAE.

Abſtinuiſſem a prolixa deſcriptione huius animalis, niſi quae proſtent hiſtoriae Manati breues, frigidas, fabellis ac falſis ſuppoſitionibus ſcatentes vidiſſem pro more ſeculi prioris et ſuperioris, vbi rerum naturalium ſcriptores, quae potuerunt oculis videre tantum per tranſennam aſpexerunt, rimantes occultos animalium mores, amicitias et inimicitias cum aliis animalibus, ingenium et ſexcenta alia, nihil omnino ad rem pertinentia, resque clariſſimas plusquam cimmeriis tenebris inuoluentia.

Ego potius id egi, vt externae formae claram et ſuccinctam ideam darem, dein internarum partium ſtructuram, conuenientiam cum aliis et diſconuenientiam ſcrutarer,

tarer, exinde mechanismos ac naturam animalis declararem, denique vſus partium in cibo, medicina aliisque rebus, poſtremo quae de motu, natura et moribus ipſe viuente animali obſeruaram, veriſſime adderem.

Ne vero omnia ex voto cederent, in culpa fuerunt, tempeſtas circa illud tempus, cum caperentur, fere conſtanter pluuioſa, frigida, obſeruationes ſubdiu inſtituendae, aeſtus maris, greges nequiſſimarum Iſatidum improbo dente omnia laceſſantes et ſub manibus ſubducentes, quippe luſtranti animal chartas, libros, atramentarium abſtulerant, ſcribenti animal laceſſarunt, ipſius animalis vaſtitas et partium moles, vbi ſolus obſeruator et operarius eſſe debui, reliqui omnes de ſtruenda naui et liberatione noſtra abhinc ſoliciti erant, qui circa veſperam meis ſumptibus ad vnam horam conducebantur ad rudes quosdam labores, inſcii et pertaeſi omnia diſcindebant, ac pro ſuo ingenio egerant, eorumque labes et damnum hucdum ne me prorſus deſtituerent laudari debuerunt. Nullum viſcus integrum eximere nec exemptum explicare potui, vt ſolidi quid agerem, ita vt quantum gaudii e quibusdam obſeruatis, decuplo plus triſtitiae ac tedii ex iis conciperem, quae vtilia intacta praeterire debui, adeoque beneuolos lectores, ne perlecta hac manca deſcriptione de mea voluntate et ſtudio, quam potius de circumſtantiis iudicare velint rogo.

Praeparaui ſceleton vituli manati, cepi cutem cum cuticula ſeorſim ſeparatam gramine fartam mecum apportare, ac cum haec ob nauigii paruitatem impoſſibilia viderem, ſpolia ſaltim mecum ſumere, ſed et haec fruſtra; Ita et cum Leone et vrſo ac Lutris marinis in animo

 habui,

habui, nec in Kamtſchatico continente ſpes ſupereſt omnium potiundorum, verum actum egi.

Deſiſtam autem quaerelas et impedimenta narrare et primum moneo. Manati non eſſe bouem Ariſtotelis, cum nunquam Manati in ſicco paſcatur et parum intereſſe an ſit, cum non deſcripſerit, imo quod verius, nec viderit nec fando quicquam de hoc animali audiuerit. Secundo moneo, Lopezium Franciſcum Hernandes autoptas, et ex illis Clar. Cluſ. et Raium ſeductos multa de hoc animali offerre, quae veritati et autopſiae minus conſentanea.

1. Caret hoc animal pilis in vniuerſum, quod vero pili vocari poſſent, ſetae potius aut calami fiſtuloſi ſunt, circa os et ſub pedibus ſolummodo obuii.

2. Caput huius animalis non eſt vitulinum, vt Cl. Cluſio, nec bouillum vt Hernand. placuit, ſed quoad integumentis tectum, nulli animalium ſimile, verum ſuae et ſingularis formae.

3. Pedes in vniuerſum vnguibus deſtituuntur, verum cutis eas ambit, ea prorſus ratione, ac amputatum membrum, ita vt ſuper cute incedat eo loco ſetis hirta.

4. Aeque falſum eſt, quod Hernandes vngues humanis ſimiles huic animali tribuat, quo Vaccam homini Platonico ſimiliorem redderet, cum digitis in vniuerſum careat, ſimul ac vnguibus, niſi forte vngula equi, cui quodammodo ſimilis, vnguis humani ſpecie cuidam imponat.

5. Ita et vel ex hoc patet quantum huic ſtudio tenebrarum offundat, ſi falſa praeſupponimus et falſiora concluſione elicimus, vt interim aliquid dicamus. Quod omnes auctores vnanimiter affirment, animal hoc fluuios aſcendere et gramina, quae ſecundum ripas deprehendere poſſit, de-

depaſci, cum forte a plebeiis audiuerint graminibus veſci, verum non in terra creſcentibus, ſed fucis marinis.

6. Nec ſpeciem veri habet, quod tradant ſuper ſaxa iacere, in continentem exire, vt taceam diſparatam omnino huius animalis ſtructuram eſſe ad motum in ſicco: contigit quidem vna vice, vt ſomno ſopito animali retrocedens mare vndas ſubtraxiſſet ac animal in ſicco relinqueret, ſed et inerme et fuga ſibi conſulere impotens miſerrime propterea fuſtibus et ſecuribus oppreſſum fuit.

Manſueſcere hoc animal credibilius eſſet, quam quae de mira eius ſagacitate hiſtoriolae circumferuntur, cum propter nimiam ſtupiditatem et vorandi auiditatem, vel non manſuefactum manſuetum ſit. Contigit mihi infauſta occaſione per 10. menſes horum animalium mores et conſuetudines quotidie ante tugurii oſtium obſeruare, hinc quae mihi veriſſime obſeruata fuerunt, breuibus ſubiungam.

Amant haec animalia loca vadoſa et arenoſa circa litus maris, lubentiſſime autem degunt circa oſtia riparum et fluuiolorum, aquarum irruentium dulcedine allecti, et quidem ſemper gregatim; nondum adultos ac tenellos ante ſe quidem agunt in paſtu, verum a tergo et latere ſollicite cingunt et medios ſemper in grege ſeruant, aeſtu aucto tam prope ad litus accedunt, vt non tantum baculo a me et lançea ſaepe petiti fuerint, ſed et manu interdum illorum tergora demulcerem. Illata fortiori iniuria nihil aliud agunt, quam quod a litore longinquius diſcedant, poſt breue tempus obliti iniuriae denuo accedant. Degunt communiſſime in vicinia integrae familiae, mas cum foemella adulto vno et paruula tenella prole: monogami mihi videntur, quouis anni tempore pariunt, communiſſi-

me autem autumno, vt ex paruulis recens natis circa illud tempus diuinabam, hinc vero, quod primo vere potiſſimum generare obſeruaui, concluſi vltra annum foetum in vtero geſtare, non plures vno vitulo parere, ex commum breuitate et bino mammarum numero concludo, neque praeterea plures vno vitulo vnquam circa matrem obſeruaui.

Vorant autem haec voraciſſima animalia indeſinenter, ac prae nimia auiditate caput ſemper ſub aquis habent, parum ſollicita, de vita ac ſecuritate, ita vt cymba vel nudus, medius inter ipſos verſari, ac quemcunque e grege vnco ferire velis, ſecure eligere poſſis, omnis ſub paſtu labor ille eſt, vt elapſis 4. aut 5. minutis nares ex aquis exſerant, aerem et pauxillum aquae cum ſtrepitu equorum ruſpationi ſimili efflent: inter paſcendum autem vnum poſt alterum pedem lente antrorſum mouent, adeoque partim placide natant, partim quaſi gradiuntur, vt boues et oues inter paſcendum. Dimidia pars corporis, tergus ſcilicet et latera eminent ſemper ex aquis: inter paſcendum lari dorſo inſidere ſolent, ac pediculis illorum intra cuticulam haerentibus recreari, eadem ratione ac cornices porcorum et ouium pediculis ſolent. Deuorant autem non omnes promiſcue fucos, ſed praecipue Criſpum Braſſicae Sabaudicae folio, cancellatum 2.) fucum clauae facie, 3) fucum Scuticae antiquae Romanae facie 4.) fucum longiſſimum limbis ad neruum vndulatis: vbi vel per unum diem hoſpitati fuerint, ingentes radicum et ſtipitum acerui a fluctibus in litus eliminati cernuntur. Ventribus repletis aliqui inter illos ſupini in dorſo omnitunt, retrocedente aeſtu ne in ſicco relinquantur, retrocedud a littore longinquius, hyeme a glacie circa litus natante ſaepe ſuffocantur et mortui in litus eiiciuntur, quod et fit, ſi vndis impe-

impetuoſe circa ſaxa ventilatis impliciti ſaxis illiduntur, hyeme adeo macilenta ſunt haec animalia, vt praeter ſpinam dorſi omnes coſtae appareant. Vernali tempore more humano cöeunt, ac praecipue circa veſperam tranquillo mari, antequam vero congrediuntur, praeludia multa venerea praemittunt, foemella placide natat hinc et inde in mari, mas vero ſemper ſequitur, hunc foemella tam diu multis gyris et maeandris eludit, donec morae vlterioris ipſa impatiens velut delaſſata ac coacta ſe in dorſum reſupinet, quo facto mas furioſe ſuperueniens libidinis tributum ſoluit, ac ambo in mutuos amplexus ruunt. Captura illorum magno ferreo vnco peragebatur, cuius cuſpis ancorae ſpatulam referebat, altera extremitas mediante ferreo annulo funi praelongo ac valido alligabatur, hunc vncum ſumebat vir robuſtus, ac vna cum 4. aut 5. aliis cymbam conſcendebat, et lente vno tenente gubernaculum 3. aut 4. remigantibus properabat ad gregem. Percuſſor ſtabat in prora, vncum manu tenebat, quam primum vero adeo prope erat, vt e cymba ferire poſſet, feriit, quo facto 30. viri in litore ſtantes, altera funis extremitate arrepta animal tenebant, et inter anxios reſiſtendi conatus magno labore ad litus trahebant, qui vero in cymba erant alio fune ſe firmabant, ac animal continuis ictibus adeo defatigabant, donec laſſatum et quietum penitus pugionibus, cultris ac variis armis conficeretur et in continentem traheretur. Quidam e viuo animali ingentia fruſta exſcindebant, omne quod animal agebat illud erat, vt caudam vehementer vibraret, anterioribus brachiis adeo reniteretur, vt ſaepe ingentia cuticulae fruſta defilirent, inſuper valide et velut cum gemitu ſpirabat, e dorſo vulnerato

nerato ſanguis ſalientis fontis inſtar in altum ſpargebatur, quam diu caput ſub aquis occultaret ſanguis non effluebat, quam primum vero elato capite ſpirabat, ſanguis denuo proſilibat, ob id quod primum pulmones in dorſo iacentes vulnerarentur, qui quoties aëre denuo implerentur, robur ſanguinis proſilientis augerent, e quo phoenomeno vix non concludebam circulum ſanguinis in hoc animali vt in phoca duplici ratione abſolui, in libero aëre per pulmones, ſub aquis vero per foramen ouale et ductum arterioſum, licet ambo non inuenerim: quod vero ſimul reſpirent aliter ac piſces propter deglutitionem ciborum ſolidorum potius quam propter circulationem promouendam contingere arbitror.

Facilius autem capiuntur adulta et praegrandia animalia, quam vituli, propterea quod vituli longe impetuoſiori motu mouentur, et licet vncus integer maneat, cute tamen rupta libere euadant, quod non ſemel attentatum.

Quodſi vero animal quoddam vnco captum moueri impetuoſius incipit, vicina ſaltim in grege et propinqui mouentur, et ad auxilium ferendum captiuo incitantur. Qua propter alia dorſo cymbae euerſionem moliuntur, alia funi incumbunt eundemque rumpere ſatagunt, aut vibratione caudae vncum e vulnerati dorſo emouere allaborant, quod aliquot vicibus non infeliciter tentarunt. Curioſiſſimum ingenii et amoris coniugalis argumentum eſt, vt maſculus captam et vnco tractam foemellam, poſtquam liberationem eius omnibus viribus ſed fruſtra tentaſſet, multisque verberibus propterea a nobis affectus fuiſſet, nihili tamen minus ad litus vsque proſequeretur et aliquot vicibus inſperato veluti ſagitta emiſſa ad illam iam defunctam approperaret.

Altero

Altero die cum ſummo mane accederemus, quo carmen in fruſta ſcinderemus, ac domum portaremus, maſculum rurſus foemellae ſuae adſtantem inuenimus, quod et tertia hucdum die vidi, cum propter luſtranda ſolum inteſtina ſolus accederem.

Quantum ad vocem mutum eſt animal, nec vllam vocem edit, ſed fortiter ſolum ſpirat, et vulneratum velut ſuſpiria ducit. Oculis quantum valeat et auribus, affirmare non audeo, vel ſaltim ob id parum vident et audiunt, quod caput ſubinde ſub aquis contineant, imo animal ipſum vſum horum organorum negligere et contemnere videtur.

Inter omnes, qui de Manati ſcripſerunt, nemo pleniorem et curatiorem curioſiſſimo ac diligetiſſimo Capitaneo Dampiero concinnauit in itinerario ſuo Anglicano idiomate edito 1702. Londini. Nec quidquam perlegenti mihi cenſura dignum videbatur, licet pauca quaedam in noſtrum animal non quadrarent, refert enim dari 2. ſpecies Manati, quarum vna plus oculis minus auribus, altera plus auribus minus viſu valeat, quae vero affert de venatione huius animalis, quod Americani absque vllo ſtrepitu et voce accedant, ne fugent manati, citra dubium ita eſt in locis, vbi crebro capiuntur, ac homines ſibi obnoxios eſſe longo vſu didicerunt, eadem ratione ac Lutrae, Phocae, Iſatides, quae in hac deſerta inſula nunquam antea hominem viderunt, aut ſecuro otio indulgentes turbati fuerunt, a nobi aduenis in inſulam Beringii absque vllo labore occidebantur, cum iam aeque ſerae redditae ſint, ac in terris Kamtſchaticis, ac non tantum viſo hoſte, ſed nare veſtigia diuinante, fuga ſibi praecipiti conſulant.

Acci-

Accidit aliquoties, vt animalia haec circa promontorium Kronozkoi Nos dictum aeque ac circa ſinum Awatſcha a tempeſtatibus mortua eliminarentur, vocantur a Kamtſchadalis ob victum ſua lingua Kapuſtnik, Kraut Emſer quam rem demum poſt reditum 1742. cognoui. Quod denique ad vſum partium huius animalis attinet, cutis craſſa firma ac tenax ab Americanis ad ſoleas calceorum, cingula, prodente Hernandes, adhibentur. Cutem audio a Tſchuktſchis ad lintres adhiberi, qui eandem baculis diſtendere et eadem ratione vſurpare ſolent, ac Koraeccica gens coria phocarum maximarum Lachtak dictarum.

Pinguedo ſub cuticula et cute totum corpus ambiens palmum, in aliquibus locis vix non dodrantem craſſa, glandoloſa, conſiſtens, candida, ſoli vero expoſita butyri maialis inſtar flaueſcens, vt gratiſſimi odoris ita et ſaporis eſt, cum nulla marinorum animalium pinguedine conferenda, quin imo quadrupedum adipi longe anteponenda: praeterquam enim, quod diutiſſime etiam calidiſſimis diebus conſeruari poteſt, nec rancorem, aut foetorem vllum contrahit, excocta ita dulcis et ſapida, vt omne butyri deſiderium nobis excuſſerit, ſapore ferme ad oleum amygdalarum dulcium accedit, iisdemque vſibus omnibus, quibus butyrum, deſtinari poteſt: in lampade clare absque fumo et foetore ardet. Nec forte eius vſus in medicina contemnendus eſt, quippe aluum leniter ſoluit, poculis ebibita neque nauſeam, neque appetitus deiectionem procurat, et vt puto calculoſis pluris, quam oſſa maſticatoria ſeu lapides ſic dicti Manati prodeſſet. Pinguedo caudae durior ac conſiſtentior adeoque cocta delicatior. Caro fibris quodammodo robuſtioribus ac craſſioribus ac bubula conſtat, rubi-

rubicundior terreſtrium animalium carnibus, et quod mirum, etiam calidiſſimis diebus in libero aere diutiſſime absque foetore ſeruatur, licet vermibus vndequaque obſita ſit. Rationem huius rei allego, quod cum animal a ſolis fucis et herbis marinis ſuſtentetur, fuci autem hi parciori ſulphure, largiori portione ſalis marini et nitri conſtent, ſalia haec ſulphuris exhalationem, carnis emollitionem et reſolutionem, eadem ratione prohibeant, ac ſalia inſperſa carni, aut muria ſalis, idque eo magis, quo intimius haec ſalia ſubſtantiae carnis immixta ac cum ſulphureis partibus fortius cohaereant.

Caro licet diuturniori coctione opus habeat, cocta optimi ſaporis eſt, nec facile a bubula diſcernenda. Adeps vitulorum lardum ſuillum recens ita refert, vt vix diſcernas, caro autem nec quicquam a vitulina differt, coctione cito emollitur ac durante ea inſtar ſuillae iunioris ita intumeſcit, vt altero tanto maius in olla ſibi vindicet ſpatium, quam antea.

Pinguedo tendinoſa, circa caput et caudam vix elixationi paret; muſculi contra, abdominis, dorſi et laterum longe praeferendi ſunt, ſalitur im non tantum, vt multi putarunt, non reſpuit, ſed tantum manſueſcit, vt bubulae ſalitae per omnia ſimilis euadat et ſapidiſſima.

Viſcera cor, epar, renes, nimis dura ſunt, nec multum nobis expetita erant ob id, quod carnium maxima copia eſſet.

Pondere animal adultum circiter 8000. libras 80. centenarios ſeu 200. pud Ruſſica pendet.

Tanta autem eſt multitudo horum animalium circa hanc vnicam inſulam, quae Kamtſchatkae incolis alendis conſtanter ſufficit.

Manati peculiari inſecto veluti pediculo infeſtatur, hoc plerumque brachia rugoſa, mammas, papillam, pudendum, anum et ſcrupoſa acetabula cuticulae occupare et inhabitare ſolet, magno numero, ac dum cuticulam et cutem perforant, ab extrauaſato liquore lymhatico verrucae hinc inde conſpicuae oriuntur, ita et inſecta haec Laros inuitant, vt tergis horum animalium inhaerentia roſtris ſuis acutis gratam hanc venentur eſcam, animalibus autem ab iis vexatis amicum et gratum officium praeſtent.

Inſecta haec dimidiam plerumque vnciam longa, annuloſa, hexapoda, candida aut ſubflaua, diaphana ſunt. Caput oblongum, acutum, milii ſemine maius. E fronte antennulae geniculatae duae breues $\frac{1}{2}$ lineam longae exporriguntur. Loco mandibulae inferioris duo tenuia, bis articulata brachiola ſquillae inſtar habet, extremitate acutiſſima et clauata. Reliquum pro numero pedum, ſenis conflatur annulis, in dorſo conuexis, $\frac{1}{3}$ lineae latis, thoracis autem annulus duplo latior, reliqui caudam verſus ſenſim anguſtiores. Thoracis annulus dimidiam lentem refert: huic ad latera par chelarum craſſarum binis articulationibus adnaſcitur. Chela quaeuis aculeo flexili praefinitur, quibus firmiſſime Manati cuticulae infixis adhaeret; reliqui pedes graciliores, omnes aculeis praefiniti et ſenſim breuiores. Vltimae duae breuiſſimae, e caudae annulo orbiculari egreſſae ipſum corpuſculum praefiniunt, ac dum inſectum graditur, dirigunt.

DESCRIPTIO BESTIAE MARINAE DAMPIERO

Primum viſae et ſub nomine Vrſi marini deſcriptae. Ruſſis vocatur Kot, gentilibus ad Sinum Penſchinicum Tarlatſchega. Deſcripta d. 28. Maii 1742. in insula Beringii. Maximae circiter 1820. pud Ruſſica aut 800. libras pendent.

Ad Scalam Anglicanam dimenſiones habuit ſequentes.

	Poll.	Dec.
Ab apice roſtri vsque ad poſteriorum pinnatorum pedum digitos medios extremos -	90	2
Ab apice roſtri ad apicem caudae - -	79	4
Cauda breuis longa - - - - - - -	2	
Pes pinnatus poſterior longus - - - -	22	8
Pinna poſterioris pedis ad exortum lata -	6	1
Ab exortu pedis poſterioris ad vnguium radices	12	8
Vnguis maximus, medii digiti, longus -	1	3
Vnguis idem latus - - - - - - - -		4
Pinna ipſa poſteriorum pedum extremitatibus expanſis lata - - - - - -	12	2
Pedes pinnati anteriores longi - - - -	24	
Pes pinnatus anterior ad exortum latus -	8	
Pes pinnatus anterior ab apice exteriori vsque ad pilorum initium, tranſuerſim latus -	12	
Ab initio pinnae, qua pili deficiunt, vsque ad vnguium radices - - - - - - -	14	2
Vngues quantum prominent, nec ſub cute deliteſcunt, lenticulares, 2. lineas longi et totidem lati.		
Ab apice labii ſuperioris ad nares - - -		8
Altitudo narium oualium - - - - -		8
Columna narium lata - - - - - - -		4

	Poll.	Dec.
Ab apice labii ſuperioris vsque ad oculi canthum maiorem - - - - - - - -	5	2
Ab oculi cantho maiori ad minorem - -	1	6
Ab apice labii ſuperioris vsque ad auricularum radices - - - - - - - - -	8	3
- - - - - - - - - ad oris frenum	3	5
Aures longae - - - - - - - - - - -	1	8
Mandibula ſuperior prae inferiori prominet	1	9
Altitudo rictus aperti - - - - - - - -	4	3
Setae myſtacis longiſſimae - - - - - -	6	
Peripheria capitis poſt aures - - - - -	30	4
Peripheria corporis ad humeros - - -	60	
Peripheria ad anum - - - - - - - -	20	
Ab apice roſtri vsque ad vaginae penis aperturam	60	2
Ab apice roſtri vsque ad anum - - - -	70	3
Totus inteſtinorum tractus a gula ad anum itaque inteſtina 15. vicibus toto animali longiora ſunt.	144	
A gula vsque ad pylorum. - - - - - -	90	

In infantulo recens edito inteſtina 13. ſaltim vicibus animali longiora erant.

FORMAE AC PARTIVM EXTERNARVM DESCRIPTIO.

Animal hoc marinum fere amphibium, vel praegrandi vrſo maius, figura capitis et corporis nulli animalium inter terreſtria ſimilius eſt, quam vrſo; ſi pedes et poſteriorem partem corporis excipis, haec enim peripheria ſua ſubito decreſcit, debilis et gracilis euadit, ac in conicam figuram abit.

Caput

Caput vrſinum quidem refert, ſed ob cutem craſſam et ſubiacentem panniculum adipoſum ibi 8. lineas craſſum, vrſino multo craſſius eſt et rotundius, licet muſculis, cute et pinguedine ſpoliatum oblongum et parum ab vrſini ſceleti capite differat.

Os paululum vt in vrſo et canibus protractum, verſus oculos frons ſubito in gibbum aſſurgit. Extrema pars capitis, nares, carne dura, nigra, pilis carente, rugoſa, cute vt in vrſo et canibus praefiniuntur. Nares ouales, duplices, patulae, ſimili columna cartilaginea interſeptae.

Labia extrorſum tumida, barba quadam prolixa, ſed rara, e ſetis candidis, rigidis, plerumque trigonis varii ordinis, longitudinis atque craſſitiei, conſtante ſuperbit, ſetae longiſſimae 6. pollices aequant.

Labia introrſum verſus fauces roſei coloris, fuſcis maculis varia, laciniata ac ſerrata ſunt prorſus vt in canibus.

Fauces ad rapinam aptae, vtriusque maxillae dentium acutiſſimorum ſerie circumſeptae ſunt, quorum alterius ordinis acies alterius interſtitium mutua commiſſura ita excipit, vt rictum ſuum ad rapinas aptum eo arctius claudere, et praedam ſemel arreptam minime excidere ſinat.

Dentium numerus, ordo et figura ſequens.

In maxilla ſuperiori dentes inciſores habet 4

Hi inciſores in ſummitate duplices geminati et, vt ita dicam, bifurcati ſunt, hinc dilacerando et firmiter apprehendendo eo aptiores, hi autem inciſores extremum roſtri occupant.

Iuxta hos vtrimque vnus caninus 4. lineas longus, acutiſſimus et in fauces recuruus. 2

Hos denuo in vnoquoque latere caninus 8. lineas longus, acutus, in os recuruus comitatur, quibus ferociſſime in pugna ſibi inuicem vulnera infligunt, iisque vtuntur eadem prorſus ratione, vt apri inimicum ſurſum feriendo, praecipue iis, quae in inferiori maxilla habentur. 2

Latera maxillarum denuo 6. in vnoquouis latere acuti canini dentes armant, locumque molarium occupant, quibus in vniuerſum carent, e quo colligo rapaciſſima, crudelia animalia eſſe, omniaque vix non integre, diſcerpta ſaltim, deuocare; hi dentes ſaltim quantum e gingiuis prominent 2. lineas longi ſunt. 12

Adeoque coniunctim dentes maxillae ſuperiori inſunt 20

Maxilla inferior gaudet inciſoribus prioribus 4
ſimilibus caninis 1. pollice longioribus, interna parte, qua fauces ſpectant cultellatis. - - - - - - 2

Loco molarium in quouis latere - - - - 10

Caninos rectos vt inſuperiori maxilla - - 5

Adeoque dentes in vniuerſum - - - - - 36 habet.

Palatum rugis aſperum, in hoc tonſillae paruae loco ordinario ſuſpenduntur.

Lingua inſtar vitulinae papillis aſpera, ipſo apice vt in phoca bifida, 5. pollices longa, ſesqui lata, ſub lingua vtrimque ad frenum duae appendiculae breues conſpiciuntur, tres lineas longae, fauces intus albae ſunt.

Oculi valde prominentes, ampli, magnitudine fere bovillos attingentes: iris nigra, pupilla Smaragdi inſtar lucet, maioris glandis plumbeae mole: pupilla exempta viſcoſa eſt,

eſt, et veluti e gummi Arabico conflata, coctione vt in piſcibus induratur et candida euadit. Oculi externe palpebris inſtruuntur et ciliis, oculos panniculus carnoſus in cantho maiori deliteſcens vt in noctua, phoca, manati, lutra marina exigente neceſſitate obuelat.

Auriculae externae vt in leone marino et lutra marina ſe habent, paruae, acutae, conicae, rigidae et erectae ſunt, breuiſſimis pilis tectae, intus glabrae et politae, rima ſaltim oblonga et anguſta patentes, quas, dum ſub aquis moratur, contrahere et, ne aqua irruat, claudere poteſt, poſt aures ſub cute parotides, oui columbini magnitudine iacent, e multis paruis et laxe cohaerentibus glandulis conglobatae.

Collum craſſum, pariter ac reliquum corpus, ac ſatis bona proportione gaudet, circa lumbos vero ad anum vsque ſubito decreſcit; curioſiſſimum et in quo ab omnibus animalibus terreſtribus et maritimis, excepto leone marino, primo ſtatim intuitu diſtinguitur, pedes ſunt tam anteriores, quam poſteriores.

Pedes 4. quos quadrupedum inſtar habet, voco pinnatos, ob id quod illis incedat, iisque inſiſtat quadrupedum more, anteriores oſſe humeri, vlna, radio, carpo et metacarpo imo digitis conſtant; poſteriores oſſe femoris, tibia, fibula, tarſo, metatarſo ac digitis: pinnatos vero voco, quod anteriorum pedum digiti, in vnam maſſam coaliti, pariter ac poſteriorum, qui laciniatis et membrana intercedente coniunctis digitis, hucdum clarius palmipedum pedes referunt, pinnarumque vſum natando praeſtant.

Pedes

Pedes anteriores non vt in phoca ſub cute latitant, verum integre, vt in quadrupedibus exſeruntur et extorſum apparent, pilis teguntur; carpus, metacarpus et digiti pilis orbi, cute nigra teguntur, ſuperne glabra, inferne ſulcis ac rugis vt vola manus inciſa, inque vnam maſſam coaliti ſpatulam referunt vel vomerem. Carpus 7. conſtat oſſiculis, oſſium tarſi humani figura, oſſa metacarpi atque digitorum nihil vere a naturali lege aberrant.

Digiti 5. habentur, pollex tribus oſſeis articulis conſtat ac epiphyſi cartilaginea molli, vt reliqui omnes, reliquis digitis longior eſt, caeteri ſenſim breuiores pari ratione ac pollex pedum humanorum. Ob id propter inceſſum ſolum fabricati pedes anteriores videntur.

Digitus 2dus tribus pariter articulis ac ſimili epiphyſi cartilaginea conſtat, verum tantillum breuior eſt.

Digiti 3. et 4. quatuor articulis ſuffulciuntur, verum tertius breuior ſecundo et 4tus tertio.

Digitus quintus duobus ſaltim articulis gaudet, ac reliquis omnibus breuior.

Exterius tam in prona, quam ſupina parte pedum, nec vola, nec veſtigium vllum articuli aut digiti cuiusdam conſpicitur, ſed vna maſſa vnumque ſolidum corpus videtur, ſtructuram autem internam duo ſaltim obſcura indicia produnt: nam in exteriori glabra parte pedis regioni articulorum extimorum digitorum, vbi epiphyſes cartilagineae iunguntur, vnguiculi tenuiſſimi et minutiſſimi, vel potius rudimenta vnguiculorum cernuntur, quos natura potius ne quid deſit, quam quod proſint, addidiſſe videtur; hoc enim certo ſcio nullius vſus et emolumenti eſſe: alterum indicium eſt, quod vomeriformis pedis poſterior

margo

margo quinque obtuſis laciniolis veluti vndulatus ſit, pro numero digitorum. Pinnatorum horum anteriorum pedum vſus duplex eſt 1.) vt illis natet, hisque ſi velit ſeſe in ſuperficie aquarum contineat, iisque ad latera expanſis in aquis ad perpendiculum erectus ſtet; alter vſus eſt, vt illis incedat, ac erectus iis inſiſtat, eadem enim ratione poſterioribus pinnis copori ſubſtratis, anterioribus innixus ſedet in ſaxis ac canes. In vtroque caſu digiti et epiphyſes cartilaginei plantae, carpus et metacarpus calcanei vices obeunt. Cum autem corpus grande ac valde ponderoſum ſit, eundem in finem anteriores pinnati pedes craſſiores, latiores et robuſtiores a natura formati ſunt.

Pedes pinnati poſteriores natando magis, quam inceſſui apti ſunt, ac exigente neceſſitate manuum vices ſupplent: Eadem enim ratione vt canes, poſterioribus pedibus caput et aures et quidem frequenter ſcalpunt, hic enim vere ſolus otioſorum in continente animalium labor eſt. Enati ſunt pedes poſteriores in extima corporis parte poſt anum, vt in phoca, colymbis, alca, graculo marino et aliis auibus marinis multum natatu, parum inceſſu valentibus, adeoque proxime adhaerent corpori, vt ſinguli ſeorſim quidem moueri, diduci tamen nequeant, hinc incedens animal in continente podici innixum et poſterioribus pedibus ad latera expanſis, anterioribus ſaltim graditur, et poſteriorem partem corporis vna cum pedibus veluti inutile pondus, poſt ſe trahit, quibus fugientes in arena ad litus ſulcos et canales veluti vomere ducunt, ac propterea ne arena ſub ventre aucta impedimento ſit, non recta, ſed ſerpentina linea fugiunt.

Tibia et fibula ſub cute deliteſcunt, nec extrorſum exſeruntur, tarſus vero et metatarſus ſolummodo libere prominent et pilis teguntur, digiti autem 5. ſimili cute glabra et ſubtus virgata obducuntur, vt digiti anteriorum pedum: digiti autem multum longiores ſunt, quam in anterioribus pedibus: extimus digitus officio pollicis fungens, tertia parte reliquis latior et eiusdem cum ſequenti longitudinis, tres reliqui eiusdem latitudinis, infimus vero ſeu vltimus eiusdem cum pollice latitudinis, at reliquis breuior vno pollice; quatuor reliqui aequaliter longi ſunt. Sunt autem pinnati pedes hi tenuiores anterioribus, ac digitorum articuli latiores, planiores et tenuiores; articuli quidem coniunguntur cute glabra, poſt articulos autem, vbi epiphyſes cartilagineae incipiunt, pedes fiſſi et vt in palmipedibus auibus ſoluti ſunt, adeoque pinna extrema [quantum cartilaginea] in 5. lacinias diuiſa, ſingulaeque cartilagines ad latera membrana augentur, vt in pedibus colymborum, quod ideo fit, vt exigente neceſſitate pinnam diducere, vimque corpus propellendi citius in aquis augere, natatumque accelerare poſſint. Extremitates harum laciniarum ſubrotundae ſunt, pariter ac ſuperiora digitorum interſtitia, vbi cutis in lacinias abire incipit, digitorum quisque 3. articulis gaudet, excepto pollice, qui modo 2. fulcitur, tertium vero ſeu extremum articulum quemque vnguis praefinit, oblongus, acutus, ſuperne conuexus, inferne excauatus: vngues pollicis et intimi digiti perparui, nullius vſus; in tribus mediis digitis vnius eiusdemque longitudinis et latitudinis ſunt, inque vna ſerie ſecundum latitudinem locantur, apophyſes autem cartilagineae vltra tres quatuorue pollices hucdum exporrectae molles et, dum animal

animal ſe fricat, deorſum pendent, nulloque impedimento ſunt. Multum ab initio dubitaui antequam vſum vnguiculorum in viuis animantibus cernerem, quid ſibi vngues hi in mediis digitorum laciniis velint, cum nec apprehenſioni, nec inceſſui firmando inſeruiant, ſi autem extremas epiphyſes terminarent, vt in aliis animalibus, nihil omnino prodeſſent, quia nulli ſtabili corpori, verum molli ſaltim cartilagini affixae forent: Sulci autem ſubtus pedibus inſculpti efficiunt, quo firmius lubricis ſaxis inſiſtere, ac ſuper iis incedere poſſint.

Cutis quatenus pilis orba ita firmiter inhaeret oſſibus, et mollibus cartilaginibus, vt nullomodo inde ſeparari poſſit, niſi feruente aqua, aut vſtulatione, quae res parando exuuio moram non exiguam imponit.

Cauda curta conica, apice acuminata, 2. pollices longa, poſt anum depreſſa, in interſtitio pedum haerens, cute piloſa laxe circumdatur, ita vt oſſa caudae ſub cute veluti vagina recondita ſint, ac pro lubitu emitti et reduci poſſint.

Penis 11. digitos longus, fulcro oſſeo 5. pollices longo praefinitur, eiusdem formae, ac in lutra marina. Poſt fulcrum penis oſſeum corpora ſpongioſa habentur.

Scrotum infra anum, cutis pilis carens nigra, rugoſa, teſticulos duos oblongos inuoluit.

Anus in extima corporis parte intra pedes poſteriores. Sphincter ani laxus valde, nigra rugoſa cute obducitur.

Cutis craſſa, vt in phoca: pili vt in phoca, ſed quadruplo altiores ac erecti valdeque denſe poſiti: fundus cutis molliſſima lanugine tegitur, quae lanugo ſpadicei

vel ſubruſi non nihil coloris eſt, vt lanugo capreae Plinii. Pili longiores maribus ſenioribus circa collum, 2. pollices longi, erecti ac rigidi, hinc animal in ſicco degens multum craſſius videtur, quam in aquis, cum pili madidi ſunt, et corpori apprimuntur: pili hi inſuper nigri ſunt, apices vero in valde ſenibus caneſcunt, in foemellis cinerei ſunt, in multis pili omnes partim cinerei, partim ſubruſi ſunt. Ob hanc pilorum craſſitiem ac rigiditatem, ac cutis pondus, pelles parui penduntur, nec in cenſum veniunt, ſed obducendis ciſtis, vt phocarum pelles, adhibentur. In terris Kamtſchaticis a gentilibus ſoleis illis praegrandibus ligneis, quibus ſuper nivem hyeme incedunt, ſubiiciuntur. Cui vſui ob pilorum glabritiem et denſitatem in plano, ac rigiditatem in aſcenſu montium accommodatiſſimae ſunt. Ruſſici in Sibiria fimbrias pelliciorum his obducunt, recens nati autem pilo molliori cuti appreſſo aterrimo et prae nigrore ſplendente donantur. E ventribus matrum praegnantium exciſorum infantulorum pelles Wiporotki a Ruſſis dicti, his pulchriores, valde aeſtimantur, integrae veſtes ex illis conſuuntur, hinc et pretium harum in dies creſcit, me 1740. veniente ſingulae emebantur 25. haſtulis, cum vero 1742. ab itinere reuerterer 80. haſtularum pretio vendebantur, adultorum pelles dimidio vel vno rubello conſtant. Paraui in inſula Beringii meis manibus veſtem e pellibus recens natorum catorum, eamque, memoriae ergo, ſerus mecum apportabo.

DE-

DESCRIPTIO PARTIVM INTERNARVM.

Sub cute deliteſcit panniculus adipoſus, totum corpus vndequaque ambiens, ac peripheriam corporis vt in phoca inſigniter augens, hic panniculus in capite 1. ferme pollicem in dorſo et reliquo corpore 4. pollices craſſus eſt, candidiſſimus, in foemellis gracilioribus maſculis 2½ pollicem, in infantulis recens natis 8. lineas craſſitie aequat.

Adeps horum animalium conſiſtens in cellulis et veſiculis reconditus, non in liquamen abit vt phocarum, ſed aſſando elici debet, ſeniorum pinguedo refrigerata congelatur, ac ſuillo adipi ſimilis euadit, iuniorum vero oleaginoſus et liquidus manet. Seniorum maſculorum adeps et caro ob id negliguntur, quod veratrum reſipiat hocque odore cito nauſeam excitet, vix enim vnus noſtrum ab eius commeſtione a vomitu et appetitus plenaria deiectione liber euaſit: foemellarum autem caro delicatiſſima eſt, agnorum carni et pinguedini ſapore ſimilis, cito autem rancorem contrahit, nec diu ſeruari poteſt. Infantuli aſſati delicatiſſimi ſunt, nec a porcellis aſſatis multum differunt, mihique obambulanti et luſtranti inſulam gratiſſima eſca fuerant, vbiuis obuia, nec vel minimum aduerſum odorem ſpirant.

Cerebri multum habet, ac longe plus comparate quam lutra; licet animal longe ſtupidius et ferius ſit. In cerebri ſtructura nihil inueni ſingulare.

Pharynx valde amplus, intus membrana rugoſa alba obueſtitus. Oeſophagus et ventriculus plane talis, qualis in phoca, in hoc nihil niſi parum fuſcae ſpumae inueni, quamuis vtriculi inſtar valde inflatus erat, vaſa breuia ventriculi ad vnam lineam ſupra ventriculum elata inflata,

 ſangui-

ſanguine turgida coerulea erant, aſpectu iucundiſſima, arbuſculam referebant ramoſam. Haec ſimili ratione in leone marino et lutra marina inueni, in phoca autem ſaltim graciliora et minus conſpicua.

Splen $1\frac{1}{2}$ pollicem latum, $1\frac{1}{2}$ pedem longum nihil ſingulare obtulit. Totus inteſtinorum canalis a gula ad rectum vermibus 2. 3. pollices longis ſetiformibus albis obſeſſus erat, quos cum aqua marina hauriunt.

Inteſtina 15. vicibus toto animante longiora vbique ſibi aequalia ſunt, excepto ſolo recto, et plane talia, qualia in muſtelis obſeruaui, tenuia digiti auricularis craſſitie, minora multum quam in phoca et lutra marina, absque vllis valuulis et rugis, caret inſuper valuula coli et appendice vermiformi coeci, ita et inteſtina prorſus ab omni materia vacua ac collapſa erant, multa pinguedine circumdata, in duodeno parum ſaburrae flauae inſtar meconii, ac in recto feces luteas compactas humanis non abſimiles graveolentes reperi.

Peritoneum firmius ac in aliis terreſtribus animalibus, pellucidum et neruoſum eſt.

Omentum tenuiſſimum breue ad vmbilicalem ſaltim regionem pertingit, vt in phoca.

Pancreas vtrinque ad duodenum e multis glandulis iuglandis mole conflatum, vltra pedem longum, ductu virſungiano gaudet.

Meſenterium duplex tenuis membrana eſt multaque pinguedine abundat, glandulam pancreas aſelli continet, ac inſuper multis aliis minoribus hinc inde diſſeminatis.

Diaphragma totum muſculoſum 3. 4. lineas craſſum, validius longe, quam in animalibus terreſtribus, in vno ſal-

ſaltim loco vt vena caua tranſit, membranoſum et tantillum diaphanum eſt.

Pulmo colore bubulam refert in 6. lobos diuiſus, huius duo maiores lobi cor ſupra auriculas vtrimque operiunt, tertius ad apicem cordis pertingit, quartus et 5tus ſiniſtrum cordis latus, ſextus dextrum ambit.

Aſpera arteria valde capax, imperialem tranſmittens, epiglottide inſtructa, ex integris validis cartilagineis annulis conſtructa, antequam pulmones intrat, in duos ramos diuaricatur, quorum quisque denuo in tres alios, annuli ramorum omnium in ipſa pulmonum ſubſtantia integri ſunt, graciliores ſaltim et flexiliores, quod in nullo antea animali obſeruaui, inde igitur vox ſtentoria, grauis fremitus et fumus ex iratorum faucibus exhalans, facile concipi poteſt.

Cor pericardio inuolutum, pericardium autem vltra dimidium liquore pericardii plenum erat. Viuaciſſimum enim animal eſt, nec cito validiſſimis ictibus conficitur. Externa et interna ſtructura ſua a phocarum corde nihil differt, latius eſt quam longius, ac vtrimque compreſſum a latere. Vaſa coronaria cordis valde tumida, grandia, hinc et diu poſt mortem conſpicua ſunt. Flatus immiſſus in maximum ramum vaſorum coronalium attollit arteriam et auriculas, ramorum autem extrema inflata ipſos ventriculos.

Foramen ouale apertum habet, vt phoca, auriculae magnae tenues, intus multis fibris nerueis intertextae ſunt. E dextra auricula polypum radioſum exemi. Columnae in ventriculis cordis digiti auricularis craſſitie ſunt, coni-

cae

cae, ſuperiores cum inferioribus fibrarum validarum neruearum plexibus coniunctae.

Hepar praemagnum in ſex grandes et longos lobos diuiſum, quorum quisque in tot alios et lacinias ſubdiuiſus vt horum numerus, ſi quis ſcrupuloſe computare vellet, facile vltra 40. aſſurgeret.

Praeter has lacinias viſcus hoc ab aliorum animalium epate differt multis profundis ſulcis in eius ſuperficie prone et ſupine ductis, vt et colore, colore enim flauo buxeo magis praepinguium anſerum, aut epar muſtelae fluuiatilis refert, quam terreſtrium animalium, non autem oleaginetum eſt nec in liquorem abit, ſed coctum molliſſimum inſtar cerebri eſt, odorem autem veratri longe copioſiorem ſpargit, quam reliquae partes omnes. In foemellis contra et infantulis ordinario brunneo colore Epatis gaudet, molle eſt, verum breuius, neque in tot lacinias diviſum quam in mare.

Renes duplici membrana circumdantur, quarum exterior copioſa ſua pinguedine ſubſtantiam renum plane occultat, interior neruea candida eſt. Renes ipſi 6. pollices longi et 4. lati, in hoc ab omnium marinorum animalium renibus abludunt, quod non tantum figura, ſed et ſubſtantia et fabrica ſua humanis ſimiles ſint, integri ſunt, nec ex renunculis paruis conglobantur, exterius multis ſulcis et venulis picti, vrina ſecernitur in peluim, et inde per vreteres in veſicam vrinariam.

Capſulae atrabilariae fabae Turcicae magnitudine.

Veſica vrinaria parua et oblonga, in fundo acuminata vmbilico adhaeret mediante ligamento pyramidali, quod

quod antea vrachi vices ſubiit. Magnitudine aequat veſicam Phocae.

Glandulam thymus non tantum in recens natis et annum vnum adultis, verum in bienni hucdum maiorem inueni, quam in recens natis.

In ſuperficie lienis catulorum ea parte, vbi ventriculo adhaeret, permultas glandulas miliares reperi.

Ita et in catulis obſeruaui cyſtin felleam circa fundum membrana circumdari, cuius ope duobus epatis lobis affigatur, aliter ac in terreſtribus animalibus.

Ductus cholidochus 1. pollice a pyloro duodeno inſeritur.

Catulorum renes, vt in infantibus ſolet, in plures renunculos hexagonos diuiſos reperi, ac vndique virgatos, membrana altera renes immediate involuens, renibus non adhaereſcebat, vt in lutra marina, ſed illam vbiuis libera ambibat.

Catulorum pariter vterus mihi valde notabilis viſus fuit; inteſtino recto incumbebat, ac duobus ſuis cornubus vtrimque ad renes tendebat, cornua iam tum temporis adeo ampla erant, vt calamo anſerino facilem tranſitum permitterent. Teſtes phaſeoli magnitudine erant.

Ad anum in catulo foemella glandulas duas, vt in vermineo genere obſeruaui, quas in adultis ſenibus fruſtra diu quaeſiui.

Sterni extremitas cartilaginea eſt ac ſubrotunda, vt roſtrum abardeolae ſeu plateae.

Plures et curatiores obſeruationes ob loci importunitatem et continuas pluuias ſubdio aliaque innumera impedimenta elaborare non licuit; hinc et ſceleti deſcriptionem prorſus omiſi.

HISTORIA
MORVM ET NATVRAE HVIVS ANIMALIS.

Dedit quidem Dampierus breuem ac mancam ſaltim deſcriptionem huius animalis, adeo autem certas et euidentes notas characteriſticas in hoc animali Kot a Ruſſis dicto primo ſtatim intuitu obuias addidit, vt dubitare non poſſim eſſe hoc animal illius vrſum marinum.

Fama inclaruit alius a Ruthenis et gentilibus ſic dictus vrſus marinus, quantum ex gentilium relatione habeo; Animal marinum amphibium vrſi ſimilitudine, ferociſſimum tam in continente quam in mari: narrarunt pariter illum anno 1736. cymbam euertiſſe, et duos homines dilaceraſſe, ſeque vehementer exhorreſcere illius audita voce barritui vrſi ſimili, relicta venatione lutrarum et phocarum in mari, continentem petere: aiunt pilis albis veſtitum, circa Kurillicas inſulas verſari et verſus Iaponiam frequentiorem; hic locorum tantum raro videri. Quantum famae huic credam, ipſe neſcio; nullus enim vnquam interfectum vel mortuum in litus eliminatum vidit.

Hoc certum eſt, ſiue figuram corporis, ſiue mores contemplemur, nulli terreſtrium animalium vicinius et ſimilius eſſe, quam vrſo.

In

In ſinu maris Penchinici nunquam cernuntur, neque in terris Kamtſchaticis, aut inſulis kurillicis in ſiccum exeunt, niſi rariſſime, neque vllibi capiuntur, niſi in 3. kurillicis inſulis et abhinc ad oſtium Kamtſchatkae fluuii, in ſic dicto Bobrowoie more, a gradu latit 50. ad 56.

Hi vrſi praetereuntes inſulas kurillicas primo vere et Septembri, parte capiuntur circa oſtium fluuii Dſchupanowa dicti et inde ad promontorium Kronozki frequentiores, in hoc ſcilicet loco inter duo promontoria Kronozkienſe et Schipunenſe mare tranquillius, multique ſinus ac receſſus, hinc et animalia in tranſitu diutius hic morantur et frequentiora capiuntur. Omnes, qui primo vere capiuntur, vix non foemellae ſunt, foetumque vix non abſolutum in vtero gerunt, qui exciſi foetus Wiporotki audiunt et ex his locis quotquot habentur apportantur. Ab initio Iunii nullibi amplius apparent vsque ad finem Augusti, vbi cum prole reuertuntur verſus meridionalem plagam; a multis annis animalia haec vagabunda mirandi et meditandi cauſa extiterunt gentilibus, eorum venationi intentis; vnde nam haec animalia primo vere venirent? quorſum haec pinguiſſima, praegnantia animalia innumeris gregibus tenderent? quaeue huius emigrationis cauſae ſint? quare autumno tam macilenta, exſucca et viribus eneruata cum prole reuertantur? et quorſum?

Diuinarunt quidem ex hoc, quod omnia haec animalia primo ſtatim vere pinguiſſima e meridionali plaga venirent et eo reuerterentur autumno, illa longum iter non abſoluere, neque hybernacula illorum longe abhinc abfutura, alias nimium in itinere emaciarentur, deinde concluſerunt ex eo, quod omnes verſus orientem pergerent, nec

vltra promontorium Kronozkienſe aut oſtium Kamtſchatkae fluuii, neque orientem petentes, neque reuertentes domum nunquam apparerent, neceſſario ſequi terram aliquam ſiue continentem, ſiue inſulas e regione promontorii Kronozkienſis in propinquo fore terris Kamtſchaticis.

Animalia haec inter marina amphibia migrantia ſunt, vt anſeres, cygni et aliae aues marinae, vel vt catanadromae truttae inter piſces; iſatides, lepores et mures hic locorum inter quadrupeda: vt vero iſatidum migratio propter cibi inopiam, auium et piſcium migratio propter excludendum foetum, propter ſecurum veneris otium et ob eneruationem virium, plumarum reiectionem et inde conſecutam, effugiendi hoſtes impotentiam, donec nouae ſuccreſcant, ſuſcipitur, et his obtinendis finibus eliguntur ſolitudines, a piſcibus lacus quieti; ita ſimili ratione ab vrſis marinis eliguntur ſeptentrionalia loca et incultae hae inſulae inter Americam et Aſiam magno numero a gradu latitudinis 50. ad 56. ſitae ob ſequentes rationes.

1.) Vt matres Iunio menſe, ibidem pariant in continente, ac poſt partum dulci otio vires reparent, partus autem ibi educatur, nutriatur, adoleſcat tantum intra tres menſes, vt parentes domum autumno reuertentes ſequi valeat. Nutriuntur catuli lacte materno per 2. menſes: vbera matribus bina ſunt, forma, magnitudine et ſitu cum lutratrum mammis conuenientia, iuxta pudendum locantur: pariunt vnum ſolummodo catulum, rariſſime binos: catulis poſt partum canum more funiculum vmbilicalem dentibus praemordent et lingendo, donec ſicceſcat, ad cohibendum ſanguinem demulcent, ſecundinas auidiſſime deuorant. Catuli naſcuntur oculis apertis, ac iam tum oculi vitulorum

oculos

oculos aequant, 32 dentes plenarie ex alueolis exertos, dum in lucem prodeunt, paratos afferunt, canini autem 4 maiores, feroces et ad pugnam conceſſi in alueolis deliteſcunt ac 4to poſt partum die prodeunt: Dum partu enituntur, catuli pilo vbiuis aterrimo ſplendente donantur, 4to autem vel 5to poſt partum die pili ſub anterioribus pedibus colorem ſenſim mutant ac caprae Plinii pilorum colorem induunt, elapſo vno menſe venter et latera eiusmodi coloris pilis intermixtis variegata euadunt. Mares partu multum maiores et nigriores eduntur, nigrioremque pellem in ſequentibus annis obtinent, quam foemellae, quae vix non cinereae omnimode euadunt, ac rufas ſub anterioribus pedibus maculas obtinent, foemellae tantum magnitudine, craſſitie et robore a maribus differunt, vt vix non pro diuerſa ſpecie habeantur a minus intentis obſeruatoribus, ita et timidae nec adeo feroces ſunt. Sobolem vehementer amant; foemellae poſt partum gregatim cum catulis ſuis in litore iacent, ac plurimum temporis ſomno conſumunt, catuli autem primis ſtatim diebus varios inter ſe luſus pueriles exercent, parentes venerem exercentes imitantur, pugnando ſe exercent, vnus alterum proſternit in terram, quo viſo adſtans pater cum murmure accurrit, litigantes ſeparat, victorem oſculatur, lingua ſtringit, ore in terram proſternere ſatagit, ac reluctantem fortiter intenſius amat, ac dignum ſe filium laetatur, minus contra amant ſegnes et otioſos, hinc alii catuli circa patrem continue, alii circa matres verſantur. Mares polygami ſunt, vnus ſaepe 8. 15. ad 50. foemellas habet, quas anxie aemulabundus cuſtodit et vel alio tantillum appropinquante in furorem agitur. Licet

 multa

multa millia in litore vna iaceant, ſemper tamen in familias diſtributi greges cernuntur, mas ſcilicet cum ſuis foemellis filiis et filiabus vna iacent vt et filii annui, nondum gynaeceum adepti. Vna ſaepe familia ad 120. ſe extendit, hac ratione etiam in mari cateruatim natant. Omnes vxorati hucdum vegeti ſunt, ſenes vero et veneris militiam emeriti vel impotentia, vel vxorum ſpontaneo diuortio coacti, monaſticam vitam agunt, ac continuo ſomno ac inedia tranſigunt. Hi omnium pinguiſſimi ſunt tanquam hodaegi primum venerunt absque foemellis ſolitarii, omnes mares et peſſime olentes in hanc inſulam. Hi ſenes moroſi ferociſſimi ſunt, per integrum menſem in vno loco absque vllo cibo et potu viuunt, continuo dormiunt ac in praetereuntes omnes ferociſſime ſaeuiunt, vsque adeo feroces ac ambitioſi ſunt, vt centies morirentur, quam ſuo loco cederent; hinc homine conſpecto obuiam illi eunt a via prohibentes, reliquorum quisque ſuum locum interea occupat paratus ad pugnam. Nos propterea neceſſitate coacti viam proſequendi, certamina cum iisdem iniuimus grandes lapides in illos coniecimus, illi vero in proiectum lapidem canis inſtar ſaeuiebant, acrius inſtabant, ac horrendo barritu aërem implebant, primum quod tentaremus illud erat, vt prominentes oculos excuteremus, dentes lapidibus frangeremus, vt vt vulneratus et excoecatus eſt, non tamen ſuo loco cedit, vel cedere audet, quodſi cedit vel ad vnum paſſum, tot contra illum aſſurgunt hoſtes ac fugientem dentibus vrgent, ne locum ſuum deſerat, vt ſi noſtris manibus hucdum euaſerit, a ſuis commilitonibus dilaceretur. Dum vero vno cedente reliqui accurrunt, quo a fuga prohibeant, vnus alterum

terum ſuſpicione fugae inuadit, ac vno aggerſſu tot duella oriuntur, vt ſaepe ad duo triaue ſtadia iuxta litus nihil niſi duella, certamina et inter horrendos fremitus et barritus mille cruenta et ridicula ſpectacula videas: dum enim inuicem pugnant, libere praeterire potuimus, a nobis abſtinebant: ſi duo aduerſus vnum pugnant, alii oppreſſo in auxilium veniunt, indignati imparis certaminis: dum praeliantur, alii in mari natantes capita attollunt diſcrimen certaminis aſpicientes, ipſi denique in furorem rapti in continentem exeunt, ſeſe pugnantium cateruae immiſcent, horrendaque ſpectacula augent. De induſtria ſaepe vnum cum Caſacco meo aggreſſus ſum, ac ſaltim oculos excuſſi, his excuſſis omiſi et 4. 5. alios lapidibus infeſtabam, ac dum me proſequerentur, ad excoecatum fugi, ille oculis priuatus, audiens proſequentes fratres, neſcius num fugerent, num nos proſequerentur, inuadebat ſuos ſocios, ego vero interea otioſus in loco elato ſedens ſpectabam praelia inter illos per aliquot horas, coecus inuadens et auxilium ferentes et inimicos, propterea ab omnibus vt communis hoſtis petebatur, ſiue in mare fugeret inde extractus, ſiue in continente, continuis ictibus adeo dilacerabatur, donec viribus omnibus orbatus decumberet et inter continuos gemitus iratam animam efflaret, ac famelicis iſatidum gregibus praeda euaderet, qui iacentem et ſpirantem hucdum dentibus aggrediebantur.

Dum pugnant duo per vnam horam ſaepe pugnam continuant, inducias agunt, ambo iacent iuxta ſe, ſpirantes et animam recipientes, qua recepta ambo ſurgunt, ac, vt digladiatores ſolent, locum certum occupant, quem ſub pugna relinquere nolunt; declinant capita ac ſurſum feriunt, alter

alter alterius ictus declinare ſatagit, quamdiu viribus aequales, feriunt ſolummodo anteriores pedes, qui vero viribus ſuperior, alterum dentibus et faucibus corripit, quatit ac proſternit, hoc viſo alii, qui interea temporis ſaltim ſpectatores fuerunt, accurrunt oppreſſo auxilium ferentes, veluti certaminis moderatores.

Vulnera dentibus inferunt adeo grandia ac crudelia, vt acinace inflicta videantur: raro circa finem Iulii vrſus cernitur, niſi vulnere inſignitus: poſt pugnam primum eſt, vt aquas petant et corpus abluant.

Praelia autem inſtruunt ob tres potiſſimum cauſas:

1. Crudeliſſimum certamen oritur propter vxores, dum vnus alteri foemellas adimit, vel filias adultas e patris familia rapere cogitat, foemellae autem adſtantes eum deinceps ſequuntur, qui victor euaſit.

2. Propter locum, ſi quis alterius locum occupat, vel ſi ſpatium nimis anguſtum et alter vicinitatem propter libidinem affectat et ſuſpicionem mouet.

3. Propter aequum et iuſtum, vt certamina moderarentur.

Prolem et vxores vehementer amant, et ab vtroque valde timentur, crudeliſſimi in ſua viſcera ſaeuiunt et herile dominium exercent vel ob leuiſſimam cauſam. Contigit ſaepius, vt nos inuaderemus gynecaeum, ac catulos raperemus, quod ſi in hoc caſu mater, cui fuga non interdicta, prae nimio metu catulos reliquit, nec faucibus arreptos ſecum abſtulit, vt nobis praeda euaderent, mas omiſſa pugna nobiſcum arreptam foemellam dentibus in altum elatam adeo ſaepe ſaxis bis terue fremebundus alliſit, vt veluti exanimis iaceret, illa vero reparatis viribus repebat

pebat inſtar vermis ſupplex ad pedes maſculi, exoſculabatur ac lacrymas adeo largas profundebat, vt veluti ex alembico in pectus ſtillarent, illudque totum madefacerent: Ille vero hinc inde ſpatiabatur continue fremendo et oculos horribiliter mouendo, caput ab vno latere in aliud viſorum more quatiebat, tandem, cum nos cum catulis abituros videret, ſimili more vt foemella adeo largiter lacrymabat, vt totum pectus ad pedes vsque lacrymis inundaret, quod et poſt grauia inflicta vulnera contingit, vel poſt grauem illatam iniuriam, quam vlciſci nequit. Obſeruaui phocas captas ſimili ratione lacrymari.

Altera ratio, quare vrſi marini primo vere orientem et has deſertas inſulas petant, absque vllo dubio haec eſt, vt otio ſomno et trimeſtri inedia ſeſe a nimium moleſta pinguedine liberent, eadem ratione vt vrſi terreſtres hyeme, menſe enim Iunio et Iulio et Auguſto nihil in continente agunt, niſi vt dormiant, vel otioſe vno loco ſaxi inſtar iaceant, ſe inuicem aſpiciant, barriant, oſcitent et pandiculentur, nec cibum vllum nec potum capiunt. Obſeruaui praecipue vnum vno eodemque loco integrum menſem iacentem, et licet ſenes hoc diuerſo tempore diſſecuerim, praeter ſpumam et ſuccum gaſtricum nihil omnino neque in ventriculo neque inteſtinis excrementorum inveni. Interea autem notabam panniculum adipoſum magis magisque attenuari, peripheriam corporis imminui, ac cutem adeo flaccidam fieri, vt inſtar ſacci vndique moto corpore penderet et moueretur. Iuniores tanta pinguedine non abundantes circa initium Iulii concubitum celebrant, agiles ſunt, hinc inde diſcurrunt, viciſſim in mari et con-

alter alterius ictus declinare ſatagit, q
quales, feriunt ſolummodo anteriori
ribus ſuperior, alterum dentibus e
tit ac proſternit, hoc viſo alii
tim ſpectatores fuerunt, accur
tes, veluti certaminis mo

Vulnera dentibus in
acinace inflicta videan
nitur, niſi vulnere
vt aquas petant

Praelia a

1. Cr
dum vnu
tris ſar
dein

n-
pe-
nam
dein
vero
aximo
am ita
nihil niſi
o in are-
a premat
um, qua
ſui ipſius
nti adſta-
, niſi ma-
s maximo
, ille vero
eperat, ab-
tem horae.

animalia vocem edunt. Dum ad tem- fallendum in continente iacentes clamant, vox a boatu vaccarum ademptis vitulis nihil differt; in certamine fremunt et barriunt inſtar vrſi, obtenta victoria ſtridorem valde ſonorum ac ſaepius repetitum edit inſtar gryllorum domeſticorum, vulneratus et ab inimicis oppreſſus valide ingemiſcit cati aut lutrae marinae inſtar ſibilat.

Dum e mari exeunt quatiunt corpus, ac pinnatis poſterioribus pedibus pectus demulcent et pilos componunt. Maſculus labia extrema apponit labiis foemellae, ac ſi oſcu-

lari

-llet, ſplendente ſole in aprico iacentes poſteriores
pedes in altum erigunt, ac eadem ratione moti-
-anes blandientes caudam, modo iacent in dorſo,
-anes in ventre, modo in orbem contorti, mo-
-xtenſi in vno latere pinnatos anteriores pedes
-ntes, vt vt vero profunde dormiunt et lente ho-
-eſentiam tamen eius cito praeſagiunt et exper-
-n narium, an aurium auxilio contingat, neſcio.
-raegrandes nunquam hominem fugiunt
-ninum, ſed ſe ſtatim ad pugnam ac-
-en minus aduerti integras greges in
-ore fiſtulae ſonum imitetur, foemel-
-ita et integri greges adultorum mul-
-aecipiti fuga aguntur, ſi ſecuri ex
-re inuaduntur, dum vero multa
-nare egimus, illi natantes con-
-comitabantur, nos intuentes et
-ntur.
vt vna hora facile duo mil-
-re poſſint: ſi vnco in mari vul-
, cymbam vna cum venatoribus tam rapide et
celeriter poſt ſe trahunt, vt cymba volare videatur, nec
raro cymba euerſa venatores ſubmergunt, niſi nauclerus
probe huius curſum dirigendo obſeruet: natat dorſo ſupino,
pinnati pedes anteriores nunquam conſpiciuntur, poſterio-
res vero interdum emergunt e mari, ob apertum foramen
diu ſub aquis morantur, valde vero exantlati viribus ad
hauriendum aerem emergunt, circa litora autem natatu ſe
oblectantes modo proni, modo ſupini natant, nec profun-
de ſub aquis, vt curſum eorundem ſemper obſeruare potue-

tinente viuunt, haec res me magis confirmabat, vt animal hoc vrſo ſe natura aſſimilantem vrſum vocarem.

Concubitum exercent more hominum ita vt mas incubus foemella ſuccuba ſit, praecipue autem circa veſperam venereis exercitiis inhiant: horam antea tam mas quam foemella in mare ſe recipiunt, vna placide natant, dein vna reuertuntur, foemella ſupina in dorſo iacet, mas vero e mari ſuperueuit, anterioribus pedibus innixus, maximo feruore libidinem exercet, et ſub hoc luſu foemellam ita premit et pondere ſuo in arenam demergit, vt nihil niſi caput emineat, ipſe vero pedibus anterioribus adeo in arenam deſcendit, vt tandem toto ventre foemellam premat et contingat. Locum eligunt ipſum litus arenoſum, qua vndis hucdum alluitur, adeo intenti et obliuioſi ſui ipſius ſunt, vt plusquam per quadrantem horae ſcortanti adſtarem, antequam me obſeruaret, nec obſeruaſſet, niſi manu colaphum impegiſſem, ex quo adeo iratus maximo fremitu me laceſſiuit, vt aegre me ſurriperem, ille vero nihilominus me eminus vidente, quod coeperat, abſoluit opus per integrm quadrantem horae.

Triplicem haec animalia vocem edunt. Dum ad tempus fallendum in continente iacentes clamant, vox a boatu vaccarum ademptis vitulis nihil differt; in certamine fremunt et barriunt inſtar vrſi, obtenta victoria ſtridorem valde ſonorum ac ſaepius repetitum edit inſtar gryllorum domeſticorum, vulneratus et ab inimicis oppreſſus valide ingemiſcit cati aut lutrae marinae inſtar ſibilat.

Dum e mari exeunt quatiunt corpus, ac pinnatis poſterioribus pedibus pectus demulcent et pilos componunt. Maſculus labia extrema apponit labiis foemellae, ac ſi oſculari

lari vellet, ſplendente ſole in aprico iacentes poſteriores pinnatos pedes in altum erigunt, ac eadem ratione motitant, vt canes blandientes caudam, modo iacent in dorſo, modo vt canes in ventre, modo in orbem contorti, modo iacent extenſi in vno latere pinnatos anteriores pedes lateri apprimentes, vt vt vero profunde dormiunt et lente homo incedat, praeſentiam tamen eius cito praeſagiunt et expergiſcuntur, quod an narium, an aurium auxilio contingat, neſcio.

Senes et praegrandes nunquam hominem fugiunt neque cateruas hominum, ſed ſe ſtatim ad pugnam accingunt, nihilo tamen minus aduerti integras greges in fugam verti, ſi quis ore fiſtulae ſonum imitetur, foemellae confeſtim fugiunt, ita et integri greges adultorum multaque millia in mare praecipiti fuga aguntur, ſi ſecuri ex improuiſo magno clamore inuaduntur, dum vero multa millia ſaepe ante nos in mare egimus, illi natantes continuo nos in litore euntes comitabantur, nos intuentes et inſolitos hos hoſpites mirabantur.

Natant adeo impetuoſe, vt vna hora facile duo milliaria germanica abſoluere poſſint: ſi vnco in mari vulnerantur, cymbam vna cum venatoribus tam rapide et celeriter poſt ſe trahunt, vt cymba volare videatur, nec raro cymba euerſa venatores ſubmergunt, niſi nauclerus probe huius curſum dirigendo obſeruet: natat dorſo ſupino, pinnati pedes anteriores nunquam conſpiciuntur, poſteriores vero interdum emergunt e mari, ob apertum foramen diu ſub aquis morantur, valde vero exantlati viribus ad hauriendum aerem emergunt, circa litora autem natatu ſe oblectantes modo proni, modo ſupini natant, nec profunde ſub aquis, vt curſum eorundem ſemper obſeruare potuerim,

rim, poſteriores pinnas ſaepe ex aquis attollunt, aëre ſufficienter inſpirato, aut e continente mare petentes primum capite aquis ſubmerſo merguntur, inſtar rotae, vt beſtiae marinae grandiores fere omnes lutra, leo imo balaena orca et phocaena ipſa.

Quando ſaxum aſcendunt, phocarum more pinnatis anterioribus pedibus illud apprehendunt, reliquum corpus poſt ſe trahunt, dorſo arcus more contracto, ac capite demiſſo, quo corpori elaſticitatem concilient: curſu vix ac ne vix quidem a celeri curſore ſuperantur, praeſertim foemellae. Nec dubium multos e nobis occiſos futuros fuiſſe ab illis, ſi tantum pedibus valerent in continente, quantum in mari, nec conſultum eſt in magna planitie cum illis certare, ibi enim vix quisquam effugiet, ob id autem quod accliuia loca aſcendere nequeunt, haec nobis ſemper ſaluti fuerunt. Obſiderunt me aliquando plusquam per 6. horas et tandem coegerunt, vt maximo vitae diſcrimine praecipitium aſcenderem, meque hac ratione iratis his beſtiis ſubducere poſſem.

Si numerum inire debeam, quot viderim in inſula Beringii, absque mendacio dicam computum inere non poſſe, innumerabiles eſſe, totum litus maris cooperire, me et Caſactum meum obambulantem totam inſulam quaquauerſum ſaepius coegiſſe, relictis litoribus montes petere et in illorum vertice operoſe viam proſequi. Lutrae marinae eos valde reformidant et rariſſime inter illos inueniuntur, pariter ac phocae, leones autem marini ingentibus gregibus inter illos habitant ac valde timentur, prima ſemper loca occupant, nec facile in illorum praeſentia lites mouent, ne hos crudeles arbitros experiantur, hi enim

enim, vt aliquoties vidi, confeſtim accurrunt, ita et foemellas prohibere non audent, quo minus cum leonibus marinis ludant.

Interea hoc curioſum eſt, quod vrſi marini non vt manati, phocae, lutrae marinae aut leones marini, vbiuis locorum in litore huius inſulae reperiuntur, verum ſolummodo in meridionali parte huius inſulae, quae terris Kamtſchaticis obuertitur. Ratio autem in promptu eſt, hanc nempe partem primum conſpiciunt, dum e promontorio Kronozkienſi huc verſus orientem pergunt, in boreali parte non niſi aliqui per errorem huc delapſi inueniuntur.

Quod ad venationem horum animalium attinet, a nobis in continente primum lapidibus obcoecati, dein fuſtibus interfecti fuerunt, absque vllo artificio, adeo autem viuaces ſunt, vt duo tresue homines clauis ligneis capita ſolum ferientes, ducentis ictibus vix conficerent et ſaepius bis aut ter quieſcere et vires reparare coacti fuerint, cranio in minutas partes diffracto ac cerebro pene omni effuſo, dentibus omnibus euerberatis, nihilo tamen minus pedibus inſiſtit ac pugnam continuat, et de induſtria vni cranium fregi et oculos eliſi, dein miſſum feci, qui abhinc plus quam duas ſeptimanas in vno loco viuus et immotus veluti ſtatua ſtetit.

In mari circa terras Kamtſchaticas rariſſime in continentem exeunt, verum a gentilibus in mari haſta ferrea noſok dicta vulnerantur, quae dein a manubrio abſcedit, et intra corpus manet, nec, quia ad vulnus interne obliquatur, exit hoc haſtae ferrum valido loro alligatum, cuius lori alteram extremitatem in cymba ſedentes tenent, animal

mal autem vulneratum ſagittae inſtar velociſſime fugit, ac vna cymbam cum hominibus ſecum rapit, donec laſſum et a ſanguine exhauſtum ſubſiſtat: quam primum ſubſiſtit illud loro ad ſe trahunt, haſtis transfigunt, et ſi cymbam euertere velit, ſecuribus ac clauis pinnatos anteriores pedes et caput contundunt, mortuum in cymbam ponunt et domum properant. Interficiunt autem ſaltim foemellas vere praegnantes et nondum adultos mares, ſenes autem et praegrandes aggredi non audent, ſed viſo vno ſaltim dicunt Sipang (malum) grandem enim vocare peccatum et exitioſum putant. Ita et dicunt ſi leonem marinum aut praegrandem vrſum in continente ſociis et armis deſtituti vident.

Quotannis permulti vrſi marini ſua ſponte ſenio confecti in hac inſula pereunt, ita et tot in pugna cadunt et ab inflictis vulneribus pereunt, vt in aliquibus locis totum litus oſſibus et caluariis cooperiatur, veluti ingentia praelia ibi commiſſa fuerint.

Omittere non poſſum glandulam Thymi permagnam in his animalibus eſſe, e multis glandulis conflatam et ſacco membranoſo inuolutam, incidi aliquando ramum arteriae pulmonalis ac immiſſo tubulo et flatu oris obſeruaui, non tantum cordis ventriculos, ſed et glandulam thymi flatu intumuiſſe. Quid alii iudicent de hoc attingere nolo, niſi iteratis experimentis in aliis beſtiis marinis.

Coronidis loco ſubiungam, curioſum eſſe valde, quod curioſus Dampierus tradit de inſula Ferdinando ſub latitudine Auſtrali graduum 36. ſcilicet memorat ſeſe ibi in continente ſimili ratione ac nos in inſula Beringii totum litus innumerabilibus phocarum, leonum et vrſorum marinorum

rinorum gregibus coopertum reperiſſe. Non adducor vt credam animalia haec ex auſtrali parte huc migrare, hoc enim iter nimis longum foret, duo autem inde colligo. Primum Auſtralis orbis beſtias marinas easdem eſſe, quas haemiſphaerii borealis ſub eadem longitudine aut non multum differente, dein credibile eſſe noſtros vrſos marinos ſub eodem gradu in parte boreali hybernare. Forte dabit aliquando ſors, vt cum nos aeſtiua diuerticula inuenerimus, alii aliquando hybernacula inueniant, quae ſi non eſt terra Compagnie Land dicta, forte terra non longe abhinc diſſita et aliquando detegenda.

Icones duplices fieri curaui, quarum prior Fig. 1. marem Tab. XV. ſiſtit ſaxo inſiſtentem, vt plerumque cernuntur, altera Fig. 2. foemellam ſupine in dorſo iacentem minorem, potiſſimum obhanc rationem, quo poſteriorum pedum figura appareat, quae in ſedente ad naturam exprimi non potuit.

Quod attinet ad ſtylum et ordinem materiarum, multitudo negotiorum non permittit, vt vni rei perpoliendae nimium inhaeream niſi multa ſub manibus perire paterer, appono igitur pultem curioſis, terreis vaſis incluſam, cui vas nauſeam mouebit, gratiſſimum mihi et aliis officium praeſtabit, ſi totum magma in argenteum aut aureum transfundere velit. Quod vel minutiſſimas circumſtantias annotauerim, propterea egi, vt nihil horum praetermitterem, quae mihi ſedulo ſpectanti innotuerint, reliquum ſpondeo me nonniſi veriſſima indicare; breuior deſcriptio ſemper fieri poteſt, non autem longior aut plenior, ſi ab initio anguſtioribus terminis incluſa fuit.

Deſcriptio

Deſcriptio Beſtiae marinae,

Dampiero Leo marinus, See-Löwe, *Kurillis*, *Kamtſchadalis et Ruſſis Kurillico nomine Siwutscha dictae. Deſcriptus in inſula Beringii d.* 20. *Iunii* 1742.

Abſtinui de induſtria a prolixa deſcriptione huius beſtiae, ob id, quod externa forma, partium vſu et ſtructura, pariter ac interna viſcerum conſtitutione, per omnia exactisſime cum vrſo marino coincidit. Satis igitur puto, ſi differentias externas, vnicuique primo ſtatim intuitu obuias, indicauero.

Pondere duplum pendet: maximi mares 36. ad 40. pud Ruſſica vel 1600. libras pendent. Magnitudine bis vel maximos et ſenio confectos vrſos marinos ſuperant. Foemellae maribus breuiores et graciliores ſunt, glabro collo donantur, rigidis et criſpis pilis, quibus mas gaudet, ibidem deſtituuntur, ita et catuli recens nati plus duplo maiores ſunt vrſorum catulis.

Altera potior differentia e pilorum colore enaſcitur: cutis comparate multum craſſior, rigidis denſis pilis veſtitur, pilorum color ruffus eſt, vt vaccarum, in ſenibus pallidior, in iunioribus intenſior, in foemellis viuidior, vt color ochrae, catuli caſtanearum colore inficiuntur, quidam vix non fuſci dici merentur.

Caput comparate maius quam in vrſo, naſus exporrectior et ſurſum parumper curuatus, dentes praegrandes, quadruplo longiores et latiores, numero et ordine conueniunt cum vrſi marini dentibus. Oculi ampliſſimi canthorum oculorum maiorum carunculae valde extantes, Cinnabris colore infectae, vnde multum viuidiores videntur

in vrſis marinis. Pupilla fulgentiſſima Smaragdi inſtar lucet; reliquum omne oculorum eboris terſo albore nitet, multisque tenerrimis arteriolarum ramuſculis pulchre variegatur. Gaudet ciliis et panniculo carnoſo in cantho maiori haerente.

Auriculae conicae, ſurrectae, ſesqui pollices longae, vt in vrſo marino.

Quod praeter colorem et magnitudinem animal hoc praecipue ab vrſis marinis diſtinguit, et leonis nomen conciliauit, denſe poſiti ſurrecti vndulati pili ſunt, colli peripheriam augentes, nec exiguam formae pulchritudinem afferentes, quales et in leone terreſtri mare cernuntur, foemellae autem his carent, graciliori collo ac corpore ſunt maſculis, reliqua omnia tam externa, quam interna vsque adeo exactiſſime cum vrſo marino conſpirant, vt verboſus ſaltim euaderet, qui plura addere vellet.

HISTORIA MORVM HVIVS ANIMALIS.

Quamuis haec beſtia aſpectu horribilis animoſa videatur, viribus, mole, partiumque robore vrſos multis paraſangis antecellat, ſuperatu difficilis, in anguſtias redacta crudeliſſime pugnet, leonis ideam oculis et menti imprimat, hominis tamen aſpectum adeo pertimeſcit, vt vel elonginquo viſo homine praecipiti fuga ſeſe a continente in mare aufferat. Quodſi vero ſomno profundiori ſopita ab homine vicino baculo ſuſcitatur, vel clamore, adeo exhorreſcit, vt inter profunda ſuſpiria in fuga continuo cadat, nec trementibus artubus prae nimia anxietate pro lubitu vti poſſit. In anguſtias autem redacta, ac omni ad fugam via praecluſa, recta in aduerſarium ingenti

fremitu ruit, caput irata quatit, fremit, barrit, ac vel animoſiſſimum in fugam agit: hoc experimentum vix non mihimet ipſi primum tentanti exitio fuit. Ob hanc rationem a Kamtſchaticis gentibus nunquam in mari venatur, quoniam cymbas cum venatoribus ſubmergit et crudeliſſime necat; nec in continente quisquam aperto marte pugnare audet, verum doloſe inſciae et ſecurae vel ſomno ſopitae opprimuntur. Quodſi in continente dormit, ille, qui viribus et pedibus plus fidit, tacite aduerſo vento ad illam repit, haſtam ferream vel oſſeam a manubrio abſceſſilem Noſok dictam, ac loro ex huius beſtiae corio parato alligatam ſub anterioribus pinnatis pedibus adigit, reliqui lorum tenent, quod vel ſaxo vel palo cuidam infixo in terram aliquoties circumuolutum a reliquis tenetur. Dum vero beſtia vulnerata et reſuſcitata fugam molitur, alii e longinquo vel ſagittis petunt, vel aliam haſtam loro alligatam infigunt, tandem viribus exhauſtam haſtis confodiunt ac clauis ligneis occidunt. Vbi vero in ſolitariis ſaxis circa litora ſomno ſopitam offendunt, ſagittas venenatas euibrant, euibratis abeunt. Beſtia a veneno cogitur relictis vndis marinis dolorem valde exacerbantibus continentem petere, ibique ſi locus commodus vel confoditur, vel ſibi relicta intra 24. horas e venenato vulnere perit. Omnes, qui beſtiam hanc bene ferire audent et callent, multasque occiderunt, in magno honore apud reliquos habentur, heroes et fortes cenſentur. Hinc et praeter carnis ſuauedinem, gloriae dulcedo multos ad hanc venationem compellit, ac ad audaciſſima ſuſcipienda praecipites agit, cymbas ſaepe vsque adeo onerant, 2. imo tribus his beſtiis, vt cymbae mergantur in mari, quod tamen tranquillo

quillo mari ob illorum peritiam raro contingit, licet orae cymbae vix non maris ſuperficiei parallelae ſint, vel maximo dedecori ſibi ducunt, potitam ſemel praedam, mortis timore adacti abiicere, vt ſi manus non ſufficiant aquis euacuandis, ſaepius mergantur. Ob venationem huius beſtiae audaciſſimi gentiles cymbis ſuis papyraceis 4. 5. milliaria Germanica in mare abeunt vsque ad inhabitatam inſulam Akit dictam, nec raro contingit, vt vento aduerſo abrepti 4. 5. ad 8. dies absque pyxide nautica famelici in mari oberrent, nec continentem, nec inſulas videant, ſolis ac lunae ortum et occaſum reduces ſolum in conſilium adhibeant.

Tam panniculus adipoſus, quam caro praedulcis, ſapidus ac expetitus eſt, pinnae pedum gelatinoſae imprimis in deliciis habentur, pinguedo non oleaginea eſt, vt phocarum et orcarum, ſed conſiſtens non multum ab vrſorum marinorum colore, odore et ſapore differens. Catulorum pinguedo veruecum pinguedinem dulcedine ſuperat medullam tibiarum refert. E cute parant lora, ſoleas pro calceis, imo calceos et ocreas.

Polygami ſunt, vnus mas ſaepe 2. 3. 4. foemellas habet, pariunt circa initium Iulii menſis in continente, partum ſolummodo ſingulae ſingulum enituntur, matres catulos vberibus lactant. Coeunt Auguſt. et Sept. hinc, quod credibile, partum per 9. menſes in vtero geſtant, congrediuntur more vrſorum marinorum. Maſculi foemellas in maximo honore habent, nec adeo dure tractant vt vrſi marini, blanditiis foemellarum valde delectantur, ac reciprocis copioſioribus plus illarum affectum demereri ſatagunt. Tam mares, quam foemellae prolem ſatis negli-

genter amant, ſomno ſopiti prolem vberibus ſubiectam mole ſua opprimunt et necant, vt ſaepe vidi, nec vel tantillum mouebantur, cum toties catulos in conſpectu parentum cultro iugularem et viſcera parentibus obiicerem, catuli non adeo viuaces et alacres ſunt, vt vrſi marini, ſed continue dormiunt, vel ſegniter ſaltim ludunt ac veneris praeludia exercent, circa veſperam matres vna cum ſobole mare petunt et circa litora natant placide, catuli natando defatigati tergis matrum inſidere et quieſcere ſolent, foemella autem rotae inſtar ſeſe volutat, ſegnes deturbat et natatui aſſuefacit. Experimentum feci catulos recens natos aeque ac vrſorum marinorum vivos in mare proieci, tantum autem abeſt, vt natare potuerint vel pinnis debite vti, vt confuſe ſaltim vndas verberarent ac ad litus properarent: catuli duplo maiores ſunt vrſorum catulis.

Quamuis autem hae beſtiae hominem vehementer reformident, aduerti tamen aſſuefieri et manſueſcere hominum crebra et innoxia conuerſatione, praecipue circa illud tempus, cum catuli nondum prompte natare didicerunt. Vixi vna vice in medio illarum grege, editiore ſaltim loco per 6. integros dies, ibique e tugurio meo mores illarum intente obſeruabam, iacebant quaquauerſum circa me, ignem ac quae agerem contemplabantur, nec fugiebant amplius, licet medius inter illos obambularem, catulos arriperem, enecarem ac deſcriberem, ita et luſus venereos exercuerunt, de loco deque vxoribus aemulabundi inter ſe contendebant, et acerrime pugnabant, eadem prorſus ratione, iisdem geſtibus eodemque feruore, vt vrſi marini, vnus, cui foemella adempta erat, cum omnibus per

per 3. integros dies pugnabat ac plus quam centum vulneribus vndique laceratus erat; Vrſi marini nunquam illorum certaminibus ſe immiſcent, verum orta lite circumſpicientes fugiunt, primum locum illis cedunt, foemellis et catulis luſus varios permittunt, nec hiſcere audent, et quantum poſſunt a leonum conſortio abſtinent, hi vero non inuitati et inuiti ſeſe illorum turbae ſaepe immiſcent. Senes et decrepiti inter illos circa caput caneſcunt et procul omni dubio beſtiae valde longaeuae ſunt. Aures et caput poſterioribus pedibus pinnatis vt vrſi ſcalpunt, eadem ratione ſtant, natant, iacent, incedunt. Boant vt boues, catuli balant vt oues, nec aliter dum inter illas eram mihi videbatur, ac ſi iumentorum gregibus immiſtus paſtorem agerem. Senes et decrepiti odorem de ſe ſpargunt, ſed longe mitiorem nec adeo viroſum, vt vrſi marini. Tam vere, quam hyeme et aeſtate in hac inſula, certis ſolummodo locis, ſaxoſis et circa praecipitia verſantur, nihilo tamen minus alii quotannis primo vere vna cum vrſis marinis huc veniunt, vidi illos magno numero circa Americana litora, in terris Kamtſchaticis vix non omni tempore habentur, vltra 56. gradus latitudinis non proficiſcuntur. Venantur copioſe circa promontorium Kronozky, circa Oſtrownaia inſulam, circa ſinum Awatſchienſem et abhinc vsque ad promontorium Lapatka, habentur in inſulis Kurillicis, et vix non vsque ad inſulam Matmej. Capitaneus Spangberg in mappa ſua inſulam quandam ab harum beſtiarum frequentia ac rupium facie vrbem adumbrante Siwutschi palati nominauit. In mari Penſchinienſi nunquam apparet. Ratio quare hae beſtiae huc migrent Iunio Iulio et Auguſto, ſit propter otium, partum, catulorum educationem

 et

et inſtructionem ac tandem propter generationem, ante et poſt hanc periodum frequentiores circa Kamtſchatica litora habentur.

Quod attinet ad victum harum beſtiarum, piſces praedantur et phocas, forte et lutras marinas aliaque animalia marina: ſenes autem Iunio et Iulio parum vel nihil omnino comedunt, ſed otio indulgent, ſomno, ac interea temporis valde macilentae euadunt.

DE-

DESCRIPTIO LVTRAE MARINAE.

An Lutra marina Marcgrawii Icya ſiue Cariguei-beiu Braſilienſium? Ruthenis Bobr Kamtſchatzkoi, Itelmae-nis Kaiko.

Vnus e maximis maſculus dimenſiones ad ſcalam Angli-canam habuit ſequentes.

	Poll.	Dec.
Ab apice roſtri vsque ad extremam caudam	49	8
- - - - - externi digiti poſterioris pedis		
- - - - - vnguiculum - - - -	46	4
Cauda longa - - - - - - - -	13	5
Ab apice roſtri ad oculi canthum maiorem	2	4
- - - - - - - - - - - minorem	3	
Ab oculi cantho maiori ad minorem - -		6
Intercapedo oculorum ad canthos maiores	2	4
- - - - - - - - - - - minores	3	
Ab extremo roſtro ad aures - - - -	4	4
Auriculae altitudo ſeu longitudo - - -	1	
Intercapedo aurium - - - - - -	6	
Auricularum latitudo ad radices - - -	1	
Ab apice roſtri ad nucham - - - - -	7	
Ab apice labii ſuperioris ad froenum oris	2	5
Altitudo rictus in perpendiculo ad apicem inferioris mandibulae - - - - - -	1	8
Ab apice roſtri ad ſcapulas - - - - -	8	4
Vlna longa - - - - - - - - -	5	5
Fibula longa - - - - - - - - -	5	5
Tarſus metatarſus cum digitis - - - -	2	2

Totius

	Poll.	Dec.
Totius pedis longitudo - - - - - -	12	5
Plantae anterioris latitudo maxima - -	2	
Ab apice roſtri ad coxam - - - -	31	
Pedis peſterioris longitudo - - - - -	15	4
Digitus maximus externus - - - -	3	8
Digitus internus breuior reliquis - - -	1	8
Plantae pedis extenſi latitudo maxima -	38	
Ab apice roſtri ad vaginae penis orificium	1	
Capitis diameter ſupra nares ſeu narium diameter - - - - - - -	8	
Capitis diameter ad oculi canthos minores	10	4
- - - - - ad aures - - - - - - -	16	2
Capitis diameter ad nucham - - - -	22	2
Colli longitudo a nucha ad ſcapulas - -	4	4
Diameter corporis ad ſternum - - - -	28	2
- - - - - ad orificium vaginae penis	31	
- - - - - - ad anum - - - - -	20	8
Penis longus, corpus ſcilicet ſpongioſum cum fulcro oſſeo - - - - -	8	6
Fulcrum penis oſſeum longum. - - -	6	3

DESCRIPTIO FORMAE ET EXTERNARVM PARTIVM.

3 Animal hoc marinum amphibium a Caſaccis Sibiricis Bobr fiber ſeu Caſtor dictum, magis ob pilorum, quam formae et naturae ſimilitudinem, genuina lutrae ſpecies eſt, et citra omne dubium lutra Braſilienſis Tya et Carigueibeiu Braſilienſibus dicta et

et Marcgrawio deſcripta. Etenim notae omnes, quae a Marcgrawio adferuntur, in noſtro ſubiecto praeſto ſunt, magnitudo mediocris canis, caput ſubrotundum et quaſi felinum, naſus acutior, oculi nigri rotundi, aures ſubrotundae, barba, pedes in 5. digitos vnguibus fuſcis acutis armutos diuiſi, quorum interior reliquis breuior, pili molles, atri, clamor iunioris catelli, victus a Gammaris et piſcibus; deſideratur autem a Clar. Raio curatior dentium et pedum deſcriptio, mihi vero tota hiſtoria animalis nimium breuis, manca et ſuperficiaria videtur. Quae vero ob nimis generalem deſcriptionem obiici poſſint, quaſi noſtrum aliud animal ſit, haec ſunt. 1.) Clima, cui reſpondeo, ſi terreſtria animalia in diuerſiſſimis climatibus, vbi naturae aptum pabulum habent, inueniuntur, vt de ſciuro volante Quimachpatlan Indorum certum eſt, hoc eo magis in oceano poſſibile eſt et animalibus ibi degentibus, cum praeter victum vbiuis eundem, piſces ſcilicet et Gammaros, aquae ipſae climatis aeſtum amphibiis minus ſenſibilem reddunt. 2.) Ob hanc rationem climatis non obſtat quod Marcgrawius pilos haud longos dicat, cum omnia terreſtria animalia eo breuiores pilos habent, quo calidiores regiones incolunt, licet ſpecie non differant, imo lutra marina in terris Kamtſchaticis aeſtate capta, analogia terreſtrium animalium peiores et breuiores pilos habet, earumque pellis ab illis, quae hyeme nactae dignoſcuntur primo intuitu a mercatoribus; nec 3.) obſtat quod capitis pilos obſcure fuſcos et maculam flauam ſub gutture reperiri dicat, haec arguunt Marcgrawium perfunctorie ſaltim deſcriptionem ab vno ſubiecto concinnaſſe, nec varia diuerſis temporibus et aetatibus in conſilium adhibuiſſe.

Capitis pili in omnibus ſubiectis diuerſiſſimi ſunt a reliquis, in iunioribus praecipue aeſtate fuſci ſunt, in adultioribus cani et fere argentei, catuli nondum annum adulti vrſorum fuſcos pilos obtinent; guttur vero flauum in peſſimae notae lutris ſaltim reperitur, quae pilos non obtinent, ſed lanuginem ſaltim criſpam, fuſcam, breuem, mollem: non exportantur a mercatoribus, ſed hic locorum 2. 3. rubellis venduntur et e gentilibus ad pelliciorum fimbrias emuntur, quales forte pleraeque pelles lutrarum Braſilienſium ob calidum clima ſunt, nec propterea multum glorioſae. 4.) Quod caudam eiusdem cum pedibus longitudinis dicat, indicat obſeruatorem Marcgrauium fugitiuo ſaltim oculo aſpexiſſe animal, licet enim multum, $3\frac{4}{10}$ tamen pollices cauda longior eſt pedibus.

Poſtquam ſatis euictum puto lutram marinam Kamtſchaticam eſſe Lutram marinam Braſilicam Marcgrauii, duo ſuperſunt. 1.) Animal noſtrum non eſſe caſtorem hoc ſatis teſtatur a.) quod folliculis caſtorei receptaculis careat, b.) caudam piloſam anguſtam inſtar lutrae obtineat c.) dentium forma et ſitus d.) inteſtinorum forma. 2.) Eſſe hoc animal noſtrum genuinam lutrae ſpeciem, ex ipſa deſcriptione clariſſime patebit.

Magnitudine lutra marina et lutram aquarum dulcium et caſtorem multum ſuperat, maximae pondere vna cum interraneis 70. ad 80. libras pendent. Forma corporis lutrae ſimilis eſt, multum autem craſſior, imo caſtorem craſſitie propemodum vincit.

Caput lutrino ſimile, felino productius, canino breuius et rotundius, nares aterrimae, glabrae, rugoſae, columna cartilaginea interſeptae, protuberantes, vt in canibus

Mopſis.

Mopſis. Maxilla ſuperior inferiori $\frac{1}{2}$ vncia longior et $\frac{1}{3}$ pollicis latior. Labia tumidiuſcula, vt in phoca.

Maxillam ſuperiorem myſtax vt omnium amphibiorum marinorum ornat: ſetae myſtacis deorſum pendent, verſus nares ſenſim breuiores euadunt, candidae, longiſſimae triunciales ſunt, breuiſſimae vnciam vnam aequant.

Rictus non adeo magnus, oculi cum palpebris leporinis non maiores, naribus in fronte altiores, oculorum canthi minores, freno oris in perpendiculo contigui. Iris oculorum modo fuſca, modo auellanea, in maiori oculi cantho panniculus carnoſus, vt in manati, vrſo, lutra dulcium aquarum, phoca et noctuis, ad vnam tertiam ſemper, exigente vero neceſſitate vltra dimidium oculos tegit, pupilla nigra eſt.

Auriculae piloſae, arrectae, conicae, vt in leone et vrſo marino.

Dentes habet in maxilla ſuperiori ſub naribus inciſores, minutos acutos et acuminatos arctiſſime ſtipatos 2. lineas longos - - - - - - - - -	46
hos excipiunt canini acuti conici 1. vnciam longi introrſum paululum curuati duo, ſcilicet in vtroque latere vnus - - - - - - - - - - - - - -	2
Molares dentes obtinet 8, in quibusdam in quouis ſcilicet latere 4, duo priores inter inciſores et molares dentes forma ambigunt, primus enim perpuſillus et breuis eſt, vix lineam vnam longus, acutus, cui ſuccedit alter decuplo latior, et triplo longior, reliqui duo molares ampliſſimi ſunt, horum corona 5. lineas longa, et 4. lata eſt, firma, confringendis durioribus conchyliis aptiſſima.	10
Summa dentium	16

Maxilla inferior dentes inciſores obtinet quatuor - - 4
Caninos 2. prioribus ſimiles, breuiores tantum tertia parte 2
molares in quouis latere 5. coniunctim - - 10
vltimi autem molares vltra frenum intra fauces reconditi ſunt - - - - 16

Summa dentium in vniuerſum 32 in quibusdam 34.

Lingua ab oſſis hyoidis inſertione, id eſt a baſi ad apicem $3\frac{1}{2}$ vnciam longa, $\frac{1}{2}$ vnciam lata, vitulinae inſtar villoſa et in ipſo apice ſecundum lineam medianam tantillum bifida, ſubtus frenulo 1. vnciam ab apice mento alligata, praeter ductum ſaliuarem Vateri, foramen linguae vtrimque terminantem, alium in ipſa linea mediana $\frac{1}{4}$ vnciae ab oſſe hyoide in os ſcaturientem inueni.

Palatum intus valida membrana inſtratum ac duplici ſerie arcuum, ſegmenta circuli referentium rugoſum, per quos mediana linea diſcurrit, eosque dirimit.

Collum peripheria non vt in phoca caput excedit, ſed anguſtius eſt ac manifeſte vt in lutra diſtinctum, ita et reliqua corporis forma ne hilum a terreſtribus animalibus deficit, in medio abdomine circa vaginae penis orificium craſſius, corpus ſeu truncus vt in lutris ſolet productior; potiſſima differentia a reliquis omnibus tam terreſtribus quam marinis amphibiis a pedum forma proficiſcitur, ſitu poſteriores ſaltim pedes ano viciniores ſunt, quam in terreſtribus animalibus, in quo cum lutra et colymbis conuenit.

Pedes tam anteriores, quam poſteriores non ſub cute clauſa latitant, ſed vt in terreſtribus integre exſeruntur, et extrorſum apparent, hinc et promptiſſime incedit, ac celerri-

celerrime currit. Pedes anteriores poſterioribus breuiores ſunt, hinc et animal ſtans poſteriori parte altius eſt, dorſum in gibbum aſſurgit, pectus humilius eſt ac collum extenſum rigidum ſeruat. Pedes anteriores catorum pedibus ſimillimi ſuperne pilis ad vngues vsque teguntur. Planta pedis extima circumſcriptione ſemicircularis, ſubrotunda in 5. digitos ſub cute diuiſa, nulla omnino ob pilorum denſitatem diuiſura apparente, digiti duo medii reliquis longiores, internus externo tantillum breuior. Singuli digiti incuruis ſurrectis nigris, vnam lineam longis vnguiculis armantur, ſecundi et tertii vnguis retro flectitur ob hanc rationem, vt iisdem patellas, muſculos a ſaxis auellere ac pilos componere poſſint. Planta pedes ſubtus atra, ac tuberculis corii Hiſpanici inſtar aſpera, ac 4. transuerſis ſulcis inciſa, pro articulationum digitorum numero, his celeriter currunt, catorum more faciem et corpus ſtringunt, ſeſe inuicem veluti brachiis amabiliter amplexantur et contrectant, ac conchylia a ſaxis auerruncant. Differunt igitur pedes a lutrarum pedibus, quod digiti membrana quidem connectantur, verum piloſa craſſa, prout in catis et canibus, non expanſa, vt in lutra et auibus palmipedibus.

Pedes poſteriores tantum differunt ab anterioribus, omniumque animalium pedibus, vt huic animali peculiaris plane haec pedum forma ſit.

Pedes integre exſeruntur, quo a phocarum poſterioribus pedibus differunt, nihilo tamen minus digiti ipſi tarſus et metatarſus phocarum poſterioribus pedibus ſimillimi ſunt, vt ita deſcriptione nulla opus ſit: tarſus, metatarſus et digiti quintuplo longiores et latiores ſunt, quam in anterioribus pedibus; digiti 5. membrana piloſa intercedente, vt

palmipedum digiti diſtinguuntur. Singuli digiti vnguibus nigris aduncis, breuibus praefiniuntur 2. lineas longis: quatuor extimi digiti ſinguli 4. articulationibus conſtant, intimus tribus. Extimus digitus praeterea ad latera lata cute augetur, vt in auibus palmipedibus: digitus externus reliquis tantillum longior, ſubſequentes gradatim breuiores: tarſus, metatarſus et digiti tam prone, quam ſupine pilis tecti, exceptis digitorum apicibus, qui calui nigri aſperi ſunt, vt planta pedum anteriorum. Quamuis hi pedes pennati, pinnarum vices ſubeant, plurimumque natanti animali operam praeſtent, nihilo tamen minus in continente aliter ac in phoca pedum officio ſtrenue funguntur, quod vero curſum quodammodo remoratur, longitudini potius pedum poſteriorum, et quod ano viciniores ſint, tribuendum.

Penis in maſculo oſſeus, in vagina ſub cute reconditus tertiam corporis vbi exſeritur inchoat vt in lutra.

In foemella autem pudendum ſatis amplum infra anum ſtatim ſitum; anus autem perinaeo piloſo ad vnum pollicem a pudendo ſeparatus. Teſticuli foris non multum prominent, nec peculiari loculo includuntur, ſed immediate cute inuoluuntur.

Cauda forma quidem lutrinam exactiſſime refert, ſuperne et inferne fere plana, lata, latera triplo anguſtiora habet, ac a radice ſenſim in acumen deſinit, breuior tamen multum eſt, quam in lutra aquarum dulcium. In lutra aquarum dulcium cauda dimidiam totius trunci longitudinem obtinet, in marina 4^{tam} ſolummodo partem. In lutra fluuiatili poſteriores pedes breues, eorumque menſura ſexies in trunco continetur, in marina autem 4. ſaltim vicibus; propterea et cauda breuior multum videtur

in

in lutra marina, quam reuera eſt, quod pedes poſteriores multum longiores.

Cute tegitur craſſa, pilis denſe poſitis molliſſimis hirta, qui pretium huius animalis ſupra fidem augent. Differunt autem pili longitudine, aetatis, ſexus et partium ratione mirum in modum, in vniuerſum pilus duplex eſt. a.) Longior Ruſſis Os. Et lanugo breuis et mollior Puch dictus. Quae multos longos ac nigros pilos alunt, pretioſiſſimae habentur, longiſſimos autem pilos obtinent in dorſo, cauda et lateribus, caput et artus breuiores occupant. Quaedam lutrae in vniuerſum pellem obtinent nigram, plurimis caput pilis candidis ſericeis intermixtis pulcherrime varium eſt, pariter ac mentum et gula: Dantur et lutrae pilo candidiſſimo velut argenteo ornatae, an aetatis vel ſpeciei differentia, aut luſus naturae ſit, neſcio, mihi ob aſtutiam et magnitudinem ſenes valde tales videbantur, rariſſimeque occurrunt in Kurillicis inſulis, vnam ſaltim candidam captam ſcio ab eo tempore quo Kamtſchatka innotuit Ruſſis, in inſula Beringii vnam tantum vidi, ſed adeo aſtutam, timidam et cautam, vt omnes in venatione fraudes omnemque diligentiam noſtram eluderet. In multis pilorum color fuſcus, vt in lutris fluuiatilibus, nec illarum pelles magni aeſtimantur, aliae pilis longis in vniuerſum ferme carent et ſola lanugine gaudent, neque propterea in cenſum veniunt, vt vt autem nigerrimus pilus et lanugo ſit, radices tamen pilorum ſerici candorem ſuperant, pelliumque aſpectum iucundiorem efficiunt. Eloqui non poſſum pulchritudinem viui huius animalis, currens in continente holoſerico nigrior, et praeterſa nigredine reſplendere videtur, et ob id, quod cutis

laxi

laxe corpori inhaeret, moto animali ea vndequaque mouetur et commota nitet.

DESCRIPTIO PARTIVM INTERNARVM.

Cute detracta, quae lutrina craſſior, phocae cutem craſſitie aequat, apparebat panniculus carnoſus non tantum caput vt in homine, ſed totum corpus fere aequaliter cingens et cuti firmiſſime vt in cane adhaerens, muſculis vero valde laxe.

Muſculi pyramidales, qui in phoca deſunt, leone et vrſo marino, hic manifeſte cernuntur. Omentum duplex membrana, vt in aliis animalibus valde tenuis.

Ventriculus figura externa et interna multis plicis rugoſus, inſtar retis, nihil omnino a phocae ventriculo differt, veluti duplicatus eſt, glandulam continet, vt phocae ventriculus, pancreati ſimilem, in catulis coagulo lactis ſemper refertum inueni, in adultis autem ſemper vacuum reperi, ſuccò ſaltim copioſo gaſtrico refertum, e quo concluſi animalia haec ſolummodo ad capiendum ſomnum exire in ſiccum et concoctionem cito perficere, vix enim a paſtu in continentem egreſſos occidi, nunquam autem quidpiam offendi, licet inteſtina refertiſſima erant.

Pancreas vnico tractu magno ſub ventriculo verſus lienem elongatur, vt in phoca, ſed non vnum continuum efficit, verum in lobulos variae magnitudinis diſcriminatur, qui omnes vna continua membrana includuntur, colore album eſt et ductum Virſungianum continet.

Lienis figura et color ordinarius. Vaſa ſplenica eadem prorſus facie, vt in phoca, in ſuperficie concaua, vt in homine ſecundum longitudinem excurrunt.

Epar

Epar praemagnum, in 5. 6. lobos diuiſum, colore vitulino ſimile, in ea parte, vbi diaphragmati firmo ligamento alligatur, vena caua peramplum ſaccum veluti ſtagnum efficit, ſanguine repletum, eadem prorſus facie ac in phoca.

Veſicula fellea debitum locum occupat, oblonga eſt multaque bile referta.

Renes duplo longiores quam lati, ex 106. renunculis pentagonis adeoque pluribus, quam in phoca, conſtantur, duplici membrana obuoluuntur, harum interior interna parte reticulata ſingulos renunculos a ſe inuicem diſcriminat, renunculorum interſtitiis accreta cernitur, aliter ac vnquam obſeruaui in aliorum animalium renibus. Quilibet renunculus peculiarem papillam, arteriam et vreterem habet, pelui deſtituuntur renes; vreteres autem in 6. ramos maiores, et tandem duos vreteres generales colliguntur. Vena caua iisdem plane maeandris eademque facie, vt in phoca, ad renes pergit.

Renes ſuccenturiati nihil a communi lege aberrabant.

Veſica vrinaria forma, magnitudine, connexione, nihil a phocae veſica differt.

Penis in mare in vagina ſua ſub cute reconditus 31. pollices ab extremo roſtro exſeritur, vna cum corporibus ſpongioſis oſſeo fulcro penis ſubiectis $8\frac{6}{10}$ pollices longus, oſſeum fulcrum $6\frac{3}{10}$ pollicis longum, anterius rotundum, glabrum et veluti capitello munitum, poſterius pariter capitatum, incuruum, fulcrum concaua incurua parte ſulcatum: in hoc ſulco vrethra tendinea iacet et capitello ligamento ſeu frenulo adnatum ac capitellum oſſeum ambit, corpora ſpongioſa glanduloſa potius, quam ſpongioſa dici merentur.

 Vulua

Vulua eſt ampliſſima 1. pollicem infra anum. Magnitudine et forma a phocarum vulua nihil omnino diſtat, pariter ac vterus, ac eius cornua, vt et vaſa ſpermatica in mare: morem habui, vt toties phocam, quarum maxima copia in inſula Beringii habebatur, occiderem et iuxta me haberem, quoties aliud animal deſcriberem, partim vt in quibus animalia marina conuenirent exactius viderem, partim vt cum animal hoc notiſſimum a Clar. Rajo, Schelhammero, Segero, Kulmo, Hartmanno et Doct. Duvernoi exactiſſime deſcriptum ſcirem, ne in deſcribendo nimis prolixus fierem aliaque obſcurius deſcriberem, quae comparatione ſola iam euidentiſſima ſunt, partim vt differentias facilius et verius indicarem. imo venia me dignum puto, ſi multa a doctis hucdum impetrabuntur, ſolus ſub dio in terra ſedens, frigore, pluuia, niue, animalibus impeditus, inſtrumentis deſtitutus, deſperans, an vnquam labores mei vſui cuidam futuri, indignatus non ſemel animum nimis diſtractum, nec vires in hoc tramite exhauriendae materiae ſufficere, quam ſerio vellem et pulcherrimam occaſionem haberem in tanta ſubiectorum copia.

Vbera duo, inter pudendum et vmbilicum medio loco ſita, oblonga, 8. pollices longa, horum quodvis vna papilla prominet, totam ferme abdominis ſuperficiem dicto loco occupant, horum ſubſtantia glanduloſa eſt, vbera diſciſſa vbique lac fundunt candidiſſimum, dulce, conſiſtens, cum forte fortuna aliquando pellem a lactante matre ſepararem et venam ſubclauiam inciderem, lac inde effluebat prorſus tale, quale e mammis, incidi poſtea de induſtria arteriam emulgentem, ac quod hariolabar, euenit,

euenit, ſimili ratione lac effluebat, ob id autem quod in via eram et circa veſperam pluuia me impediebat, abſtinere debui ab vlteriori inquiſitione: poſſunt autem curioſi in Ruſſia hanc viam lacteam vlterius in phocis indagare, ſimilem mammarum ſitum cum lutris habentibus, quapropter et indicare volui.

Inteſtina vbique ſibi aequalia ſunt, nec in craſſa ac tenuia diuiſa, ambitu autem longe maiora ſunt, quam in phoca, vrſo et leone marino, pollicem admodum libere admittunt, cancris, mytulis, patellis refertiſſima. Excrementa ſicciſſima ſunt, velut canina, ac congeries ſunt aridorum et dentibus confractorum conchyliorum, cancrorum, teſta veluti cocta ruſeſcit in inteſtinis: in inteſtinis deſunt rugae et valuulae conniuentes, deeſt pariter valuula coli, deſtituuntur coeco. Totus inteſtinorum tractus decem vicibus animali longior. Meſenterium pulcherrimo aſpectu omnis generis vaſa offert. Vaſa lactea in catulis tenerrima et creberrima ſunt, vt in phoca, adeſt glandula pancreas Aſelli dicta diſciſſaque lac fundit.

Diaphragma, trachea, pharynx, vt in phoca, pariter ac pulmo, flaccida caeruleſcens, inflata roſei coloris eſt. Cor conicum, humano ſimilius quam phocae, pinguedine omni caret, multos autem vaſorum coronalium ramulos offert. Auricula dextra ſiniſtra maior, ſed multum tenuior, interna cordis ſtructura a phocae corde nihil differt. Foramen ouale in hoc animali clauſum reperi, ductus arterioſi veſtigia nulla. Contigit autem vt Embryonem viuum e matre occiſa exſcinderem, eodem momento, quo mater ad enitendum partum in continentem ſe contulerat, ac in Embryone inueni ſequentia.

Glandula thymus praemagna candida erat, ſesqui pollices longa, et vnum lata, oualis, ſuperne conuexa, inferne plana et tantillum concaua, colore pancreati ſimilis, e multis glandulosis lobulis in alios denuo minores piſum aequantes ſubdiuiſos conflata, quos membrana tenuis coniunctim ambiebat, glandula hac inflata ſpuma alba e Laryngis annulis emanabat, ductum autem nullum inuenire potui, ex quo concluſi ſecernere hanc glandulam liquorem pro irriganda larynge.

Pulmo embryonis violacei obſcuri coloris erat, tabidus et collapſus, inflatus autem rubedinem albidam induebat, et cor ſimul mouebatur, hac occaſione incidi in canalem arterioſum 2. lineas a baſi cordis valde conſpicuum, patulum, et grumoſo ſanguine exiguo refertum, foramen ouale apertum quidem erat, ſed valuula quadam conniuente munitum.

Liquor pericardii in embryone plane aberat, qui in adultis occiſis ſemper inuenitur.

Inteſtina plurima ex parte vacua erant, et muco ſolum referta, e glandulis inteſtinalibus exſudante. In ventriculo inueni liquamen gelatinoſum, vitellum oui quodammodo referens.

Sulci renunculorum copioſa interſperſa pinguedine obliterabantur, quae in adultis euaneſcit. Excrementa recens natorum catulorum infantum meconio non abſimilia ſunt.

Glandulam thymi, quod me valde mirum habuit, in adultis hucdum inueni, ſolummodo minorem: in quadam foemella praegnante eandem glandulam in ſaccum quendam immutatam inueni, qui immiſſo flatu diſtendebatur.

Cerebri

Cerebri ſtructura eadem eſt ac in phoca.

Quod ad oſſa attinet, ſceleti deſcriptionem omitto, cum ſceleton parare et mittere cogito: in genere oſſa manati, leonis, vrſi marini, phocae et lutrae marinae intus omni medulla carent. Catulorum oſſa ſuccida ſunt praecipue capita et epiphyſes, oſſium, in quo terreſtribus animalibus praecipue diſcrepant. Oſſa phocarum et lutrarum foemellarum violaceo leui colore tinguntur, oſſa ſeu vertebtae colli et dorſi tam in leone, vrſo, phoca et lutra marina ſurſum in arcum eleuantur.

Addam hic obſeruationes quaſdam generales naturam animalium concernentes.

1.) Omnia animalia ſetas aut pilos craſſiores, rigidiores et breuiores alentia, aut cuticulam valde craſſam e tubulis concretis conſtantem, tam terreſtria, vt porcinum genus, echinus, meles, craſſum panniculum adipoſum immediate cuti ſubiectum, cuti firmiſſime, carni laxe adhaerentem habent, inter marina cum his conueniunt balaena, orca, leo, vrſus marinus, phoca, ob id quod frigus immoderatum in frigidioribus, aeque ac aeſtum in calidioribus regionibus melius perferre poſſint. Panniculum vero carnoſum ſolummodo in capite obtinent, vt homo. Huc referri debent tria non dum deſcripta animalia marina, phoca maxima Lachtak, Hippopotamus Morſch Ruſſis et Bieluga Ruſſorum.

2.) Omnia animalia tam terreſtria, quam marina pilum molliorem, denſiorem et longiorem alentia, panniculum carnoſum immediate cuti ſubiacentem habent, totum corpus aut pleramque eius partem obtegentem, et ob id, quod pilis aduerſus frigus tuentur, panniculum adipoſum

 tenuem

tenuem obtinent, ac pinguedinem per totum corpus inter muſculos diſſeminatam habent, his et cutis cum panniculo carnoſo vndique in corpore mouetur, vt canibus, hinc et alacri et agili motu omnia exſequuntur: inter marina et fluuiatilia animalia huc pertinent lutra marina et fluuiatilis, ac pleraque animalia terreſtria.

Inter piſces omnes cartilaginei et ſquamis carentes cum prioribus, ſquamoſi cum poſterioribus conueniunt, inter aues palmipedes cum prioribus conueniunt, praecipue circa eas partes, quas natando aquis immerſas habent, vnde et in illis color monochroos, in reliquis ſiccioribus regionibus dorſi, colli, capitis color varius; fiſſipedes autem cum poſterioribus conueniunt.

Quo frigidius clima, eo minus, comparate cum eiusdem ſpeciei animalibus, pinguedo conſiſtens, hinc balaenae maris orientalis ac phocae conſiſtentiorem pinguedinem habent, quam quae circa Grönlandiam capiuntur.

Ex his liquet falſum eſſe quorundam Anatomicorum aſſertum, quaſi membrana muſculorum communis a panniculo carnoſo ortum haberet, eo quod in iis animalibus, vt lutra marina, panniculus carnoſus totum corpus obtegit, nec vero vllibi arctam connexionem cum muſculis habet, niſi in capite; animalia vero panniculum craſſum adipoſum habentia, licet panniculo carnoſo careant, membranam tamen muſculorum communem obtinent.

HISTORIA MORVM HVIVS ANIMALIS.

Animalia haec pulcherrima et ob pulchritudinem pretioſiſſima ſunt, ſi pellem conſideres pili molliſſimi 1. et $1\frac{1}{2}$ vnciam longi ſunt, denſiſſime poſiti; aterrimi, ſplen-

den-

dentes, lanugo pariter inter longiores pilos nigra, apices autem ſolummodo aut pili vltra dimidium nigri ſunt, fundi ſeu radices ſerici inſtar candicant, ac velut argentei ſunt: pretioſiſſimae pelles vix non in vniuerſum nigrae ſunt, aliae pilo argenteo candidiſſimo ſplendente in vniverſum donantur, verum rariſſimae occurrunt. Licet pili colorem tractu temporis mutent, multum tamen Zebellinis conſtantiores ſunt, nec vnquam Zebellinae pelles tam intenſo natiuo nigrore ſplendent ac lutrinae. Quod deſiderari poteſt, vnicum hoc eſt, quod cutis nimis craſſa et ponderoſa ſit, adeoque delicatis minus arrideat, pellis adultae lutrae vt plurimum $3\frac{1}{2}$ libr. pendet. Raro lutra omnimode nigra capitur, melioris notae lutrae capita incana argentea, viliores lutrae fuſca et incana capita et fuſcos pilos obtinent*, infimi ordinis ſunt, quae longiori pilo carent et ſola fuſca lanugine gaudent. Eſt autem res cum his animalibus ita comparata, quorumdam animalium pelles rufos et raros longiores pilos ſemper alunt, animalia illa ipſa ſtupida, pigra, triſtia, ſomnolenta ſunt, continuo in glacie et ſaxis ſopita iacent, lente incedunt, ac absque vlla induſtria et aſtutia capiuntur, quaſi ſcirent ea ob pellium ignobilitatem caedibus minus obnoxia eſſe, eadem autem caudas ſemper pulcherrimas nigro longo pilo veſtitas habent, e quo concluſi duplicia 1.) pelles pigrorum animalium ob id praecipue breuiori ſolummodo pilo donari, quod longiores aeſtate, in arena ſe volutantia attritu crebriori eradicent, hyeme autem dum madida in glacie iacent, pili longiores glaciei adhaereſcunt et abeundo relinquuntur, quod meis oculis vidi. 2.) Nigrorem pilorum ab aëre et ſolis radiis palleſcere et debiliorem fieri, ob id caudae, corpori iacenti

iacenti ſubiectae attritui et ſolis radiis minus obnoxiae, natiuum nigrorem et pilorum longitudinem vnice ſeruant. Quo alacriora, aſtutiora et celeriora animalia ſunt, eo pulchriori veſtiuntur pelle, et vice verſa, hinc raro nec niſi inſidiis capiuntur. Haec de ſecuritate ſua ita ſollicita ſunt, vt ſi ſola propter ſomnum capiendum in ſiccum exeant, admodum ſollicite circumſpiciant, et cum oculis parum in continente valeant, naribus verſus omnes plagas directis, antequam ſomno indulgeant, an non homines in vicinia ſint, percontantur, imo quamuis nihil periculi ſenſerint, tamen non longinque a mari recedunt crebro perterrita expergefiunt, circumſpiciunt, parum nec profunde dormiunt. Quod ſi vero integri greges in continente vna dormiunt, pulchriores ſemper anteſignani excubias agunt, ac imminente periculo reliquos ſuſcitant.

Foemellarum pelles a marium pellibus primo ſtatim intuitu dignoſci poſſunt, ob id, quod minores, pulchriores et graciliores pilos in dorſo, et longiores in ventre alant, harum caro tenerior ſapidior ac ob interſperſam pinguedinem gratior eſt, contra morem quadrupedum et auium, in quorum claſſe mares pulchrioribus et colore inſignioribus pilis et plumis veſtiuntur.

Pilos quidem mutant, vt terreſtria animalia et aues, hac tamen duplici differentia, pilos quidam amittunt menſe Iulio et Auguſto, ſed parce admodum, reliqui colorem quodammodo mutant et fuſcidiores euadunt, dicuntur propterea a Ruſſis et mercatoribus Letnie Bobry, minorique pretio veneunt: nobiliſſimae pelles ſunt, quae Martio, Aprili, Maio occiſis detrahuntur.

Adulti

Adulti mares Bobry vocantur, foemellae Matka, annui humilem mollem pilum nacti Koſchloki, catuli dicuntur Medwiedki, vrſi minuti, ob id quod longos admodum, fuſcos, tenues pilos habeant inſtar vrſorum, a quorum catulorum pellibus vix diſtinguuntur, pilos autem amittunt poſt 5. menſes et tunc Koſchloki audiunt, medii quaſi inter catulum et annuum ſola lanugine veſtiuntur.

Ante quindecim annos et quod excurrit nobiliſſimae pelles in terris Kamtſchaticis a gentilibus cum cultro vel ignitabulo permutabantur, et a Ruſſis mercatoribus 5, 6, mediae bonitatis 4 rubelorum pretio vendebantur, Iacutiae 8, 10 rubellis venales erant, ab eo autem tempore quo Sinenſes hanc mercem aeſtimare et valde appetere coeperunt, modo in terris Kamtſchaticis nobiliſſimae adultorum pelles 25 et 30 rubelis, mediae 17, annui Koſchloki dicti 8 rubelis, catuli Medwiedki vno rubelo veneunt, caudae imprimis permagni aeſtimantur ac pro 1½ imo 2 rubelis emuntur, et ad mitras et chirothecas appetuntur.

Pauciſſimae in Ruſſiam exportantur, vix non pleraeque Sinenſibus aduehuntur, qui optimas 70, 80 rubelorum pretio emunt. 1735 et 1736 20 volumina Kitaika lubentiſſime pro vna pelle dabant, Ruſſi vero Ircutiam reuerſi 100 rubelos rurſus accipiebant.

Sinenſibus autem hae pelles ponderoſiores, Zibellinarum muſtelarum et vulpium pellibus eo cariores et aptiores ſunt, quod veſtimentorum ſericeorum nimis leuium

pondus augent, ac praeter pulchritudinem id efficiunt, vt corpus arctius cingant et vento magis reſiſtant, propterea fimbrias ex iis parant palmi latitudine, ac veſtimenta quaquauerſum iis cingunt, quod et Kalmuccis et Sibiricis gentibus vt et Ruſſis vtriusque ſexus in more poſitum eſt. In terris Kamtſchaticis maior ornatus non cenſetur, quam veſtis inſtar ſacci conſuta, Parka dicta, e pellibus candidis vitulorum ceruorum rangiferorum Püſchiki dictis, quos fimbria e pelle lutrina ambit: chirothecae et mitrae e lutrina pelle paratae. Praeter pondus autem hae pelles hoc incommodi habent, vt parum caloris corpori concilient, humidae euadant licet ab denſitatem egregie aduerſus ventorum importunitatem defendant. Ante paucos annos gentiles lincdum veſtes ex illis conficiebant, vt olim e vulpium et Zobelarum pellibus, exoleuit autem iam mos ex quo pretium earum adeo impenſe auctum, nec propterea multum triſtantur, cum canina pellicia ſemper pulchriora, calidiora et diuturniora a gentilibus iudicata fuerunt.

Catulorum pelles hoc praecipuum habent, vt corpus minus quam vulpinae caleſaciant.

Capiuntur haec animalia in terris Kamtſchaticis ſolummodo qua Oceanus a gradu 56 ad 50 eam alluit, in Penſchinico mari nunquam cernuntur, neque vltra tertiam inſulam Kurillicam amplius obſeruantur, hinc et ab horum animalium venatione Oceanus a Lapatka fere vsque ad promontorium Kronotski nomen obtinuit Bobrowoie more. A multo iam tempore tam a gentilibus, quam Ruſſis creditum et iudicatum fuit, animal hoc non eſſe Aſiaticum, ſed hoſpitem ſaltem et aduenam ab aliis terris in

eo

eo loco Kamtſchaticis valde vicinis, vbi capi quotannis ſoleant: orientali vento hyeme per biduum ſpirante in glacie iacentia vna cum glacie aduehuntur et capiuntur, quae vero mortem hyeme effugiunt, aeſtate circa praerupta et ſaxoſa litora Kamtſchatica et inſulas Kurillicas verſantur, pariunt, ibidemque manent, ob id quod natando parum valent, nec ob foramen ouale cordis clauſum mare tranantes victum in profundo quaerere, vel inediam per triduum aut quatriduum tolerare poſſunt; Hinc et venatio illarum talis eſt, vt ſi hyems gelida, glacies multa ac ſaepius aduehatur, lutrarum non tantum copia hyeme, ſed et a reſiduis aeſtate habeatur, et vice verſa ab anno 1740 ad 1743 frigora hic locorum nulla fuerunt, nullaque glacies generari circa litora et huc aduehi potuit, propterea et lutrae paucae et venatio admodum parca fuit.

Loca propter venationem lutrarum celebria ſunt ab oſtio Kamtſchatka vsque ad Tschaſchma ante 20 annos magis quam vllibi alibi, iam vero raro et admodum parce, frequentiores iam circa promontorium Kronozki, qui locus poſt oſtium Kamtſchatkae fluuii celebris euaſit, et ibi iam meſſis parcior euaſit. Circa Oſtrownaia, ſinum maris Awatſchienſem, promontorium Lapatka, et tres priores Kurillicas inſulas multum iam frequentiores capiuntur quam antea: Penſchinicum mare non intrant, quamvis ibidem Gammari et reliqua conchylia ſi non maiori eodem tamen numero habentur, quam in Kamtſchatico litore, quare vero vltra tres inſulas anteriores Kurillicas non progrediantur, cum ab vna ad alteram facile vsque ad Iaponiam peruenire poſſint, triplicem agnoſcit rationem.

 1.) Leo-

1.) Leones et vrſi marini deſertas inſulas maximo numero inhabitantes, ob id quod lutras deuorant et quouis modo laedunt, has fugant et ab iis valde timentur. 2.) Glacies nunquam eo, adeoque nec lutrae aduehuntur. 3.) Diſtantia inter Americam et Kurillicas poſteriores inſulas adeo magna eſt, ac inſulis intermediis caret, adeoque eo animalia haec natatu peruenire nequeunt; ad hoc accedit, quod animalia haec a natura non vagabunda ſint, ſed ſi commoda loca inuenerint iis veluti affixa, ita et priorum inſularum incolae adeo harum venationi intenti ſunt, vt raro aeſtate euadant, quae hyeme effugerunt.

Venantur lutras omni tempore, ſed ratione temporis diuerſiſſimis modis. Hyeme et praecipue menſe Februario, Martio et Aprili copioſiſſime capiuntur, ſed ſtupendo labore, incredibili audacia, multorumque ſaepius hominum interitu: dictis menſibus flante vento Orientali intra biduum vel triduum glacies a continente Americae huc maxima copia aduehitur, vel citius glacies huc peruenit, ſi autumno inde ablata intra inſulas in canali detenta ſubſtitit; Dum ventus flat, venatores gentiles vbiuis circa litus et inſulas in ſtramineis tuguriolis excubias agunt, glacies tanta copia aduehitur, vt maris ſuperficiem a litore ad aliquot milliaria occupet, circa inſulas Kurillicas promontorium Lapatka ſaepe cum priori inſula coniungit, dum gentiles claua lignea, cultro armati, ſoleis ligneis lapki dictis induti, vel ſoli, vel cum cane ad venationem inſtructi, a litore in glaciem abeunt, quas offendunt lutras clauis occidunt ac promptiſſime intra aliquot momenta excoriant, continue pedes mouendo ne mergantur, carnes relin-

relinquunt, ſi nimis longe a litore receſſerint: canes interea alias inquirunt, cane viſo et ſubſiſtente lutra pariter timore coacta ſubſiſtit ſeque occultare occupatur, donec venator veſtigia canis ſequens feram aſſequitur et ferit, adeo intenti ſunt huic venationi, vt ſaepe eo vsque in glacie pergant, vt continens extra conſpectum ſit. Si glacies cum turbine, procella et multa niue, vt plerumque ſolet, aduehitur, venatio hucdum largior, ſed et periculoſior, dum enim venatores nec antrorſum, nec quae ante pedes foramina in glacie ſint, videre poſſunt, canem, aut coecam ſolummodo fortunam ſequuntur: non ſine ſtupore audaciſſima haec venatio e continente aſpici poteſt, glacies vna cum vndis mox attolitur, modo deprimitur, venatores mox in monte, qui breui conuallis aut fouea fuit, ambulant, mox in altum tolluntur, mox oculis ſubducuntur ac merguntur. Fit autem ſaepe hac ratione venatio facillima et largiſſima, dum glacies in litore diu ſubſiſtit: lutrae durante turbine neſciae an in glacie vel continente degant, 5, 10, ad 15 ſtadia in continentem exeunt, arborum et fruticum ſtrepitu ſeductae, putantes ſe verſus mare properare et maris ſtrepitum audire, hac ratione vnus ſaepe 30. 40 et plures occidit, ac pelle vna cum carne potitur. Dum gentiles in glacie venantur ventorum potiſſimum circumſpecte rationem habent, ne vento aduerſo in mare auehantur, quod ſaepe accidit, nec raro cum glacie per 3, 4, 5, 6 dies in mari oberrant, fauente fortuna et vento denuo aduehuntur et ſalui in litus exeunt: vento ex alia plaga ſpirante glacies auehitur, ſi iuxta litus, venatores continue glaciem proſequuntur, dum enim glacies per diem aut noctem a litore auehitur, tot denuo

lutrae in illam ſe conferunt, vt venationes poſteriores ſaepe multum prioribus ditiores euadant: ſoleas ligneas propterea induunt, ne mergantur, et quo glacies, ſaepe nimis tenuis, corporis molem ſuſtineat. Solea quaeuis 5 ad 6 pedes longa, 8 pollices lata, ac pedibus ope lori alligatur. Dum haec venatio in glacie contingit, vbiuis laeti nuncii habentur, priwal ſeu glacies aduectu, circa Kurillicas inſulas, vel circa Lapatka, Kronozky et Awatſcha. Aduehuntur autem in glacie vna cum lutris phocae et leones marini.

Venatio autem pro tempeſtatis hyemalis ratione ita comparata eſt, quo frigidior et ventis impetuoſior hyems, eo maior venatio, quo mitior eo pauperior. Licet annis 1740, 741, 742 multa glacies multaeque lutrae aduectae fuerunt, ob id tamen venatio parciſſima, quod glacies nimis tenuis nec venatores ſuſtineret.

Aeſtate lutrae capiuntur quatuor modis. 1.) Dormientes in mari ac ſupinae in dorſo iacentes e cymbis haſta abſceſſili confodiuntur. 2) Vel vigiles duabus cymbis in mari agitantur donec delaſſatae confodiantur, quippe vltra 2 minuta ſub aquis absque reſpiratione viuere nequeunt, agitati mediocriter natant, et ſimul ita anheloſi fiunt, vt vlterius fugere nequeant, ſed ſubſiſtere cogantur. 3.) Aeſtu maris imminuto ſaxa e mari extantia petunt, ibique ſomnum capiunt, ac a venatoribus clauis ligneis occiduntur. In terris Kamtſchaticis ante Ruſſorum aduentum in ſiccum exibant eadem ratione, ac in terris Kurilicis propter capiendum ſomnum, ex quo autem propter ſolam pellem et auaritiam venantur, nunquam, aut rariſſime,

me, aut inſciae, quod in continente ſint, capiuntur. 4.) Capiuntur retibus, retia autem ſuper aquas expanduntur, et alligatis ſaxis firmantur in locis minus profundis, vbi fuci magna copia naſci ſolent, hae dum conchylia et gammaros inter fucos deliteſcentes praedantur, retibus implicantur, vel a venatore in cymba ſuper veniente occiduntur. Solent interdum formas ligneas exſculpere lutram quodammodo referentes, ac carbonibus denigrare, retibus imponere, lutrae hanc formam videntes adnatant varios mirosque luſus cum illis exercent, ac hoc dolo capiuntur. Quando in reti capiuntur adeo anxiae ſunt, vt anteriores pedes ſibi deſperabundae praemordeant, quod ſi vero maſculus cum foemella vna capiuntur, vehementer ambo ſibi pellem dilacerant dentibus, oculos eruunt.

A nobis vero in inſula Beringii haſtis, retibus et clauis ſomno ſopitae, vel luſibus veneris intentae occidebantur.

In tanta copia ibidem habebantur, vt ab initio iis occidendis manus non ſufficerent, integris gregibus litus tegebant, et ob id quod vagabunda animalia non ſunt, verum hic nata et educata, tantum abeſt, vt hominem timuerint, vt ad ignem accurrerent, nec loco mouerentur, donec poſt multam editam ſtragem noſcere nos et fugere didicerunt, nihilo tamen minus vltra octingenta a nobis occiſa fuerunt, et niſi nauigioli extructi anguſtia prohibuiſſet, triplo plura immolata fuiſſent.

Quan-

Quantum ad pulchritudinem animalis et praecipue pellis, forte haec lutra ſola incomparabilis et ſine pari nec ſine ſtupore pilorum pulchritudine et mollitie veluti princeps omnes Oceani vaſti incolas vincit. Quod ad mores tam in Oceano, quam in continente viuere amat, praecipue autem ob dulce otium incultas Oceani inſulas ingentibus gregibus incolunt, propter cibum capiendum, aeſtu maris imminuto, loca vadoſa, ſaxoſa et fucis herboſa petunt, gammaros, muſculos, mytulos, cochleas, patellas, polypos, ſepias colligunt et deuorant. Fucis marinis non niſi inedia coactae paſcuntur, comedunt piſces, aphyas acus et piſciculos Kamtſchatico idiomate Uiky dictos, a fluctibus vernali tempore incredibili copia in litus eliminatos, nec abſtinent a carnibus. Inueni lutram alterius lutrae excoriatae abiectae carnes comedentem, ita vt pamphagum animal cenſendum.

Hyeme partim ſuper glacie, partim in litore iacent, aeſtate fluuios ingrediuntur, imo ad lacus pergunt, ac dulcibus aquis vehementer delectantur, calidis diebus conualles et receſſus vmbroſos intra montes petunt, ibique more ſimiarum varios luſus exercent: hilaritate, luſibus, pedum celeritate omnia reliqua amphibia vincunt.

In continente iacent more canum, corpore contorto, antequam e mari egreſſi ſomnum capiunt, excutiunt more canum aquam omnem, dein anterioribus pedibus more catorum faciem demulcent, corpus ſtringunt, pilos ordinant, caput ab vno latere in alterum motitant, ſe intuentur ſibique mire placent. Vidi mares varios luſus

cum

cum genitalibus exercentes more ſimiarum, adeo intenti ſunt perpoliendo corpori, vt dum hoc agunt, ſecure occidi poſſunt.

Curſu vix celer curſor aſſequi poteſt, fallaciter admodum et multis ambagibus currit, vbi vero viam ad mare interceptam videt, viribus exhauſta et anheloſa ſubſiſtere tenetur, catorum more dorſum in arcum eleuat, ac inimicum ſaltu inuadere minatur, ſtridet inſtar cati ferocis, nos vero animoſitatis ſuae ventoſae conſcios non deterruit, vnico forti ictu dum caput petitur confeſtim exanimis in terram concidit, anteriorum pedum plantis oculos cooperit, etiamſi vicies dorſum verberaur, ictus ſtrenue perfert, quod ſi vero cauda inter currendum extenſa verberatur, confeſtim conuerſo corpore frontem percuſſori ſuo admodum ridicule offert, ſaepius contigit vt vno ictu caderent, ac ſe mortuos ſimularent, quam primum vero nos cum aliis occupatos videbant, repente affugiebant, ex quo nobis apparebat doloſum valde animal eſſe, de induſtria ſaepe in anguſtias redegimus absque intentione nocendi, deinde paratas tenebamus clauas, iacebant illae blandientes et vndique circumſpicientes, lente admodum et humiliter canum more per nos tranſibant, quam primum vero ſeſe periculo liberatas videbant, ingentibus ſaltibus ad mare properabant.

Stantes collum extenſum ſeruant ad corpus, ac poſteriori parte alteriores ſtant ob pedum longitudinem.

Natant modo in ventre, modo in vno latere, modo in dorſo ſupinae, imo ſtantes ad perpendiculum natant,

vna ludunt et veluti homines anterioribus pedibus ſeſe mutuo amplexantur, oſculantur, ſi clauam effugerunt, quaſi venatori illudentes valde ridicule geſticulantur, vno pede ſupra caput elato hominem continue intuentur, quaſi radii ſolis illis moleſti eſſent, in dorſo iacentes pudenda ſcalpunt, continue intuendo hominem, aquam ſubeunt vrinando eadem ratione, ac vrſi marini et balenae.

Concubitum celebrant omni tempore adeoque et per totum annum matres cum catulis occupatae cernuntur: num bis, num vna ſaltim vice pariant, decernere non audeo, vidi et aliquoties matres cum duobus catulis occidi, quorum vnus annuus, alter 3, 4 menſium erat, hoc certum eſt vno catulo plures nunquam vel rariſſime ſaltim parere, primo anno poſt partum non congrediuntur, ſed ſecundo demum foetum per 8 et 9. menſes in vtero geſtant, hinc et perfecte abſolutos edunt catulos, oculis apertis et dentibus omnibus praeditos, 4 canini ſolito tantum minores ſunt, eadem ratione ac in vrſis, phocis et leonibus marinis vidi; catulos vix non per integrum annum vberibus lactant, amorem coniugalem conſtantiſſime ſeruant, nec mas plures vna foemella amplexatur, tam in mari, quam in continente vna ſemper degunt, catuli annui Koſchloki, antequam peculiarem familiam non inſtituerunt, ſemper cum parentibus vna degunt, ita et raro foemellae absque catulis bi-trimeſtribus Medwiedki dictis cernuntur. Foemellae ſemper in continente pariunt, catulos tam in mari, quam in continente ore ſemper geſtant, dormientes in mari illos intra pedes anteriores eadem ratione ſeruant ac matres infantulos, proiici-

proiiciunt eos ſaepe in aquam, vt natatui aſſueſcant, laſſos denuo recipiunt, ac more humano oſculantur, in altum catulos proiiciunt, proiectos anterioribus pedibus veluti pilam recipiunt, imo omnes luſus exercent, quos mater prolis amantiſſima iucundos et tenerrimos exercere poteſt: in continente dormiente matre catuli mammis vel lacertis maternis adhaerentes vigiles cuſtodias agunt, prolem amore vix credibili complectuntur; vtcunque percuſſores vrgent, tam in mari, quam in continente, nunquam tamen catulos ore arreptos relinquunt, niſi extrema neceſſitate et ipſa morte coactae, ac propterea ſaepius cum ſaluae euaſiſſent, occiduntur, de induſtria aliquoties foemellis ademi catulos, illis vero ipſis peperci, hae vero inſtar hominis afflicti plangebant, me viuos duos catulos portantem veluti canes e longinquo ſequebantur, catulos voce ſingulari vagitui infantum ſimili aduocabant, cum catuli audita voce materna pariter vagirent, ſubſedi in niue, accurrebant tam prope et paratae ſtabant catulos e manibus in niue ſepoſitos afferre. Elapſis 8 diebus redii ad eundem locum, maximo moerore affectam vnam foemellam eodem, quo catulos rapui loco, iacentem inueni ac absque vllo fugae edito ſigno occidi, pelle detracta ita intra octiduum emaciata erat, vt oſſa ſolummodo cum pauca carne ſupereſſent, quod deinceps aliquoties contigit. Accidit alio tempore, vt vna cum d. Plenisnero matrem cum filio annuo dormientem e longinquo viderem: mater nobis viſis accurrebat ad filium, ſuſcitabat et monebat vt fugeret, cum vero ille dormire nec fugere vellet, inuitum anterioribus pedibus arreptum, veluti iners ſaxum ad mare voluebat. Coëunt vt homines.

Oculis in continente parum valent, naribus vero admodum ſagaces ſunt, hinc et aduerſo ſemper vento venari debent, auribus pariter argute audiunt. Clamor lutrarum vagitui infantum prorſus ſimilis eſt, absque dubio per multos annos viuunt, rixas nunquam inter ſe alunt, ſed amice admodum inuicem viuunt. Leones et vrſos marinos valde pertimeſcunt, nec phocarum conſortium amant, hinc et loca his animalibus frequentata ab iis ſedulo vitantur.

Caro lutrarum adultarum multum tenerior et ſapidior phocarum carne, praeſtat foemellarum caro, tenerior et pinguior, pinguedo autem inter membranulas continetur, hinc duriuſcula, conſiſtens, matres praegnantes, quo propiores partui, eo pinguiores: in quo multum a terreſtribus animalibus differunt: catulorum caro delicatiſſima eſt, nec a lactantis agnelli carne facile dignoſcenda, ſiue aſſata ſiue elixata, iuſculum pariter ab elixatione ſapidiſſimum euadit. Lutrarum caro potior cibus noſter in inſula Beringii erat, imo medicamentum vniuerſale, huius commeſtione a ſcorbuto liberati, nec nauſea quemquam corripuit, licet ſine pane quotidie interdum ſemicrudam comederemus. Epar, cor, renes ſapore nihil omnino a vitulinis differunt. Gentiles in Kamtſchatka et Kurillicis inſulis aquilarum carni primas dant, alterum locum lutrinae aſſignant; Epar et renes cruda comedunt ac ſapidiſſima iactant: penis fulcri oſſei raſura tam gentiles, quam Ruſſi vtuntur in febre tertiana, tanquam medicamento idoneo.

Pelles,

Pelles, antequam vſui cedunt ſequentes experiuntur labores. 1.) A pelle detracta panniculus muſculoſus ſeorſim cultro ſeparatur, hunc laborem Ruſſi Slauonico vocabulo Bolon ſniat exprimunt. 2.) Pellis vt vt poteſt maxime diſtenditur, etenim praeter hoc, quod magnitudo pretium auget, parata inde pellicia leuiora euadunt, minus autem quod ad pilos ſpecioſa. 3.) Oſſibus ex larorum alis pilos coordinant, et nudi per aliquot ſeptimanas ſuper illis dormiunt, quo lucidiores, pulchriores et mundiores euadant, hunc laborem Ruſſi vocant Wyſpat Bobr. 4.) Caſacci dum a gentilibus nanciſcuntur pelles, ſuper niue eas faepius baculis verberant, ſi pilus fuſcus aut alterius quam nigri coloris, colorem inducunt ex alumine et baccis Empetri ad conſiſtentiam coctis cum pinguedine piſcium, a quo ſplendorem et nigrorem nanciſcuntur, cognoſcitur autem fraus, dum pilus euellitur ſolitarius, ac triplex color apparet inductus niger in ſummitate et medietate pili natiuus abhinc, et denique fundus pili.

Dum lutrarum pelles praeparantur ad vſum, gentiles ſequentia adhuc ſuſcipiunt. Inungunt auerſam partem pellis cum ouis piſcium exſiccatis et in farinam contuſis, vt Rutheni cum attenuato fermento panis, dein pellem conuolutam per aliquot dies reponunt, poſtea conchyliis et ſilicibus ſcalpunt, denique pumice laeuigant, ligneo vnco tam diu auerſam partem terunt pariter ac manibus, donec a maſſa fermentata ouorum molleſcat et omnis pinguedo mollis et flexilis euadat. Reliquae lutrarum pelles omnes, quae mercatoribus venduntur, rudes absque vlla praeparatione exportantur, ob id quod obſeruatum fuit, has rudes colorem natiuum conſtantiorem ſeruare.

Tantum de lutra marina commentari volui, quantum partim oculatus teſtis ipſe vidi, partim a gentilibus harum venationi intentis comperi.

Tab. XVI. Icones duas fieri curaui, quarum vna (fig. 1.) lutram in continente incedentem, altera (fig. 2.) eandem cum catulo natantem ſiſtit.

ASTRO-

ASTRONOMICA.

OBSER-

OBSERVATIO
ECLIPSIS LVNAE PARTIALIS
d. 8. Auguſt. ſt. n. an 1748. *Lipſiae habita*

a

G. Heinſio.

1. Paucis ante Eclipſin horis tempeſtatem variabilem excipiebat coeli ſerenitas, quae optimam non ſolum eclipſis obſeruationem, verum etiam diebus ſequentibus exoptatam temporis duorum horologiorum oſcillatoriorum correctionem, ope altitudinum Solis reſpondentium quadrante conſueto captarum, conceſſit. Obſeruationem duplici modo peregi, tum annotando appulſus vmbrae ad praecipuas Lunae maculas, tum definiendo phaſium conditiones ope machinae parallacticae, cuius deſcriptionem in obſeruatione eclipſis Solaris d. 25. Iulii eiusdem anni exhibui. Tab. XVII.

2. Secundum methodum priorem ſequentia animaduertere licuit.

Tempore vero

$10^h. 50'$	Penumbra valde diluta apparet circa regionem Schickardi, per tubum Gregorianum.
55.	Penumbra manifeſta per Tub. aſtron. 5. ped.
58 $40''$.	Initium fieri creditur per Tub. aſtron. 5. ped. Vmbra valde diluta cernitur. Initium notatum intra $30''$. certum iudico.
59.50.	Initium certe iam contigit, per Tubum Gregorianum.

 Omnes

Omnes ſequentes obſeruationes habitae ſunt ope Tubi Gregoriani ſub eo apparatu, quo obiecta ſecundum diametrum 52. vicibus iſte amplificat.

11.	2.	38.	Schickardus incipit immergi.
	3.	20.	Schickardus totus immerſus. Vmbra paulo diſtinctior apparet ac circa initium eclipſis.
11^b.	12′.	48″.	Per medium Capnani peripheria Vmbrae tranſit.
	16.	32.	Tycho incipit immergi.
	17.	44.	Vmbra per medium Tychonis.
	18.	48.	Tycho totus immerſus. Vmbra nunc bene terminatur, quae conditio in omnibus obſeruationibus ſequentibus, excepto fine, locum habuit.
	20.	3.	Grimaldus incipit occultari.
	24.	8.	Vmbra tangit Bullialdum.
	24.	48.	Vmbra per medium Grimaldi.
	25.	18.	Medium Bullialdi tegitur.
	30.	38.	Totus Grimaldus ad extremum ſinum acuminatum occultatur. Vmbra lente admodum per Grimaldum tranſiit; quapropter obſeruationes circa Grimaldum peractae non ſatis certae debent cenſeri.
	56.	43.	Medium Fracaſtorii tegitur.
	58.	8.	Totus Fracaſtorius occultatur.
	58.	23.	Medium Grimaldi emergit.
12.	1.	49.	Totus Grimaldus extra vmbram ponitur.
	50.	59.	Tycho incipit emergere.
	51.	52.	Medium Tychonis.

52. 49. Tycho totus emergit.
Octo circiter minutis ante finem vmbra male terminari incipit.

13. 14. 49. Finis eclipſis dubius.
15. 29. Finis certior iudicatus; quod proinde momentum pro fine pono.
15. 50. Finis certe factus eſt.

3. Secundum methodum poſteriorem per tubum tripedalem machinae parallacticae, qui vmbram optime terminatam repreſentabat, modo conſueto appulſus limborum Lunae, precedentis et ſequentis, nec non cuſpidum phaſis cuiusque ad filum reticuli horarium notaui, interea dum limbus Lunae vel ſuperior vel inferior directionem fili diurni ſequebatur; appulſum autem peripheriae vmbrae ad filum horarium attendere conditio poſitionis eius reſpectu fili non permiſit. Hanc ob cauſam ad conſtructionem phaſium alia elementa in ſubſidium erant vocanda, quae ex ordine enumerabo.

4. Ex obſeruationibus copioſis deprehendi moram tranſitus diſci lunaris per filum horarium $= 2'. 24''\frac{1}{2}$ temporis ſolaris, quae ope diei lunaris in partes diurni conuerſa exhibet diametrum lunae in eiusmodi partibus $= 34'. 49''$. quibus pro declinatione Lunae viſa reſpondent $33'. 30''$. in partibus circuli maximi. Diameter haec referri debet ad altitudinem 23. graduum circiter, quam per totam eclipſin conſtantem aſſumam et *diametrum altitudinis* vocabo. Erit ergo diameter Lunae horizontalis $= 33'. 16''$. partium circuli maximi, et parallaxis horizontales reſpondens $= 60'. 59''$. poſita ratione inter horizontales diametrum et parallaxin $= 6 : 11$.

5. Si dicantur parallaxis horizontalis lunae $= P$, Solis $= p$ ($= 10''$), ſemidiameter Solis $= s$ ($= 15'. 51''$. ex Tabulis); erit ſemidiameter horizontalis vmbrae $= P + p - s + \frac{1}{80} P$. (adiicitur $\frac{1}{80}$ P ob augmentum vmbrae ex atmoſphaera Telluris). Igitur pro caſu praeſenti fiet ſemidiameter vmbrae horizontalis $= 60'. 59'' + 10'' - 15'. 51'' + 42'' = 46'. 0''$; in altitudine autem 23. graduum $= 46'. 19''$. quae ſcilicet in eadem ratione augetur, qua creſcit diameter altitudinis lunae. Vocabo hanc *ſemidiametrum vmbrae in altitudine*.

6. Ope huius, factis ob progreſſum vmbrae in diſco Lunae debitis correctionibus, nonnullas eclipſis phaſes conſtruere, earumque et centri vmbrae poſitiones reſpectu tum diurni viſi, tum circuli latitudinis Lunae definire licuit. Cum autem plerique appulſus cornu ſequentis phaſis nimis vicini eſſent appulſibus limbi Lunae ſequentis ad filum horarium, quae conditio exactam poſitionis centri vmbrae determinationem reſpuebat; in maiorem certitudinem non incongruum eſſe duxi, ex calculo *Cel. Euleri*, cum quo elementa ex obſeruatione eruta prope conſpirabant: in ſubſidium aſſumere horarium Lunae a Sole $= 35'. 27''$, et inclinationem orbitae Lunae ad eclipticam $= 5°. 34'$; quo facto ex obſeruatis appulſibus alterutrius cornu phaſis conſtructum ſchema ſequentes ſuppeditavit determinationes.

Ordo

Ordo obſerv.	Tempus verum obſeruationis, ſeu Momentum appulſus cornu phaſis praec. ad filum horarium	Interuallum temporis inter appulſus limbi ☽. praec. et cornu phaſis praec. ad filum horarum.	Diſtantia centri vmbrae a loco obſcurat. maximae in partibus temporis ope horarii ☽ a ☉ definita.		Tempus verum obſcurationis maximae inde deductum.	Quantitas obſcurationis.
1.	11^h. 33. 6″.	0′. 58″¾.	34′. 15″	add.	12^h. 7. 21″.	$3^{dig.}$ 40′.
2.	38. 12	0. 49	28. 10	add.	6. 22.	4. 7
3.	42. 42	0. 42½	23. 55	add.	6. 37.	4. 25
4.	12. 8. 40.	0 18.	2. 0	ſubtr.	6. 40.	5. 6½
5.	20. 39	0 13¾	13. 50.	ſubtr.	6. 49	4. 53
	appulſus cornu ſeqv.	inter appulſus limbi ☽. ſeqv. et cornu ſeqv.				
6.	42. 30.	0. 11	36. 10	ſubtr.	6. 20.	3. 30
7.	57. 21	0. 30.	50. 35	ſubtr.	6. 46.	2. 6
8.	13. 4. 34	0. 45¾	58. 0.	ſubtr.	12. 6. 34.	1. 13.

7. Schematis ſitu erecto delineati ſequentes ſunt conditiones. S D P refert diſcum Lunae immotum, L eius centrum, L P ſemidiametrum altitudinis, P limbnm praecedentem, S ſequentem, D L circulum declinationis, et F L *d* ad L D perpendicularis diurnum centri lunae verum, L *v* eſt diurnus centri Lunae viſus ex mutatione declinationis eius dato temporis interuallo facta deffinitus, exiſtente L *d* : *d v* = 1731 : 29, et *v d* ad L *d* perpendiculari, *s p* parallela ad L *v* tangit limbum Lunae ſuperiorem et filum diurnum reticuli in machina parallactica repreſentat, quod limbus Lunae ſuperior in tranſitu per tubum machinae ſtrinxit. P *p*, S *s*, perpendiculares ſunt ad *s p*, et limbum Lunae in P et S tangunt ita vt *s p* exponat moram tranſitus diſci lunaris per filum horarium (= 2′. 24″½. §. 2), et, verbi cauſa, *p r* interuallum temporis inter appulſus limbi Lunae praecedentis

P et cornu praecedentis R in data phaſi. L C refert circulum latitudinis lunae inclinatum ad circulum declinationis L D angulo C L D = 17°. 31½. = Complemento anguli eclipticae cum meridiano, qui loco Oppoſitionis ☉ et ☽ in ecliptica 16°. 37′. ♒ reſpondet. Angulus C L O aequalis eſt inclinationi orbitae viſae ☽ ad Eclipticam (= 5°. 34′.), vt L O exhibeat rectam, ad quam ſemita viſa centri vmbrae A B in O perpendicularis eſt. Hanc autem A B ad tantam diſtantiam a centro Lunae L remoui, vt, poſtquam definita fuerit cuſpidis phaſis poſitio pro quauis obſeruatione per interuallum temporis inter appulſus limbi Lunae et cuſpidis iſtius ad filum horarium machinae, factae ex loco cuſpidis tanquam centro, ope ſemidiametri vmbrae in altitudine, interſectiones rectae A B in 1, 2, 3. etc. non ſolum deſignent loca centri vmbrae ad ea temporis momenta, quae eodem charectere in recenſione §. 6. inſigniuntur; verum etiam interualla interſectionum examinata ad horarium ☽ a ☉ rite conſpirent cum interuallis temporis obſeruationum homologarum; quo facto iuſtam tandem ſemitae viſae centri vmbrae poſitionem in ſchemate obtinui. Innotuerunt inde pro quauis obſeruatione, diſtantia centri vmbrae a loco obſcurationis maximae O in partibus temporis ope horarii ☽ a ☉le; phaſis poſitione; quantitas obſcurationis, ac denique tempus obſcurationis maximae; prouti hae deductiones §. 6. annotatae ſunt.

8. Ex eodem ſchemate inuenta eſt L C latitudo Lunae borealis in ☍ = 49′. 0″, et diſtantia centrorum minima L O = 48′. 45″; vnde prodiit quantitas eclipſis (=

(= ſummae ſemidiametrorum vmbrae et Lunae demta diſtantia centrorum minima) = 46′. 19″ + 16′. 45″ − 48′. 45″ = 14′. 19″, et in digitis eclipticis = 5.^{dig} 7 $\frac{2}{3}$ minut.

9. Momentum obſcurationis maximae duplici adhuc methodo definire licuit. Primum ſi ponatur.

Eclipſis finis	13^{h}. 15′. 30″.	rotunde
Initium	10. 58. 40	
	24. 14. 10	
prodit tempus obſcur. max.	12. 7. 5	

Deinde macularum Grimaldi et Tychonis obſeruatae immerſiones et emerſiones idem patefecerunt, poſtquam ſitus iſtarum in diſco Lunae exploratus eſt ope machinae parallacticae paulo ante eclipſin, nempe hor. 10. Sit in T centrum Tychonis, in G centrum Crimaldi. Ductis T θ, G γ, ad S *s* parallelis, ex obſeruatione inueni.

$p\theta = 1'.\ 39''.$
$\theta\tau = 1.\ 36\frac{1}{2}$
$p\gamma = 2.\ 19.$
$G\gamma = 1.\ 1\frac{1}{2}.$

in partibus temporis, quarum 2′. 24″$\frac{1}{2}$ ipſi *s p* ſeu morae tranſitus diſci Lunaris per filum horarium reſpondent. Centro O deſcriptus iam ſit arcus vmbrae M Q *m* pro momento obſcurationis maximae. Per T, G, L, ductae ſint parallelae *m* M, G N, L *l*, ad ſemitam centri vmbrae A B, quae proinde perpendiculares ſunt ad L O. Cum eadem eclipſis phaenomena locum habeant, ſiue centrum vmbrae moueatur per A B, manente Luna in L; ſiue centrum vmbrae ponatur in O immotum, et centro Lunae tribuatur motus eiusdem celeritatis iuxta *l* L directio-

directionem oppoſitam; in caſu poſteriori centrum Tychonis deſcribet rectam M *m* ab immerſione ſua vsque ad emerſionem, et tempus medium exponet momentum, quo Tycho fuit in *t*. Aſt tempore obſcurationis maximae, exiſtente centro Lunae in L, centrum Tychonis eſt in T; vnde ſi ope horarii Lunae a ☉le exploretur tempus per *t* T, idque addatur ad momentum, quo Tycho fuit in *t*; habebitur tempus obſcurationis maximae. Simili modo proceditur cum Grimaldo. En deductiones

Emerſio centri Tychonis	12^h.	51′.	52″.
Immerſio - - - - - -	11.	17.	44
Tempus per M *m* - -	1.	34.	8
Tempus per M *t* - -	0.	47.	4
Momentum, quo Tycho fuit in *t*	12.	4.	48
Tempus per T *t* ex ſchemate	0.	2.	25
Momentum obſcur. maximae	12.	7.	13.
Emerſio centri Grimaldi	11.	58.	23
Immerſio - - - - -	11.	24.	48
Tempus per N *n* - - -	0.	33.	35
Tempus per N *g* - - -	0.	16.	47 rotunde
Moment., quo Grimaldus fuit in *g*.	11.	41.	35
Tempus per *g* G ex ſchemate		25.	30
Momentum obſcur. max.	12.	7.	5

Si iam ex omnibus momentis §. 6. et 9, quae obſcurationem maximam concernunt, capiatur medium; habebitur tempus obſcurationis maximae 12^h. 6′. 48″. 10. Si huic adiiciantur 8′. 3″., interuallum nempe temporis inter

inter obſcurationem maximam et Oppoſitionem, quo centrum vmbrae per O C progreſſum eſt, definitis ſcilicet O C per L C et C L O, et tempore per O C ex horario Lunae a Sole; innoteſcit tempus oppoſitionis verum $12^h. 14'. 51''$.

11. Secundum ea, quae §. 9. expoſita ſunt; quantitas quoque eclipſis E Q ex immerſionibus et emerſionibus macularum Tychonis et Grimaldi, earumque poſitione in diſco Lunae, poteſt erui. Sic enim pro Tychone datur tempus per $Mt = 0^h. 47'. 4''$ et inde ope horarii ☽ a ☉ $Mt = 27'. 49''$. quare cum detur *ſemidiameter* vmbrae $OM = 46'. 19''$ ($= OQ$), dabitur $Ot = \sqrt{OM^2 - Mt^2} = 37'\ 2''$, et deniqe $tQ = OQ - Ot = 9'. 17''$. Sed ex poſitione Tychonis T reſpectu L O et limbi lunaris datur ex ſchemate $Et = 4'. 55''$; vnde dabitut $EQ = Et + tQ = 14'. 12''$. in partibus circuli maximi. Simili modo pro Grimaldo ex tempore per $Ng = 0^h. 16'. 47''$. datur $Ng = 9'. 55''$; inde $Og = 44'. 23''$. et $gQ = 1'. 56''$. Ex poſitione autem centri Grimaldi reſpectu L O habetur ex ſchemate $Eg = 12'. 38''$; quare $EQ = 14'. 34''$. Medium ergo inter ea, quae pro E Q nunc et §. 8. inuenta ſunt, ſiſtet qnantitatem eclipſis $= 14'. 21''\tfrac{2}{3}$ parum ab ea diſcrepantem, quae §. 8. definita eſt.

12. Verſus finem Elipſis Iupiter cum Satellitibus ſuis in vicinia Lunae per Tubum machinae parallacticae erat conſpicuus, cuius et Satellitum poſitionem reſpectu centri et diurni veri Lunae ex tranſitu iſtorum per fila reticuli determinare licuit, prouti iſtam ſchema ſitu erecto repraeſentat. Iupiter orientalior erat quam Lnna ſeu

 Iouis

Iouis aſcenſio recta maior aſcenſione recta centri Lunae; declinatio quoque auſtralis Iouis maior diclinatione auſtrali centri Lunae, Ioue I adiurno vero centri Lunae LF verſus auſtrum diſtante. Figurae numericae 1, 2, 3, 4, ſtellulis ad I adſcriptae deſignant Iouis Satellites eorundem nominum. Inueni autem.

	Differentiam Aſcenſionum rectarum in partibus diurni vel aequatoris	Differentiam declinationum ſeu intercapedinem diurnorum verorum in partibus circuli maximi.
ad momentum 12^h. 41'.		28" temp. vero
centri ☽nae et Sat. 2.	1°. 14'. 26".	43'. 30"
------- Sat. 4.	1. 13. 11. dub.	43. 43. dub.
------- centri ♃	1. 11. 41 (=LF)	44. 20 (=FI)
------- Sat. 1.	1. 9. 56.	44. 50
------- Sat. 3.	1. 7. 4	45. 52
ad momentum 12^h. 56'. 40".		
centri ☽nae et centri ♃	1°. 4 52" (=Lf)	47. 38 (=fi)

13. Denique ſi comparatio iſtituatur obſeruationis Lipſienſis cum Viennenſi a Cel. *Marinonio* facta prodit meridianorum differentia, vt ſequitur.

	Viennae	Liepſiae	dif. meridian.
Iinitium Eclipſis	11^h. 16'. 0".	10^h. 58'. 40"	0^h. 17'. 20".
Tycho incipit tegi	32. 0	11. 16. 32.	15. 28
Tycho medius	33. 32.	17. 44.	15. 48
Tycho totus	35. 0	18. 48.	16. 12
Grimaldus tot. emer.	12. 18. 0	12. 1. 49.	16. 11
Tycho incipit emer.	13. 7. 26.	50. 59	16. 27

Tycho

Tycho medius	8. 44	51. 52.	16. 52.
Tycho totus	9. 24	52. 49.	16. 35.
Finis Eclipſis	31. 0	13. 15. 29.	0. 15 31
		Medium	$0^h. 16'. 16''$.

Haec meridianorum differentia bene conſpirat cum ea 16'. 30'', quae prodiit ex obſeruata Emerſione Sat. 1^m ♃ d. 20. Iulii 1746, nempe.

Viennae - - -	$9^h. 16'. 48''$.	temp. vero
Lipſiae - - -	9. 0. 18	- - - -
	0. 16. 30	

Propius adhuc aſſentit determinatio differentiae meridianorum ex obſeruato fine Elipſis nuperae Solaris d. 25. Inlii.

Erat nempe Finis Lipſiae.	$1^h. 19'. 38''$.	horol. Lipſienſis
Correctio ex ſchcmante	0. 10. 50.	add.
vt habeatur Finis Viennae	1. 30. 28.	horol. Lipſ.
obſeruatus autem eſt Finis Viennae	1. 46. 49.	horol. Viennenſis
vnde Meridianorum differ.	$0^h. 16. 21$	

14. Cum poteſtas facta fuerit comparandi Obſeruationes Eclipſium vtriusque Luminaris in Specula Imperiali Petropolitana habitas cum noſtris; in eclipſi lunari, electis momentis certioribus, ſequentem inuenimus meridianorum differentiam.

	Petropoli	Lipſiae	Merid. differ.
Initium	$0^h.10'.34''$.	$10^h.58'.40''$.	$1^h.11'.54''$.
Vmbra ad Tychonem	0. 27. 9.	11. 16. 32.	1. 10. 37.

Tycho totus emergit 2.	5. 18.	12. 52. 49.	1. 12. 29
Finis	2. 26. 43.	13. 15. 29.	1. 11. 14
		Medium	1. 11. 34.

Ex obſeruato fine Eclipſis Solaris d. 25. Iulii paulo maior emergit Meridianorum differentia. Eſt nempe.

Finis Lipſiae	$1^h. 19'. 38''$.	horol. Lipſ.
Correctio ex ſchemate	0. 0. 45.	ſubtr. vt habeatur
Finis Petropoii	1. 18. 53.	horol. Lipſi
aſt Finis Petropoli	2. 31. 33.	horol. Petrop.
vnde Meridian. differ.	1. 12. 40.	

METHODVS

METHODVS
OBSERVANDI ECLIPSES LVMINARIVM
AVCTORE
Nic. Popow.

Magnam operam collocarunt recentioris aeui Aſtronomi in machinis methodisque excogitandis, quibus in eclipſibus Luminarium phaſes Luminaris eclipſantis, et chordas defectiuas ſimul prompte et accurate obſeruare poſſent, variique varias adinuenerunt. Sed meliore omnium ſucceſſu conatus ceſſiſſe Kirchio et Hirio vulgo cenſentur, qui machinas micrometra dictas, vnusquisque ſibi propriam excogitauerunt, quarum ope phoenomena illa eclipſeos in vtraque eclipſi eodem momento obſeruari poſſunt, quaeue hodienum etiam, ſi ad manus fuerint, ſolae, vt caeteris omnibus praeſtantiores, praeſertim in eclipſibus Lunaribus, ad hunc vſum adhibentur. Verumenimuero ſi conditiones punctorum in diſcis Luminarium pro hoc caſu obſeruandorum, machinarumque harum ſtructura et methodi per eas obſeruandi ab auctoribus earum praeſcriptae exactius conſiderentur, phoenomena illa eclipſeos per has etiam machinas, vix ſatis accurate obſeruari poſſe crediderim. Ad quatuor enim puncta, duo nempe cornua phaſeos, duosque limbos diſcorum obſcurantis et eclipſantis, ſenſibiliter a ſe inuicem diſtantia, diuerſisque motibus, motu ſc: primi mobilis, motu Luminarium proprio a ſe inuicem, motuque angulari cornuum, ſi eclipſis partialis eſt, in diuerſas plagas ſenſibiliter mobilia, adhibitis his machinis eodem momento attendere, duasque diſtantias eorum a ſe inuicem ſimul actu menſurare neceſſe eſt. Kirchius

chius quidem ad hoc duo ſua micromentra duosque obſervatores requirit, quorum alter diſtantiam a ſe inuicem cornuum phaſeos, alter phaſin eclipſeos, ſeu diſtantiam maximam limborum diſci obſcurantis diſcique eclipſantis eodem momento temporis obſeruare debet: Sed quia obſeruatores non eadem dexteritate rem expediendi pollent, punctaque obſeruanda alia facilius difficilius alia per ſe obſeruari poſſunt, inde fit, vt dum vnus eorum cochleas micrometri ad puncta ſua probe direxit, alter dirigit adhuc, et ſi alter bene direxerit, prior iterum dirigere debet, et ſic porro; puncta enim illa, quorum diſtantiam menſurant, in ictu oculi elocis ſuis exeunt, ſtatimque aliter tam inter ſe, quam reſpectu cochlearum ponuntur: adeo vt maxime difficile ſit, multas vel accuratas id genus obſeruationes ope micrometri huius obtinere, praeſertim autem in peregrinationibus, vbi nec duo obſeruatores bene exercitati, nec locus ad obſeruationes a duobus obſeruatoribus inſtituendas commodus facile adeſſe poteſt. Ad Hirii micrometron methodumque per illud obſeruandi a Roſtio deſcriptam quod attinet, in illa vnicus quidem obſeruator ad obſeruationem hanc inſtituendam requiritur, ſed cui multa, eaque maxime difficilia negotia ſimul expedienda ſunt: debet enim is, dirigendo repetitis vicibus capillum aliquem micrometri immobilem ad limbum alterutrius diſci in ſitu capilli ad cornua phaſeos parallelo, ſollicite obſeruare temporis momentum, quando alterius diſci limbus alterum capillum immobilem ſimul cum priori ſtringit, eodemque momento, quo hoc accidit, dirigere tenetur capillum micrometri mobilem ad cornua phaſeos, vt eadem ſimul cum prioribus exacte contingat: id quod

quod deſcribi facilius quam praeſtari poteſt. Capillus namque immobilis ad limbum diſci difficulter, vel rariſſime tantum, ita dirigi poteſt, vt et limbum tangat, et ſimul ad cornua phaſeos parallelus ſit; cornua enim phaſeos in omni eclipſi partiali motu angulari, et limbus diſci ſimul cum cornibus motu primi mobilis progreſſiuo continuo et ſenſibiliter mouentur, adeo, vt capillus micrometri in ſitum cornibus parallelum ante contactum cum limbo ſibi occurſuro componi debeat; ſed tempore, quod a diſpoſitione capilli in ſitum cornibus parallelum ad contactum capilli cum limbo ſibi occurrente ſupereſt, poſitio cornuum ad capillum parallela prius ſtabilita mutatur et limbus ad capillum ſaepe numero in ſitu capilli ad cornua obliquo non parallelo appellet, totiesque conatus ille obſeruatoris eludetur. Vnde alterum negotium difficilius adhuc expeditu eſt; vt nempe capillus ille micrometri immobilis in contactum limbi ſitumque ad cornua phaſeos parallelum eo ipſo temporis momento adducatur, quo diſtantia eius ab altero capillo immobili quocunque diſtantiae limborum maximae aequalis eſt; fieri enim vi ſupra dictorum ſaepenumero poteſt, vt momento illo directio capillorum ad limbos diſcorum cornibus exacte parallela non ſuccedat, nulliusque vſus, vel non accurata obſeruatio phaſeos euadat. His ita comparatis tertium requiſitum priorum longe difficillimum, et vix effectu poſſibile erit, vt nempe obſeruator eodem temporis momento, quo limbos diſcorum capillos immobiles in ſitu eorundem ad cornua phaſeos parallelo ſimul contingere obſeruat, capillum mobilem ad cornua phaſeos admoueat, ſuper eaque exacte ponat. Ad hoc namque vt capillus ad cornua exacte admoueatur, tempus aliquod requiritur,

ſed

ſed cornua phaſeos tempore illo e loco ſuo, quem in contactu limborum cum capillis immobilibus tenebant, motu primi mobilis lata exeunt, et ad capillum, qui ad ea dirigitur, propius accedunt, vel ab eodem longius recedunt; adeo vt diſtantia eorum a limbo proximo per obſeruationem hanc ſumpta neceſſario maior, vel minor vera, ſeu ea, quae in contactu limborum cum capillis fuit, eſſe debeat. Neque ſola haec obſeruatio errori obnoxia eſt, ſed eundem in priorem etiam obſeruationem deriuat, augetque. Properare enim debet obſeruator cum priori obſeruatione, licet ea id minime patiatur, ſi accurata eſſe debeat, ne hanc intermittat, vel non exacte faciat, et dum animum ad vtramque eodem momento diſtendit, neutram debito rigore faciet. Accedit quod per micrometron hoc non omni tempore obſeruationem huiusmodi inſtituere liceat, ſed illo tantum, quo phaſis eclipſeos, ſeu diſtantia limborum eclipſantis et obſcurantis diſtantiae duorum capillorum immobilium quorumcunque aequalis eſt. Fieri ergo poteſt, vt exercitatiſſimus obſeruator micrometro huius generis exquiſitiſſimo inſtructus, eclipſique apparenti obſeruandae diligentiſſime intentus ob incommoditates obſeruandi ſupra deſcriptas nullam prorſus harum obſeruationum inſtituere poſſit; praeſertim autem ſi durante eclipſi nubes vel rariſſime etiam interueniant aliquodque e quatuor illis punctis ad obſeruationem hanc requiſitis momento obſeruationi debito tegant. Numerus enim obſeruationum huiusmodi in micrometro hoc, methodo eius ita ferente, exiguus tantum poſſibilis eſt. Cum itaque obſeruatio phaſium eclipſeos chordarumque defectiuarum eodem temporis momento inſtituenda tam magnis difficultatibus

prae-

praematur, Aſtronomi hodierni mutato priori conſilio chordas defectiuas phaſesque eclipſeos diuerſis temporibus ſeorſim obſeruant, et vna obſeruatione pro primaria aſſumpta, alteram obſeruationem ad idem cum priori tempus per regulam proportionum reducunt; quod vtique factu facillimum eſſet; ſi quantitas alterius quaeſiti eclipſeos per regulam illam ad tempus obſeruationis pro primaria aſſumptae accurata obtineri poſſet; incrementa enim et decrementa phaſium eclipſeos chordarumque defectiuarum tempori minime proportionalia ſunt; quod tamen in determinatione illa aſſumi neceſſario debet. Porro certitudo diſtantiarum per cochleas in micrometris his vſitatas, licet accuratiſſime menſuratarum, ob conſtructionem cochlearum applicationemque ad tubum accuratam difficilem, in dubium mihi vocari poſſe videtur. Non facile enim crediderim reuolutiones cochlearum ab artifice praeciſe aequales aequabilesque omnino reddi, vel ab vſu iniuriisque aëris tractu temporis inuariatas perſiſtere, aut cochleas ipſas ad axem tubi praeciſe perpendiculariter applicari poſſe. Praeterea quantitatem reuolutionis cochleae in partibus circuli maximi accuratiſſimam, qualis in hoc negotio requiritur, per methodos hucusque vſitatas; nempe per diſtantias motumque ſtellarum, et menſurationem obiecti in Terrae ſuperficie aſſumti per interuallum cognitum ab obſeruatore remoti vix haberi poſſe arbitror. Diſtantia enim duarum ſtellarum in partibus circuli maximi accurata non niſi difficulter, et magna ambage inueniri poteſt, nec eadem omni tempore manet, ſed mutatur cum refractione radiorum. Arcus autem aequatoris diſtantiae duorum capillorum in micrometro extenſorum aequalis per motum ſtellae alicuius

determinandus, motum horologii et ſtellae per integram revolutionem ſtellae aequabilem, et declinationem ſtellae accurate definitam requirit; quorum vnumquodque fallax eſſe poteſt. Horologia enim inaequaliter incedere ſaepenumero obſeruantur, et motum ſtellae ob diuerſum in diuerſis paralleli eius locis ſtatum aëris, diuerſae aequali tempore celeritatis eſſe poſſe veritati conſentaneum eſt. Determinationem autem declinationis ſtellae accuratam altitudines poli et ſtellae eandem ingredientes, ob refractionum quantitatem incertam, et inaequalem diuiſionem graduum in limbo quadrantis, prouti hoc ſaepenumero obſeruatur, et locum primi diuiſionis graduum puncti in limbo quadrantis, ob refractiones horizontales maxime variabiles, ſemper fere incertum, incertae impedire poſſunt. Diſtantia autem obiecti in Terrae ſuperficie aſſumpti, ob imperfectionem inſtrumentorum ad easdem menſurandas adhibendorum, et importunitatem locorum interiectorum, ſi easdem per perticas menſurare velis, quod alias tutiſſimum eſt; nunquam fere ſine errore aliquo ſenſibili determinari poteſt. Vnde incertitudo phaſium eclipſeos, et chordarum defectiuarum per micrometra Kirchii et Hirii ad idem tempus inueniendarum, et diametrorum Luminarium apparentium partibus circuli maximi expreſſarum luculenter colligi poteſt. Concedamus etiam, per micrometra illa methodosque obſeruandi ab auctoribus eorum traditas, phaſes Luminarium et chordas defectiuas iisdem temporis momentis et accuratiſſimas et quamplurimas obtineri poſſe, ſed quid inde emolumenti in Aſtronomiam redundabit? Nihil fere! Ex obſeruationibus enim his immediate deduci poſſunt tantum diameter diſci obſcurantis, et diſtan-

tia

tia centrorum vtriusque diſci: ex his autem de motu ſituque in coelis diſcorum ad ſe inuicem non niſi pauciſſimae, vel prorſus nullae concluſiones formari poſſunt. Non datur enim diſtantiarum illarum poſitio, neque ad ſe inuicem, neque ad circulos ſphoerae coeleſtis, qua ignota motus quoque diſcorum ſeu Luminarium, et ſitus eorum ad ſe inuicem in coelis, ignoti manent. Quodſi autem per obſeruationes has, inclinatio etiam diſtantiarum ad ſe invicem daretur, potuiſſet inde immediate inueniri motus Luminarium, vel Lunae et vmbrae Terreſtris a ſe inuicem in via eorundem viſa tempore obſeruationum obtinens, et inde initium finisque eclipſeos determinari; ſi alterutrum eorum vel vtrumque male, vel prorſus non obſervatum fuerit, quod pro initio et fine eclipſeos Lunaris vero inueniendo commodiſſime inſeruire potuiſſet. Si autem porro inclinatio diſtantiarum illarum ad circulos etiam ſphoerae coeleſtis haberetur, potuiſſet ex his obſeruationibus deduci motus Luminarium a ſe inuicem in ecliptica vel aequatore viſus, cum differentiis declinationum et latitudinum, inclinatioque viae mobilium a ſe inuicem viſae ad eclipticam vel aequatorem, et multa id genus alia ad perficiendam Aſtronomiam multum facientia. Sed poſitionem diſtantiarum illarum ad ſe inuicem nullam, ad circulos autem ſphoerae coeleſtis vnicam, tantum, ad aequatorem nempe perpendicularem, per micrometron Hirii hucusque obſeruare potuerunt Aſtronomi. Sed et haec obſeruatio adhibita machina parallactica multis iisque valde operoſis et lubricis circumſtantiis, cum in ſe, tum extra ſe, laborante, non ſine magno erroris periculo inſtituitur. Axis enim machinae huius, pro hoc caſu, axi conuerſionis diur-

 nae

nae omnino parallelus, et praeciſe in plano meridiani lo-
catus eſſe debet. Sed ad hoc altitudo poli accurata, et
pauimentum obſeruatorii horizonti praeciſe parallelum, et
lineis meridianis verticalibusque primariis quam plurimis
iisque accuratae ductis refertum requiritur, quorum vnum
quodque maxime lubricum eſt: adeo vt momentum tem-
poris, quo cornua Lunae vel Solis aequatori parallala ſint,
diſtantiaque centrorum Lunae et vmbrae, vel Lunae et
Solis, ad eundem perpendicularis eſt, methodo hac nun-
quam fere ſine errore ſenſibili obſeruari poſſit. Cum haec
ſine dubio clariſſimus Heinſius, animo perpenderet, metho-
dumque phaſes eclipſium et chordas defectuum, earumque
poſitiones ad ſe inuicem et ad diurnos Luminarium quas-
cunque eodem tempore prompte et accurate obſeruandi
in Aſtronomia practica merito adhuc deſiderari videret,
propoſuit occaſione eclipſeos Solaris Anno 1739, Menſe
Auguſto a ſe hic Petropoli obſeruatae, methodum, qua
omnia haec quaeſita eclipſeos, ope tubi Aſtronomici re-
ticulo tantum ordinario inſtructi, absque omni vſu coch-
learum, capillorumque mobilium ab vnico obſeruatore,
eodem temporis momento prompte haberi poſſint. Ve-
rum quia in methodo hac deductiones quaeſitorum illo-
rum eclipſeos per calculum ex obſeruationibus eadem in-
ſtitutis, motus diſci cornuumque phaſeos per diſcum eclipſan-
tem tempore obſeruationis obtinens, aliunde, non ex ipſa ob-
ſeruatione phaſium cognitus, et non niſi moleſtiſſime, vel cum
errore aliquo, vt ipſe cl. autor innuit, determinandus a
phaſibusque obſeruatis ſemper ſubtrahendus ingreditur; ne
haec quidem methodus quaeſita illa eclipſeos obtinendi omni-
no tuta eſt. Quae cum ita ſe habeant, propoſui mihi hic
deſcribere

deſcribere nouam methodum eclipſes Luminarium obſervandi, qua tam phaſes eclipſeos vtriusque Luminaris, quam chordae defectuum et poſitiones earum ad ſe inuicem diurnosque Luminarium quaecunque eodem momento, ab vnico obſeruatore, absque omni vſu cochlearum et machinae parallacticae, vbique locorum, accurate et prompte obſeruari menſurarique, et quantitas earum in numeris absque vlla correctióne obſeruationum, in partibus autem circuli maximi, absque obſeruatione ſtellarum et menſuratione diſtantiae obiecti in Terrae ſuperficie praeciſe haberi ſimulque locus Lunae reſpectu Aequatoris apparens quocunque tempore deprehendi, et tranſitus eius per ſtellas obſeruari commode poteſt. Ea autem ſequentem in modum ſeſe habet.

§. 1. E tnbo quadrantis portatilis cuiuscunque eximatur annulus metallicus A C E H. qui in foco tubi poſitus capillos extenſos ordinarie gerit, periferiamque circuli in margine ſuo interiore ducti in octo partes aequales punctis A, B, C, D, E, F, G, H, diuiſam habet, et per puncta diuiſionum A et E, C et G, extendantur duo capilli tenuiſſimi A E et C G, qui ad angulos rectos ſeſe in centro tubi *m* interſecabunt. Item per puncta B et D, H et F, extendantur ſimiles capilli B D et H F, et erunt hi ad capillum A E, et interſe paralleli. Deinde diſtantia capillorum A E et B D diuidatur in quatuor partes ad ſenſum aequales, extenſis in eadem tribus capillis, *o p*, *q r*, *s t*, inter ſe et ad capillos A E, B D, H F, exacte parallelis. Simili modo diuidatur diſtantia capillorum, A E et H F etiam in quator partes itidemque interſe, et prioribus ad ſenſum aequales, ductis capillis *l i*, *u v*, et *x y*, inter ſe et ad reliquos parallelis, annulusque cum

Tab. XVIII. Fig. I.

capillis hoc modo extenſis aptetur in foco tubi ita, vt pro lubitu circumuerti poſſit cum omni ſiſtemate capillorum. Et conſtructa erit machina ad phaſes Luminarium, chordasque defectiuas, et poſitiones chordarum ad ſe in vicem diurnosque Luminarium ab vnico obſeruatore eodem momento accurate obſeruandas requiſita.

§. 2. Priusquam ad modum eclipſes Luminarium per machinam hanc obſeruandas exponendum accedam, conuenit prius deſcribere methodum, qua diſtantiae capillorum illorum parallelorum in partibus circuli maximi absque menſuratione diſtantiae in Terrae ſuperficie aſſumendae, obſeruationeque ſtellarum determinari poſſint: ſcilicet: menſurentur repititis vicibus, circino maiori, radii trium vel quatuor circulorum concentricorum in limbo quadrantis, in cuius foco capilli hi aptati ſunt, ductorum, et aperturae circini pro quolibet radio factae applicentur ſeorſim ad ſcalam in partes aequales exactiſſime diuiſam, et numerus partium ſcalae vnicuique radio reſpondens ſeorſim notetur. Deinde eligatur inſpiciendo per tubum quadrantis nota aliqua diſtincta in aedificiis vrbis, vel alibi in Terrae ſuperficie ſita, ad eamque, poſito quadrante et capillo G C in ſitu exacte verticali, dirigatur capillus B D ita vt eandem per tubum quadrantis viſam exacte tegat, vel ſtringat. Notentur in hoc ſitu quadrantis atramento, vel alio quocunque colore, penna vel penicillo, excepto, puncta periferiarum in limbo quadrantis ductarum menſuratorum radiorum, in quibus capillus cum ponduſculo e centro quadrantis libere ſuſpenſus easdem ſecat. His ſumma circumſpectione peractis dirigatur ad eandem notam in

eodem

eodem ſitu ad horizontem quadrantis et capilli G C, capillus H F, ita, vt ad eandem eodem prorſus modo ponatur, quo antea ponebatur capillus B D, et notentur in hoc etiam ſitu eodem modo puncta earundem periferiarum, in quibus capillus pondere oneratus et e centro quadrantis pendens easdem interſecat. Menſurentur deinde circino diſtantiae punctorum in vnaquaque periferia atramento vel colore notatorum, et applicentur aperturae circini ad eandem ſcalam, vt innoteſcat numerus partium ſcalae vnicuique diſtantiae punctorum reſpondens. Tandem numeri hi diſtantiarum in periferiis menſuratarum adſcribantur radiis periferiarum correſpondentibus ſupra menſuratis et ſeorſim notatis, et reperta erunt omnia requiſita ad diſtantiam capillorum B D et H F in foco tubi quadrantis extenſorum in partibus circuli maximi inueniendam. Quodſi enim concipiamus a centro quadrantis ad vtrumque punctum in eadem periferia notatum ductos eſſe ſeorſim duos radios eiusdem circuli diſtantes a ſe inuicem inperiferiis ſuis per chordas ſupra menſuratas; habebimus hoc modo tria vel quatuor triangula, prouti nempe radii tres vel quatuor menſurati ſunt, aequicrura et ſimilia, in quibus omnia latera, crura nempe radiis, et baſes chordis ſupra menſuratis aequales dantur. Poterit ergo hinc per trigonometriam planam inueniri in quouis triangulo angulus ad centrum quadrantis, menſura diſtantiae capillorum B D et H F in partibus circuli maximi quaeſita, haecque accurata erit, ſi magnitudo anguli ad centrum ex quolibet triangulo, vel duobus aut tribus deducta, praeciſe eadem deprehendatur, vel media ex illis, quae parum inter ſe differunt, ſumatur.

Schol.

Schol. In methodo determinandi primum diuiſionis graduum punctum in limbo quadrantis notatorum, omnium optima, quae ſc. per inuerſionem quadrantis fit, requiruntur multae commodae notae in aedificiis vrbis, vel alibi in Terrae ſuperficie ſitae, ad quas capillus horizontaliter in tubo extenſus dirigi debet, quae tamen non vbique facile, praeſertim autem in peregrinationibus adeſſe poſſunt, ob quarum defectum primum illud punctum per alias methodos non ita certas determinatur, incertumque prodit, et incertitudinem hanc ſuam in altitudines etiam ſtellarum, per quadrantem huiusmodi obſeruatas deriuat. Optime autem huic incommodo per methodum ſupra deſcriptam ſuccurretur, ſi nempe in tubo quadrantis loco vnius capilli horizontalis, plures ad capillum verticalem perpendiculares et inter ſe paralleli extendantur, et loco multarum ad vnam tantum eandemque notam, quae iam vbique facillime dari poteſt, ſinguli ſucceſſiue in vtroque ſitu quadrantis eodem modo dirigantur. Hinc enim primum illud diuiſionis graduum punctum aeque certum, vel adhuc certius determinabitur, quam vbi capillus ad diuerſas notas diuerſis modis, ſed in vtroque ſitu quadrantis iisdem, dirigitur.

§. 3. His ita praeparatis, dum tempus eclipſeos inſtat, obſeruetur repetitis vicibus tempus tranſitus diametri Luminaris eclipſaturi per capillum A E, tempusque tranſitus limbi antecedentis eiusdem Luminaris per diſtantias capillorum parallelorum omnium inter ſe, in ſitu capilli G C ad diurnum Luminaris parallelo, et tempora tranſituum limbi per vnamquamque diſtantiam capillorum, nec non

non diametri Luminaris per capillum A E ſeorſim notentur; et nota erit hoc modo ratio diametri Luminaris et caeterarum diſtantiarum omnium ad diſtantiam capillorum B D et H F in partibus circuli maximi datam; vnde diametri etiam et omnium reliquarum diſtantiarum quantitas in partibus circuli maximi innoteſcet, illatione inſtituta: vt ſe habet tempus tranſitus limbi antecedentis Luminaris per diſtantiam capillorum B D et H F, ad tempus tranſitus eiusdem per vnamquamque diſtantiam binorum capillorum a ſe inuicem, vel ad tempus tranſitus diametri Luminaris per capillum A E; ita partes circuli maximi diſtantiae illi capillorum B D et H F reſpondentes ſupra inuentae, ad partes circuli maximi vnicuique diſtantiae capillorum vel diametro Luminaris eclipſaturi reſpondentes.

Schol. Eodem modo poteſt diſtantia duorum quorumlibet capillorum parallelorum inter ſe in alio quouis tubo ad filum tubi horizontalem perpendiculariter extenſorum in partibus circuli maximi determinari, ſi tranſitus ejusdem limbi Luminaris, vel ſtellae alicuius tam in quadrante, quam in tubo alio in ſitu capillorum horizontalium ad diurnum Luminaris, vel ſtellae parallelo per diſtantias capillorum parallelorum eadem hora obſeruetur, ſimilisque illatio inſtituatur.

§. 4. Poſt haec in eclipſibus Solis, obſeruato initio eclipſeos, dirigatur capillus *op*, in plaga orientali capilli A E ponendus, ad cornua phaſeos, vt eadem exacte ſtringat; id quod facillime fiet, vertendo intra tubum circu- Fig. 2.

 lum

lium cum capillis, et eodem momento, quo capillus ad cornua bene directus eſt, immoto tubo ſiſtemateque capillorum numerentur oſcillationes horologii incipiendo a nullo, quod clara voce pronunciatum ſocio pro ſigno erit tempus horologii currens annotandi, continueturque numeratio oſcillationum, donec limbus vmbroſus Lunae capillum *op*, eidemque proximum B D attingat, limbus autem luminoſus Solis, in hoc caſu limbus Solis ſequens, ad duos capillos ſibi proximos verbi gratia, ad *u v*, et *l i*, vel loco *l i*, ad alium quemcunque commodius obſeruandum appellat, quorum appulſuum tempora a contactu cornuum cum capillo *op*, numerata ſeorſim notentur; et data erunt omnia requiſita ad phaſin eclipſeos Solaris, diametrum diſci Lunaris, et poſitionem chordae defectiuae ad diurum Solis in initio obſeruationis, ſeu tempore contactus cornuum cum capillo *op*, determinandas neceſſario.

Fig. 2. §. 5. Repreſentet enim circulus A C E G A cum lineis parallelis inter ſe, et ad lineam G C perpendicularibus, campum tubi cum ſiſtemate capillorum ſupra deſcripto, ſitque circulus *w d* K, Sol eclipſans, alter vero circulus *w c* K Luna Solem obſcurans, in eo ſitu ad ſe inuicem capillosque tubi, quem tempore contactus cornuum cum capillo *o p*, ſeu in initio obſeruationis habent. Ducatur a medio chordae defectiuae *w* K, *a'*, linea *a d'*, parallela ad capillum G C; haec, quia per centra vtriusque circuli tranſit, marginem vmbroſum Lunae *w c* K, marginemque luminoſum Solis *w d* K ſecabit in punctis *c'*, et *d'*, tam a ſe inuicem, quam a chorda defectiua *w* K in

initio

initio obſeruationis remotiſſimis, et in appulſu limborum ad capillos parallelos vltimis, ob lineas *f d*, et *a c*, in ſegmentis diſcorum, Solaris *m f n d*, et Lunaris *w a* K *c*, omnium linearum ſimiliter ducendarum maximas, maximasque etiam hypothenuſas iisdem reſpondentes, per quas puncta limborum ad chordas *m n*, et *w* K moueri poſſunt, quoties diurni Lunae et Solis oblique ad lineam G C, vel eidem parallelam *p d* ponuntur; conſequenter linea *c d* menſuram partis lucidae Solis ab eclipſi liberae, linea autem *a c*, quantitatem ſegmenti vmbroſi Lunae in diſco Solari conſpicui tempore illo exhibebit: quae ſi darentur, poſſent inde, adhibita diametro Solis § 3tio in partibus temporis inuenta, phaſis eclipſeos, et diameter Lunae facile determinari. Hunc in finem concipiamus lineam *d e g*; parallelam diurno centri Solis et ad lineam G C obliquam, eſſe eam, iuxta quam punctum diſci Solaris *d* in tubo tempore obſeruationis ſpectatum mouetur, lineam autem *c* R per punctum *c* ductam diurno Lunae parallelam, et ad G *c* itidem obliquam, eſſe eam, per quam punctum diſci Lunaris *c*, eodem tempore in tubo incedit, et motu ſuo ad capillum *o p* in *b*, ad B D autem in R pro vti punctum *d* ſuo motu ad capillum *u v* in *e*, et ad A E in *g*, appellit. Ex obſeruatione phaſeos dantur tempora, ſeu oſcillationes horologii, quibus punctum diſci Lunae *c*, celeritate Lunae in linea diurno eiusdem parallela latum diſtantias *c b* et *b* R emetitur; nec non tempora quibus punctum diſci Solaris *d*, celeritate Solis in linea diurno eiusdem parallela incedendo lineas *e d*, et *e g* percurrit. Ex obſeruatione autem § 3tio deſcripta dantur etiam tempora, quibus centrum diſci Solaris in diurno Solis latum diſtan-

tias rectas, ſeu breuiſſimas capillorum parallelorum omnium inter ſe iuxta lineam G C percurrit, conſequenter et tempus, quo idem punctum diſtantiam cognominem ſeu breuiſſimam capillorum *u v* et A E, *o p* et B D, hoc eſt lineas *b f* et *a* P, oſcillationibus horologii ceu partibus aequalibus diuerſarum ſcalarum expreſſis, ob triangulum *b g d* ſimile triangulo *f e d* per conſtructionem; inferatur primo, vt linea *e g* ſe habet ad lineam *b f*, ita *e d*, ad *f d*, diſtantiam breuiſſimam puncti *d* a capillo *u v* eidem proximo, oſcillationibus horologii ad motum centri Solis relatis expreſſam. Addatur linea haec *d f* ad diſtantiam capillorum *u v* et *o p* per § 3tium in iisdem partibus datam, ſummaque, ſeu linea *a d*, ſubtrahatur a diametro Solis ibidem et eodem modo data, et reſtabit menſura ſegmenti Solaris *w z* K, in initio obſeruationis obſcurati. Deinde pro linea *a c*, in iisdem partibus inueniendā, ob triangula P *c* R, et *a c b*, itidem ſimilia per conſtructionem, inferatur. Vt R *b* ſe habet ad *a* P, ita *b c* ad *a c*, menſuram ſegmenti vmbroſi Lunae in initio obſeruationis in Sole conſpicui quaeſitam. Addatur linea haec *a c*, ad ſegmenti Solaris menſuram *a z* ſupra inuentam, ſumma dabit quantitatem partis Solis in initio obſeruationis obſcuratae oſcillationibus horologii ad motum centri Solis relatis, ceu partibus aequalibus ſcalae expreſſam. Data hoc modo quantitate phaſeos iisdem partibus expreſſa, in quibus diameter Solis per obſeruationem § 3tio deſcriptam datur; fiat denuo illatio; vt diameter Solis §pho citato data ſe habet ad 12. digitos, ita quantitas phaſeos modo inuenta ad digitos ſibi reſpondentes. *Quod erat primum.* Porro pro diametro diſci Lunae inuenienda, (Fig. 3.) repreſen-

preſentet circulus $w\,d$ K diſcum Solis eclipſantis, cuius radius $m\,d = m\,w$ per §. 3^tium^ datur, $d\,c$ ſit pars diſci Solaris ab eclipſi libera, $c\,a$ ſinus verſus, ſeu menſura ſegmenti vmbroſi Lunae in Sole in initio obſeruationis conſpicui, w K chorda defectiua, $w\,c$ K l diſcus vmbroſus Lunae, cuius radius $w\,l = c\,l$ quaeritur. Subtrahatur a linea $a\,d$, ſupra data radius Solis $d\,m$, et reſtabit linea $m\,a$. Ducatur a centro m, ad verticem chordae defectiuae w radius Solis $m\,w$, et formabitur inde triangulum rectangulum $m\,a\,w$, in quo hypothenuſa $m\,w$, et cathetus $m\,a$ dantur, vnde alter etiam cathetus $w\,a$, ſeu ſemichorda defectiua inuenietur. Vocetur illa a, ſinus verſus $c\,a$ ſit $= b$, et radius diſci vmbroſi Lunae $c\,l = x$. Hinc linea $a\,l = x - b$. In triangulo itaque rectangulo $w\,a\,l$, datis $\overline{w\,a} = a$, et $a\,l = x - b$, inuenietur $\overline{w\,l}^2 = \overline{w\,a}^2 + \overline{a\,l}^2$, ſiue, $x^2 = a^2 + x^2 - 2\,b\,x + b^2$, hoc eſt, $x = \frac{a^2 + b^2}{2b}$. Radius itaque diſci vmbroſi inuenitur, ſi ſumma quadratorum ſemichordae defectiuae, et ſinus verſi ſegmenti vmbroſi per duplam radicem quadrati poſterioris diuidatur. Idem autem in partibus circuli maximi determinabitur illatione inſtituta: vt diſtantia capillorum B D et H F §. 3^tio^ in partibus temporis inuenta, ſe habet ad partes circuli maximi eidem reſpondentes §. 2do definitas; ita radius diſci vmbroſi ſupra in iisdem partibus temporis inuentus, ad partes circuli maximi eidem competentes quaeſitas *quod erat ſecundum*. Tandem 3^tio^. Quoniam Sol in diſtantia ab aequatore non adeo magna incedit; punctaque diſci Solaris omnia, a diurno centri Solis parum tantum, et remotiſſima etiam ſolummodo per 16′. gradus diſtant, motus eorum omnium intra pauca minuta temporis,

poris, ſeu durante obſeruatione phaſeos factus pro aequa aſſumi poteſt motui centri Solis, idque ſine ullo errore in corollariis inde deducendis aſſignando, quippe qui reuera ita ſe habet, et tempore tranſitus Solis per campum tubi nulla, vel non niſi prorſus contemnenda differentia in motu eorum obſeruari, idque rariſſime tantum, et difficillime poteſt. Quodſi itaque concipiamus lineam *d g*, a puncto *d* eadem celeritate percurſam eſſe, qua centrum Solis in diurno ſuo incedendo diſtantiam *h f* ex obſeruatione § 3^{tii} percurrit, poterit hoc modo inclinatio etiam chordae defectiuae ad diurnum Solis determinari. In triangulo nempe rectangulo *g h d*, datis lateribus *h d*, et *g d*, ſummis nempe linearum *h f* et *f d*, *g e* et *e d* ſupra datarum, inueniatur angulus *h g d*, ob parallelismum linearum A E et *o p*, aequalis angulo *a o d*, inclinationi diurni Solis ad chordam defectiuam *w* K, inferendo ſc: vt *g d* ſe habet ad *d h*, ita ſinus totus ad ſinum anguli *d g h* = *d o a*, hoc eſt ad ſinum inclinationis chordae defectiuae ad diurnum Solis quaeſitae, quo dato datur ex tabulis inclinatio etiam ipſa. *Quod erat tertium et vltimum.*

Schol. 1^{mum}. ſuppoſuimus in antecedentibus idem punctum limbi Lunaris *c* (Fig. 2) durante obſeruatione phaſeos ad capillos parallelos tubi omnium vltimum appellere, quod in initio obſeruationis ab iisdem directo capillo *o p* ad cornua phaſeos remotiſſimum erat, idemque praeciſe ſegmentum defectiuum Lunae ex obſeruationibus illis deduci, quod initio obſeruationis obtinebat; Id quod dubium adhuc mouere alicui poterit; cum durante obſeruatione phaſeos et magnitudo phaſeos et poſitio

eius

eiusdem ad ſiſtema capillorum continuo mutentur, Luna motu diuerſo a Sole incedente. Euaneſcet vero omne hoc dubium, ſi conſideremus Lunam hic ſolam et quaſi lucidam nullo reſpectu ad Solem habito ſpectari, et loco cornuum phaſeos reſpectu diſci Lunaris continuo mutabilium puncta in ipſo limbo diſci Lunaris reſpectu eiusdem immobilia cornibus in initio obſeruationis ſubiecta conſiderari: ſemitae namque huiusmodi punctorum limbi Lunaris omnium immotae ſunt, et eundem ſitum ad capillos tubi immotos per integram obſeruationum ſeruant, et partes earum, quas puncta tempore obſeruationis vtut exiguo percurrunt, pro lineis rectis, motusque punctorum eodem tempore pro aequabili ſine omni errore ſenſibili haberi poſſunt; et praeterea linearum *b* R. et *b c* non magnitudo ipſa, ſed ratio tantum ad lineas P *a* et *a c* requiritur, quam vtique ſuppeditat obſeruatio. Adeo vt nihil prorſus impediat, quo minus idem punctum limbi Lunaris *c* ad capillos tubi parallelos durante obſeruatione omnium vltimum appellat, quod in initio obſeruationis ab iisdem remotiſſimum erat, pro ſegmentoque defectiuo Lunae in initio obſeruationis obtinente hac methodo inueniendo prorſus non opus ſit, neque celeritatem ipſam Lunae a Sole diuerſam neque phaſeos variabilitatem attendere.

Schol. 2dum Conuenit in praxi lineam *e g* ſatis magnam, et ſi licet non vnam ſed duas obſeruare, vt error in obſeruatione vnius forte admiſſus et eo inſenſibilior in linea *f d*, et inclinatione chordae defectiuae ad diurnum Solis determinanda, ſeu angulo *b g d* inueniendo euadat, et per alteram ambasque ſimul denuo minuatur, vel prorſus

ſus tollatur. Quoniam autem ſub initium eclipſeos medioꝛi cri maioris chorda defectiua ad diurnum Solis parum inclinata eſt, conſequenter diurnus Solis ad capillum G C ſitum ſatis obliquum habet, indeque margo luminoſus Solis diſtantiam aequalem capillorum parallelorum ſeu quartam partem diſtantiae capillorum B D et A E ſatis cito percurrit, vnde linea e g cum eaque g d non ſatis magna euadet, ſi appulſus limbi luminoſi Solaris ad duos tantum capillos, limbo Solis luminoſo in initio obſeruationis phaſeos proximos obſeruetur, et hinc error, licet ſatis paruus, in obſeruatione lineae e g commiſſus ſenſibilem rationem ad lineam g d habebit, erroremque aliquem in inclinatione chordae defectiuae et linea d f producet. In hoc itaque caſu, ſub initium nempe eclipſeos mediocri maioris appulſus limbi luminoſi Solis non ad duos capillos in initio obſeruationis eidem continue proximos, ſed ad tres eosdemque per duas intercapedines a ſe inuicem remotos, ad proximum nempe primum, proximumque tertium, et proximum quintum: verbi gratia, ad u v, A E, et q r intermiſſis, capillis proximo ſecundo l i, et proximo quarto s t obſeruari debet, vt obtineatur propoſitum. Idem de fine etiam eclipſeos huiusmodi tenendum eſt. In reliquis autem caſibus eclipſium et circa medium earundem, chorda defectiua capilliſque parallelis tunc ad ſitum diurno Solis parallelum ſenſim ſenſimque vergentibus, et parte diurni Solaris inter duos capillos proximos interiacente eo maiori prodeunte, motum limbi Solaris pro diſtantiis e g, ſatis magnis obtinendis, per ſingulas tantum aequales diſtantias capillorum parallelorum, poſt eius appulſum ad capillum in initio obſeruationis eidem proximum, verbi gratia

tia per *u l* et *l* A vel etiam per alterutram tantum earum obſeruare ſufficiet.

Schol. 3tium Diximus in antecedentibus motum diurnum vnius cuiuscunque puncti in diſco Solari aſſignabilis intra pauca minuta temporis factum pro aequali aſſumi poſſe motui diurno centri Solis, ſine vllo errore ſenſibili in corollariis inde deducendis aſſignando, id quod adhuc dubium aliquod mouere alicui forte poterit. Lubet itaque veritatem aſſerti huius exemplo probare, quod eandem omnium caſuum in eclipſibus Solaribus poſſibilium maxime oppugnet. Nimirum proponamus nobis in eclipſi Solari, quae ipſo tempore ſolſtitii brumalis contingit, vbi Sol maximam omnium declinationem, puta 23° 30′, maximamque etiam diametrum apparentem, nempe 32′ 43″. habet, obſeruatam eſſe phaſin eclipſeos, in qua linea *d g*, a puncto *d* tempore obſeruationis percurſa, deprehenſa eſt 4 minutorum primorum temporis, ob ſolitam anguſtiam camporum in tubis omnium cognominum linearum maxima, eaque tripla lineae *d b*, diſtantiis binorum quorumuis proximorum et interſe parallelorum capillorum in tubo extenſorum iis exiſtentibus, quarum vnamquamque centrum Solis in linea G C incedendo 30″ temporis percurrit. His poſitis inuenietur inclinatio diſtantiae centrorum vtriusque diſci ad diurnum Solis, ſeu angulus *g d b*, 70° 31′½, et diſtantia a diurno centri Solis verſus polum auſtralem puncti *d* 15′ 25″. Punctum itaque hoc ea celeritate latum, qua in diurno ſuo mouetur, percurret diurnum centri Solis 24h 2′ 52″½; hoc eſt ſingulis horis 7″ temporis minus ſpatium in coelis emetie-

tur quam centrum Solis. Ad diſtantiam itaque capillorum parallelorum in tubo percurrendam, quam punctum *d*, 4 minutis primis, ſeu 240″ temporis abſoluit, centrum Solis $239\frac{8}{13}$″ impendet. (ponamus defectum illum eſſe rotunde $\frac{1}{2}$″). Quodſi itaque motus puncti *d* tempore 4′ factus pro aequali accipiatur motui centri Solis eodem tempore facto, error inde in linea *g d* committetur $\frac{1}{2}$″ temporis hoc eſt, linea *d g*, a puncto diſci Solaris *d* tempore 4′ percurſa, non erit 240″ motus centri Solaris, vti eam aſſumendum eſſe ſupra diximus, ſed tantum $239\frac{1}{2}$″. Hoc itaque numero loco 240″ pro linea *d g* ſubſtituto caeteris manentibus, inuenietur in triangulo *b d g* inclinatio diſtantiae centrorum vtriusque diſci ad diurnum Solis vera, ſeu angulus *b d g* verus 70° 29′, vnde differentia, inclinationum diſtantiae centrorum ad diurnum Solis in vtroque caſu inuentorum, ſeu error in determinatione anguli *b d g*, ex ſuppoſitione illa proueniens erit 2′ 30″. Ponamus porro diſtantiam centrorum vtriusque diſci tempore obſeruationis illius deprehenſam eſſe 120″ temporis, et inuenietur inde (reſoluto nempe triangulo aequicruro, cuius vtrumque crus eſt 120″, et angulus ad centrum Solis, ab iisdem comprehenſus, eſt error ille inclinationis modo inuentus 2′ 30″) differentia locorum Lunae in coelis, ſeu in via eiusdem a Sole viſa $\frac{4}{47}$ ſecundi temporis, ſeu $1\frac{1}{4}$″ ſecundi gradus paralleli centri Solis, differentia autem altitudinum ſupra diurnum centri Solis locorum illorum Lunae $\frac{1}{30}$″ temporis, ſeu $\frac{1}{2}$″ gradus eiusdem paralleli, et diſtantia altitudinum illarum in diurno Solis a ſe inuicem itidem $1\frac{1}{4}$″ gradus eiusdem paralleli; quorum vnumquodque vtique nullius eſt momenti, et nullus

lus error ſenſibilis in loco Lunae in coelis inde prodit, conſequenter nec in aliis corollariis inde deducendis prodire poteſt; idque eo minus, quod errores illi loci Lunae in coelis omnium, qui eſſe poſſunt, maximi et tantum non prorſus impoſſibiles ſunt. Coeterum ſi quem forte errores hi ſollicitum teneant de vero loco Lunae in coelis inveniendo, et certitudine corollariorum inde deducendorum, is inuenta ad tempus obſeruationis phaſeos declinatione Solis poterit angulum *b d g* verum modo nuper deſcripto inueſtigare, et omnia quaeſita eclipſeos exinde deducenda accuratiſſima iam obtinebit.

§. 6. Eodem modo phaſes vlterius obſeruentur quotquot libuerit, dirigendo ſemper capillum *o p* ad cornua phaſeos, appulſusque limborum vmbroſi Lunae et luminoſi Solis ad duos capillos ſeorſim notando, donec ſagitta ſegmenti vmbroſi Lunae in Sole conſpicui diſtantiae capillorum *o p* et *q r* aequalis euadat, vel donec phaſis ita comparata fuerit, vt directo capillo *o p* ad cornua phaſeos limbus vmbroſus Lunae eodem tempore capillum *q r* ſtringat; quod vbi euenerit, eo ipſo momento numerentur oſcillationes horologii eodem vt ſupra modo, donec limbus luminoſus Solis capillos ſibi proximos, puta *l i* et A E vel alios commodius et vtilius obſeruandos attingat. Ex temporibus appulſuum horum inueniatur vt ſupra diſtantia limbi luminoſi Solis a capillo ſibi proximo *l i* in capillo G C numerata, quae ad diſtantiam capillorum *o p* et *l i* addita prodet partem luminoſam Solis ab eclipſi liberam, in initio obſeruationis obtinentem; qua data, phaſis etiam ipſa, et poſitio chordae defectiuae ad diur-

num Solis facile inuenietur. Praeterea data quantitate ſegmenti vmbroſi Lunae in diſco Solari conſpicui, aequali diſtantiae capillorum *o p* et *q r*, diameter quoque Lunae determinabitur, vt ſupra. Deinde ſinu verſo ſegmenti vmbroſi Lunae maiori facto diſtantia capillorum *o p* et *q r*, in phaſibus vlterius obſeruandis capillo *o p* ad cornua phaſeos ſemper directo, notandus erit appulſus limbi vmbroſi Lunae iam ad capillos *q r* et *o p*, non vero ad *o p* et B. D., vt ſupra factum, et ſic porro ad maximam vsque obſcurationem, ſeu ſitum chordae defectiuae diurno Solis parallelum. Poſt haec inſtituantur iterum obſeruationes obſcurationum Solis decreſcentium cum inclinatione chordae defectiuae ad diurnum Solis, et ſinu verſo ſegmenti vmbroſi in diſcum Solis temporibus obſeruationum porrecto, notando appulſus, prius limbi luminoſi Solis, deinde limbi obſcuri Lunae, ſtatu eclipſeos tunc ita ferente eodem prorſus modo, quo ſupra obſcurationes creſcentes obſeruatae ſunt, continuenturque vsque ad finem eclipſeos, et abſoluta erit obſeruatio eclipſeos Solaris.

Schol. Quoniam in methodo hac circa maximam obſcurationem, vbi nempe ſegmentum lucidum ſpectaculi ecliptici aut ſeptentrionale aut meridionale eſt, per quadrantem horae et amplius obſeruatio talis inſtitui, et plerumque maxima etiam obſcuratio actu determinari non poteſt. Illo itaque tempore, quod alias recreationi obſeruatoris optime concedetur, ſi lubet, dirigatur capillus tubi tranſuerſus ad cornua phaſeos, tranſitusque limbi Solaris per duos capillos obſeruetur modo ſequenti; ſit ſc. (Fig. 5.) circulus *a c b b m a*, diſcus Solis, *a i b n a*, diſcus

diſcus Lunae, ſegmentum lucidum ſeptentrionale *a n b h c a*. Dirigatur capillus tubi transuerſus ad cornua phaſeos, apteturque ſpectaculum eclipticum in tubo ita, vt cornu phaſeos alterutrum in interſectionem aliquam capillorum parallelorum cum capillo transuerſo, verbi gratia in *a* cadat. A tempore contactus cornu cum interſectione illa capillorum *a* numerentur oſcillationes horologii, donec limbus diſci Solaris *c* in diurno ſuo *c d f* latus per capillos tubi parallelos *o p* et B D tranſeat. Ex temporibus appulſuum limbi ad capillos *o p* et B D in *d* et *f*, diſtantiaque capillorum recta, ſeu linea *g e* data, inueniatur diſtantia recta limbi *e c*, a capillo proximo *o p* in initio obſeruationis obtinens et angulus *e c d*, vt ſupra § 5to factum. Subtrahatur diſtantia haec *e c* a diſtantia capillorum recta *o p* et *q r*, et reſtabit diſtantia recta *c l* limbi Solaris a capillo *q r* tempore obſeruationis obtinens. Subtrahatur diſtantia haec *c l* a radio diſci Solaris, et reſtabit ſemichorda defectiua *a t*, tempore obſeruationis obtinens, cuius inclinatio ad diurnum Solis aequalis angulo *e c d* per ſupra dicta datur. Ex ſemichorda defectiua *a t*, et diametro diſci Solaris inueniatur linea *t b*, e radio autem diſci Lunaris ex antecedente vel ſequente obſeruatione proxima, methodo ſuperiori inſtituta dato, et eadem ſemichorda defectiua, determinetur ſagitta defectiua *t n*, qua ſubtracta a linea *t b* reſtabit phaſis eclipſeos *b n* in initio obſeruationis obtinens quaeſita; et ſic porro. Obſcuratio autem maxima accuratius et optime ſemper determinatur ex obſeruationibus eidem proximis, immediate autem accurata obſeruari niſi rariſſime tantum poteſt: incertum enim eſt obſeruatori temporis momentum quo eadem contingit.

§. 7. Ex obſeruationibus eclipſeos Solaris hoc modo inſtitutis poſſunt deduci ſequentia. 1mo Motus Lunae a Sole viſus cum directione eiusdem ad diurnum Solis tempori inter duas quascunque obſeruationes intercedenti reſpondens. Ex qualibet namque obſeruatione phaſeos dantur ſemidiametri Lunae et Solis, quantitasque phaſeos partibus aequalibus temporis expreſſae, nec non inclinatio chordae defectiuae ad diurnum Solis; vnde diſtantia etiam centrorum Lunae et Solis, et inclinatio eiusdem ad diurnum Solis tempore obſeruationis phaſeos obtinentes facile inuenientur: ſi pro prima e ſumma ſemidiametrorum vtriusque mobilis quantitas eclipſeos ſubtrahatur, pro ſecunda autem inclinationis chordae defectiuae ad diurnum Solis complementum ad angulum rectum ſumatur. His autem ad tempora duarum quarumlibet obſeruationum datis, poſitoque Sole tempore inter obſeruationes intercedente in loco prioris obſeruationis immobili, facili negotio inuenitur propoſitum. Repreſentet enim linea A B diurnum Solis, circulus G P *g* F Solem, ſitque in vna obſeruatione E P chorda defectiua, cum inclinatione eiusdem ad diurnum Fig. 4. Solis E P K, H *l* radius Lunae, *o* K radius Solis, *o l* quantitas eclipſeos, et erit H K diſtantia centrorum cum inclinatione eiusdem H K P ad diurnum Solis A B. In ſecunda obſeruatione chordam defectiuam repreſentet linea G T, cum inclinatione eiusdem ad diurnum Solis G *t* K, ſitque radius Lunae I *n*, magnitudo eclipſeos *o n*, et erit diſtantia centrorum I K, cum inclinatione eiusdem ad diurnum Solis I K P. Exceſſus huius inclinationis ſupra priorem inclinationem, ſeu differentia earundem, erit angulus I K H. Per extrema diſtantiarum K H et K I, ſeu

puncta

puncta H et I ducatur linea H I, et formabitur inde triangulum H K I, in quo per obſeruationes, deductionesque ſuperiores dantur duo latera H K et I K cum angulo intercepto H K I. Quare reſoluendo hoc triangulum dabitur etiam latus H I, motus Lunae a Sole viſus tempore inter obſeruationes aſſumptas intercedente in via Lunae a Sole viſa H I D factus, et angulus K H A inclinatio eiusdem ad H K poſitione ad diurnum Solis datam, vnde ad ipſum etiam diurnum inclinatio eius facile deducetur, ſi nempe angulorum datorum K H I et H K A differentia ſumatur. Hinc 2do poteſt facile determinari tempus initii aut finis eclipſeos ob rationes quascunque non obſeruatum, itemque tempus et quantitas maximae obſcurationis: ſi nempe duae obſeruationes phaſium phaenomeno inuenien-do proximae aſſumantur, ad earumque tempora diſtantiae centrorum cum inclinatione earundem ad ſe inuicem inveniantur, et inde motus mobilium a ſe inuicem viſus in via eorundem viſa tempore inter obſeruationes intercedente factus, cum inclinatione eiusdem ad diſtantiam centrorum phaenomeno quaeſito proximam determinetur vt ſupra, diſtantiaque phaenomeni in linea motus mobilium a ſe inuicem viſi a diſtantia centrorum phaenomeno quaeſito proxima inde deducatur; reliqua vero eodem modo fiant vt in computo eclipſium Solarim iuxta methodum Kepleri in iisdem caſibus fieri aſſolet. Quodſi 3^tio^ meridiebus eclipſi ſpectatae proximis altitudines meridianae Solis obſeruentur, ex differentia earum et meridierum illorum determinabitur inclinatio diurni Solis ad parallelum aequatoris, quem Sol in meridie eclipſi proximo tenuit, ſimulque ad ipſum etiam aequatorem, et motus Solis in declina-

declinationem diurnus. Si autem porro in loco obſeruationis altitudo etiam aequatoris cognita fuerit, ex altitudinibus illis Solis poterit facili negotio deduci declinatio Solis in vtroque meridie. His autem cognitis declinatio Solis ad quodlibet etiam diei tempus, ſeu ad tempus cuiuslibet obſeruationis phaſeos inuenietur. Ex ea vero et obliquitate eclipticae ad aequatorem datis inclinatio quoque eclipticae ad diurnum Solis pro quolibet diei tempore determinabitur. Et quia inclinationes ad diurnum Solis diſtantiae centrorum Lunae et Solis, nec non viae Lunae a Sole viſae tempore inter duas quascunque obſeruationes phaſium intercedente obtinentis per *nrum* 1^{mum} §ph huius dantur, et per hactenus dicta inclinatio diurni Solis ad eclipticam et aequatorem determinata eſt, inclinationes earundem ad eclipticam quoque et aequatorem eiusque parallelos omnes nullo negotio dabuntur. *Denique* 4to datis per ſupra dicta ad tempora duarum quarumlibet obſeruationum phaſeos diſtantiis centrorum Lunae et Solis, cum inclinationibus earundem ad eclipticam parallelosque, aequatoris per centrum Solis temporibus obſeruationum tranſeuntes, poſitoque Sole in loco primae obſeruationum aſſumptarum, quo ad motum eius diurnum in longitudinem, immobili, poſſunt inueniri ad tempus vtriusque obſeruationis differentiae declinationum aſcenſionumque rectarum nec non latitudinum et longitudinum Lunae et Solis, et motus Lunae a Sole tempore inter obſeruationes aſſumptas intercedente in ecliptica et parallelo aequatoris per centrum Solis in prima illa obſeruatione tranſeunte factus, indeque momentum coniunctionis mobilium in ecliptica et aequatore viſae determinari; ſi nempe obſeruationes ta-

les

les aſſumantur, in quarum altera inclinatio diſtantiae centrorum Lunae et Solis ad eclipticam et parallelum Aequatoris angulo recto proxime minor, in altera proxime maior eſt.

§. 8. Quoniam in corollariis ex obſeruatione eclipſeos Lunaris hoc loco deſcribendae decucendis motu Lunae proprio ad aequatorem relato durante eclipſi facto opus erit; conueniit prius, antequam modum obſeruationem hanc inſtituendi exponam, deſcribere methodum, qua motus ille Lunae reſpectu aequatoris obſeruari debeat, vt idem pro omni tempore eclipſeos cognitus habeatur. Nimirum in ſiſtemate capillorum § 1mo deſcripto extendantur a punctis H et B per centrum tubi ad puncta D et F duo capilli obliqui D H et B E ad angulos rectos ſeſe in centro tubi c ſecantes, ad capillos autem A E et C G ſub angulis ſemirectis itidem in tubi centro inclinati, et aptetur ſiſtema capillorum in foco tubi cuiuscunque ita, vt idem in tubo pro lubitu circumuerti poſſit. His praemiſſis dirigatur 1mo tubus ad Lunam plenam horis aliquot ante eclipſin ita, vt limbus eius apparens inferior in capillo G C promoueatur per integram eius apparitionem in tubo, obſeruetur que in hoc ſitu Lunae ad capillum G C tranſitus diſci Lunaris per capillum A E, et temporis momentum quando margo Lunae antecedens capillum ſiſtematis vltimum verbi gratia B D, vel alium quemcunque commodius obſeruandum attingit, et immoto tubo ſiſtemateque capillorum expectetur, donec ſtella aliqua fixa tubum ingrediatur (quod ob multitudinem ſtellarum poſt quadrantem vel dimidium horae facile fiet) ingreſſaque ad Fig. 1.

duos capillos parallelos a ſe inuicem ſatis remotos verb. gr. H F et A E, capillumque obliquum alterutrum appellat, quorum appulſuum tempora a contactu limbi antecedentis Lunae cum capillo ſiſtematis vltimo, vel quocunque alio numerata ſeorſim notentur. Deinde 2do obſeruetur tranſitus ſtellae huius per diſtantias capillorum tubi parallelorum interſe omnes in ſitu capilli G C ad diurnum ſtellae parallelo, et tempora tranſituum per vnamquamque diſtantiam ſeorſim etiam notentur. Et dabitur ex his obſeruationibus 1mo Diameter Lunae oſcillationibus horologii ad motum ſtellae relatis expreſſa; Nec non 2do Inclinatio diurni Lunae ad parallelum ſtellae, et denique 3^{tio} Differentia declinationum et aſcenſionum rectarum Lunae et ſtellae, ſeu locus Lunae reſpectu aequatoris tempore contactus marginis Lunae antecedentis cum capillo ſiſtematis vltimo B D, vel alio quocunque aſſumpto obſeruationi commodius inſeruiente obtinens.

§ 9. Quoniam enim per obſeruationem 1^{mam} datur tranſitus marginis Lunae antecedentis per diſtantiam capillorum parallelorum A E et B D, et tranſitus diſci Lunaris per capillum A E vtrumque in ſitu capilli G C ad diurnum Lunae parallelo, et per obſeruationem 2^{dam} tranſitus ſtellae per eandem diſtantiam capillorum in ſitu capilli G C ad diurnum ſtellae parallelo, fiat itaque illatio: vt tempus tranſitus marginis Lunae per diſtantiam capillorum A E et B D ex obſeruatione illa 1ma datum, ſe habet ad tempus tranſitus ſtellae per eandem diſtantiam ex obſeruatione 2da cognitum, ita tempus tranſitus diſci Lunaris per capillum A E ex prima itidem obſeruatione

notum

motum ad oſcillationes horologii motum ſtellae exprimentes, eidem tranſitui, vel diſco Lunae reſpondentes quaeſitas. *Quod erat primum* Pro 2do autem et 3^tio^, ſit circulus maior cum lineis parallelis interſe et ad lineam G C perpendicularibus campus tubi cum ſiſtemate capillorum, § 8. deſcripto, in eo ſitu reſpectu coeli, qui in obſeruatione 1ma §phi antecedentis requirebatur, hoc eſt in ſitu capilli G C ad diurnum Lunae parallelo, circulus minor Luna plena, quae, margine ſuo inferiore in linea G C progrediendo, contingat limbo antecedente capillum tubi vltimum B D in M, prouti in obſeruatione illa 1ma requiritur. Et eodem momento, quo appulſus hic celebratur, ponatur ſtella tubum poſtea ingreſſura in S, ab eaque per campum tubi ducatur linea S *a* parallelum ſtellae repreſentans, per quam ſtella incedendo ad capillum tubi parallelorum primum H F appellat in *e*, ad ſecundum priori parallelum A E in *f*, et ad tertium obliquum in *a*. His poſitis demittatur a centro Lunae L in parallelum ſtellae S *a* perpendicularis L *d*, et erit ea differentia declinationum; linea autem *d* S inter perpendicularem illam, et ſtellam S intercepta, erit differentia aſcenſionum rectarum Lunae et ſtellae tempore contactus limbi Lunae M cum capillo B D obtinentes, quas ex obſeruationibus §pho antecedente inſtitutis, in partibus aequalibus temporis ad motum ſtellae relatis hoc loco determinare volo. Hunc infinem agatur 1mo per punctum *a*, linea *a g* parallela lineae G C, et orientur inde duo triangula *f l a*, et *e g a* rectangula et ſimilia per conſtructionem, in quibus per obſeruationem primam §phi antecedentis dantur lineae *a f*, et *f e*, tempora nempe tranſi- Fig. 6.

tuum ſtellae S tubum iam ingreſſae a capillo H F ad capillum A E, et ab hoc ad capillum obliquum H D, oſcillationibus horologii definita, et per obſeruationem ſecundam eiusdem §phi linea $l\ g = c\ b$ iisdem partibus, oſcillationibus nempe eiusdem horologii expreſſa, quibus durantibus eadem ſtella S ab eodem capillo H F ad eundem A E, in ſitu capilli G C ad diurnum ſtellae parallelo tranſit, vnde linea etiam $a\ l$ in iisdem partibus inuenietur, inferendo, vt linea $f\ e$ ſe habet ad lineam $l\ g$; ita $a\ f$, ad $a\ l$, quaeſitam, aequalem lineae $c\ m$ eidem parallelae et inter easdem parallelas $l\ c$ et $a\ m$ interceptae. 2da Data autem hac linea $a\ l$, et ex ſupra dictis linea $a\ f$, in triangulo $a\ l\ f$ rectangulo ad l, inuenietur linea $f\ l$, et angulus $a\ f\ l$, cuius complementum ad rectum erit angulus $f\ a\ l$, inclinatio diurni ſtellae ad diurnum Lunae tempore contactus limbi antecedentis Lunae M cum capillo B D obtinens; *quaeſitorum ſecundum.* 3^{tio} Subtrahatur ſemidiameter Lunae V o ſupra ex obſeruatione 1ma §phi antecedentis in oſcillationibus horologii ad motum ſtellae relatis deducta, a diſtantia capillorum V c, ibidem et in iisdem partibus data, et reſtabit linea $o\ c$, cuius differentia a linea $m\ c$, aequali lineae $a\ l$, *numero* 1mo inuentae, dabit lineam $m\ o = a\ n$, eidem parallelae et inter easdem parallelas $a\ m$ et $n\ o$ interceptae. Qua data 4to inueniantur latera $n\ i$ et $a\ i$ trianguli $a\ n\ i$, ſimilis triangulo $a\ l\ f$, inferendo ſc. pro primo, vt $a\ l : l\ f = a\ n : n\ i$; pro ſecundo autem vt $a\ l : a\ f = a\ n : a\ i$. Deinde 5to ſubtrahatur linea $n\ i$ nuper inuenta, a linea $a\ m$, aequali $m\ c$ (ob angulos ad a et c, trianguli $c\ m\ a$ ſemirectos et aequales) aequali $a\ l$, numero primo datae, et reſtabit linea $o\ i$, qua porro ad radium Lunae L o addita,

dita, habebitur linea L *i*, hypothenuſa trianguli L *d i*. 6to Quodſi iam trianguium hoc rectangulum L *d i*, datis in eo, praeter rectum ad *d*, angulo L *i d*, aequali ſuo alterno *a f l*, ſupra per numerum ſecundum inuento, et latere L *i* numero quinto deſinito, reſoluatur, inuenietur inde latus L *d*, differentia declinationum Lunae et ſtellae, tempore contactus limbi antecendentis Lunae M cum capillo B D obtinens oſcillationibus horologii ad motum ſtellae relatis expreſſa, *quaeſitorum* §pho antecente *numero tertio propoſitorum primum*, et praeterea latus *d i*. Componatur tandem latus hoc *d i* cum linea *a i* ſupra numero quarto inuenta, ſummaque ſubtrahatur a tempore, quod à contactu limbi antecedentis Lunae M cum capillo B D ad appulſum ſtellae ad capillum obliquum H D in *a* praeterlapſum eſt, reſiduum dabit lineam *d* S, differentiam aſcenſionum rectarum Lunae et ſtellae iisdem partibus expreſſam, et eodem tempore obtinentem, in numero tertio §phi antecedentis *vltimo quaeſitam*. 7mo Inuentis hoc modo differentiis declinationum et aſcenſionum rectarum Lunae et ſtellae in partibus temporis ad motum ſtellae relatis, partes etiam circuli maximi iisdem differentiis competentes invenientur, illatione inſtituta, vt tempus tranſitus ſtellae per diſtantiam capillorum B D et H F in ſitu capilli G C ad diurnum ſtellae parallelo per obſeruationem 2^{am} §phi antecedentis datum, ſe habet ad partes circuli maximi eidem diſtantiae capillorum reſpondentes per § 2^{dum} inuentas; ita differentia declinationum, vel aſcenſionum rectarum Lunae et ſtellae in partibus temporis numero 6to data ad partes circuli maximi eidem reſpondentes, pro differentia declinationum, quae arcus circuli maximi eſt, veras

ras. 8vo Quoniam autem ſtella non in circulo maximo, vel non in aequatore ipſo, ſed in circulo eidem parallelo, eodemque minori moueri ſupponitur, numerus partium circuli maximi pro differentia aſcenſionum rectarum ſupra inuentus, numero partium paralleli ſtellae eidem competenti minor erit, idque in ratione diametri paralleli ſtellae ad diametrum aequatoris vti notum eſt. Quare pro numero partium paralleli ſtellae differentiae illi aſcenſionum rectarum reſpondente inueniendo, denuo illatio inſtitui debet; vt ſc: ſe habet coſinus declinationis ſtellae ſeu radius paralleli ſtellae ad ſinum totum, vel radium aequatoris; ita partes circuli maximi differentiae aſcenſionum rectarum reſpondentes ſupra inuentae, ad partes paralleli ſtellae eidem differentiae aſcenſionum competentes. 9no Datis hoc modo differentiis declinationum et aſcenſionum rectarum centri Lunae et ſtellae, nec non declinatione et aſcenſione recta ſtellae, quae aliunde datae ſupponuntur, declinatio quoque et aſcenſio recta centri Lunae ad tempus obſeruationis per ſe innoteſcent. Quodſi loca Lunae ad ſtellam hunc in modum repetendo obſeruationem primam §pho antecedente deſcriptam, poſteriori eadem ſemper manente, aliquot vicibus ante initium eclipſeos et durante eclipſi definiantur, datur inde motus Lunae apparens iuxta aequatorem et ab aequatore quolibet tempore eclipſeos obtinens, et ex eo locus centri Lunae reſpectu aequatoris ad quodcunque eclipſeos momentum quaerendus.

Schol. Quodſi poſito, margine Lunae inferiori ſupra capillum G C, in ſitu eiusdem ad diurnum Lunae parallelo, per quadrantem vel dimidium horae nulla ſtella ad

ad obſeruationem modo ſupra deſcripto inſtituendam ido nea appareat, poterit margo Lunae ſuperior ad capillum G C ceteris paribus admoueri, et in hoc ſitu ſtella deſiderata expectari, cum qua iisdem obſeruationibus inſtiutis, quae in § pho deſcribuntur, poſitio Lunae ad eam ſimulque reſpectu aequatoris, eodem modo vt in § pho hoc factum eſt, determinabitur.

§. 10. Fieri autem fortaſſis poteſt, vt nulla ſtella Lunam ſequens, in ſitibus Lunae ad capillum G C ſupra deſcriptis poſt dimidium etiam horae tubum ingrediatur, per ſiſtemaque capillorum tranſeat. In eo caſu quaeratur in coelis inſpiciendo per tubum ante Lunam in vicinia eiusdem ſtella, eandem circiter cum Luna declinationem habens, vel ita ad Lunam poſita, vt ſi per medium tubi tranſeat, tubusque immotus relinquatur, Luna quoque tubum ante dimidium horae ingredi, capillosque ſiſtematis attingere poſſit. Quod vbi euenerit; eligatur in diſco Lunae, dum eadem tubum primo poſt ſtellam transgreditur, punctum ſatis diſtinctum et medio tubi proximum, obſerueturque 1mo tranſitus puncti huius per diſtantias interſe capillorum omnes, in ſitu capilli G C ad diurnum puncti parallelo, et tempora tranſituum per vnamquamque diſtantiam ſeorſim notentur, ſimulque inueniatur puncti huius locus in diſco Lunae, ſeu poſitio eiusdem in coelis reſpectu centri Lunae, eodem modo quo poſitiones macularum Solarium in diſco Solis vulgo obſeruantur, vt ſc. perpendicularis e puncto illo in diurnum centri Lunae demiſſa, et diſtantia perpendiculi huius a centro Lunae in eodem diurno, nec non diameter diſci Lunae oſcillationibus horologii ad motum Lunae relatis expreſſae

preſſae innoteſcant, et notetur tempus huius obſeruationis. Similiter obſeruentur 2do tranſitus ſtellae per vnamquamque etiam diſtantiam capillorum in ſitu capilli GC ad diurnum ſtellae parallelo. Inueniaturque 3^{tio} diameter Lunae in partibus temporis ad motum ſtellae relatis, eodem modo, quo idem §9no factum eſt. His praemiſſis 4to dirigatur tubus cum ſiſtemate capillorum ad ſtellam ita, vt eadem in capillo G C per integram eius apparitionem in tubo immoto promoueatur, noteturque temporis momentum quando ea modo deſcripto lata ad capillum tubi vltimum verb. gr. B D appellit; et 5to immoto tubo ſiſtemateque capillorum expectetur, donec punctum illud in diſco Lunae ſupra definitum, tubum ingrediatur, ad capillumque obliquum alterutrum, et praeter vnum capillorum parallelorum quemcunque ad capillum etiam B C appellat, quorum appulſuum omnium tempora ſeorſim notentur: Et dabitur ex his obſeruationibus poſitio centri Lunae ad ſtellam, rempore appulſus puncti illius in diſco Lunae aſſumpti ad capillum B D obtinens.

§. 11. Repreſentet enim circulus ACEG cum lineis parallelis interſe et ad lineam GC perpendicularibus, Fig. 7. lineaque obliqua BF ad augulos ſemirectos interſectis campum tubi cum ſiſtemate capillorum §8vo deſcripto, ſitque circulus X N *t* L, cuius centrum L, Luna, M punctum pro obſeruatione in diſco Lunae aſſumptum, linea *q r* diurnus eius, in quo idem incedendo ad capillum parallelorum primum AE in *r*, ad obliquum BF in *t*, et ad parallelum vltimum BD in M appellit, linea autem SG diurnus ſtellae cum capillo GC congruens, et ſtella in S: omnia in eo ſitu ad ſe inuicem capilloſque tubi,

tubi, quem tempore contactus puncti M cum capillo B D habuerunt. Demittatur a centro Lunae L in diurnum vel parallelum ſtellae S G perpendicularis L *e*, et ſiſtet ea differentiam declinationum, linea autem S *e* inter perpendicularem illam et ſtellam S intercepta, differentiam aſcenſionum rectarum centri Lunae et ſtellae, tempore appulſus puncti M ad capillum B D exhibebit; quae nunc in partibus temporis ad motum ſtellae relatis determinandae ſunt. Hunc infinem ducatur 1mo a puncto M ad lineam obliquam B F recta M *b* parallela ad capillum G C, a punctoque *d*, demittatur in eandem perpendicularis *d a*, et formabuntur inde duo triangula rectangula et ſimilia per conſtructionem M *r g* et M *d a*, in quibus per obſeruationem 5^{tam} §phi antecedentis, latera M *r*, M *d*, et per obſeruationem 1^{mam} eiusdem §phi latus M *g* oſcillationibus horologii ad motum puncti M relatis expreſſa dantur; vnde linea quoque M *a*, cum angulis *a* M *d*, et M *d a* et perpendiculum *d a*, (ob angulos *a d b* et *a b d* ſemirectos et aequales per conſtruct:) aequale lineae *a b* etiam dabuntur, et ſumma laterum M *a*, *d a*, exprimet lineam M *b* aequalem lineae *n f*, a perpendiculari *b f* ex linea *n c* reſectae. Quoniam autem 2do linea *n c* per obſeruationem 1^{mam} §phi antecedentis in iisdem cum linea M *b* partibus datur, dabitur quoque differentia earum *f c* = *f b*, ob angulos *f b c* et *f c b* ſemirectos et aequales per conſtructionem. Data autem *b f* datur etiam M *n* eidem parallela et aequalis, ob parallelas inter ſe, M *b* et *n c* easdem intercipientes. Porro 3^{tio} ducatur per centrum Lunae L linea *t u*, parallela lineae *q r* diurnum centri Lunae repreſentans, et in eam e puncto M de-

M demittatur perpendicularis M *p*, iunganturque puncta M et L recta M L, et formabitur inde triangulum M *p* L, in quo perpendiculum M *p*, et diſtantia eius a centro Lunae *p* L per obſeruationem 1^{mam} §phi antecedentis dantur, vnde linea quoque M L et angulus *p* L M inuenientur. 4to Subtrahatur angulus *p* L M nuper inuentus ab angulo *p* L *e* = M *d a* *nro* primo dato (ob lineas nempe *t u* et *q r* parallelas interſe, lineamque L *e* easdem ſecantem lineae M *d* parallelam) et reſtabit angulus M L *o* 5to In triangulo rectangulo M *o* L datis per *nrum* 3^{tium} hypothenuſa M L et per *nrum* 4^{tum} angulo M L *o* invenientur latera L *o* et M *o* = *n e* partibus temporis ad motum puncti M relatis expreſſa. 6to Addatur linea L *o* ad lineam *o e* = M *n* *nro* 2do datae, et prodibit linea L *e* differentia declinationum centri Lunae et ſtellae motu puncti M expreſſa. 7mo Vt autem lineae hae L *e* et *n e* in partibus temporis ad motum ſtellae relatis habeantur, fiat illatio: vti ſe habet tempus tranſitus puncti M per lineam *n c*, ſupra ex obſeruatione 1ma §phi antecedentis datum, ad tempus tranſitus ſtellae per eandem lineam ibidem ex obſeruatione 2da cognitum, ita linea L *e* *nro* 6to, vel *n e* *nro* 5to, in oſcillationibus horologii ad motum puncti M relatis data, ad oſcilſotiones horologii motum ſtellae exprimentes eidem competentes quaeſitas; et dabitur hoc modo differentia declinationum centri Lunae et ſtellae ſeu linea L *e* motu ſtellae expreſſa; *quaeſitorum primum*, nec non linea *n e*. Tandem 8vo addantur oſcillationes horologii lineam *n e* exprimentes nuper inuentae ad oſcillationes horologii a contactu ſtellae S cum capillo B D ad occurſum puncti M eidem

capillo

capillo intercedentes lineam S *n* componentes, et prodibit linea S *e*, differentia aſcenſionum rectarum centri Lunae et ſtellae motu ſtellae expreſſa tempore contactus puncti M cum capillo B D obtinens, *quaeſitorum alterum et vltimum*; quibus datis datur poſitio centri Lunae ad ſtellam ſimulque locus eius reſpectu aequatoris tempore propoſito obtines. Ad partes autem circuli maximi lineae hae eodem prorſus modo reducentur, quo idem in §9no *nris* 8vo et 9no factum eſt. Quodſi loca Lunae ad ſtellam repetendo obſeruationes *nro* 4to et 5to in § pho antecedente deſcriptas, tribus prioribus iisdem ſemper manentibus, hunc in modum durante eclipſi Lunae aliquot vicibus definiantur, poterit inde facili negotio inueniri locus centri Lunae reſpectu aequatoris ad quodlibet tempus eclipſeos; vt prius.

§. 12. Quodſi autem poſito capillo G C in diurno ſtellae, Luna tubum poſt dimidium horae non ingrediatur, vel capillos ſiſtematis ad locum eius determinandum requiſitos non attingat, in eo caſu, inſtitutis prius obſeruationibus in §pho 10mo *nris* 1mo, 2do et 3^{tio} deſcriptis, demittatur ſtella prope capillum A E, quoad ſaluis re quiſitis fieri poteſt, infra capillum G C in quocunque eius ad diurnum ſtellae ſitu, vel attollatur caeteris paribus ſupra eundem, et loco obſeruationis 4^{tae} §pho citato deſcriptae obſeruetur eius appulſus ad tres capillos ſiſtematis, vnum nempe obliquum et duos parallelos a ſe inuicem ſatis remotos, inter quos ad capillum B D, iisdemque obſeruationibus cum puncto, ſeu macula, Lunae aſſumpta inſtitutis, quae *nro* 5to §phi citati deſcribuntur, et momento appulſus maculae ad capillum B D pro mo- Fig. I.

 mento

mento obſeruationis, vt prius, aſſumpto, poſitio centri Lunae ad ſtellam vel eius locus reſpectu aequatoris momento obſeruationis obtinens ad modum praecedentium ſolutionum facile determinari poterit. Sc: ſit circulus
Fig. 8. ACEG cum lineis parallelis et transuerſis campus tubi cum ſiſtemate capillorum §8vo deſcripto, in quo circulus minor N*t*L eſt Luna, cuius centri L poſitio ad capillum GC ſeu lineae L*e* et *ne* oſcillationibus horologii ad motum ſtellae relatis expreſſae momento obſeruationis obtinentes ad modum in §11mo deſcriptum ex iisdem datis inueniendae dantur, linea S*o* diurnus ſeu parallelus ſtellae S, in quo eadem incedendo ad capillum parallelorum primum AE in *o*, ad obliquum HD in *r*, et ad BD in *a* appellit. Ducta a puncto *a*, linea *abg*, parallela ad GC lineae obliquae HD in *b* occurrente, demiſſoque in eam a puncto *r* perpendiculo *rd*, formabuntur inde duo triangula rectangula et ſimilia *aoq*, et *ard* per conſtructionem; in quibus per obſeruationes ſuperiores dantur lineae *ao*, *or*, et *aq*, oſcillationibus horologii ad motum ſtellae relatis expreſſae, vnde linea quoque *ad*, in iisdem partibus, et anguli *dar* et *ard* cum iisque perpendicularis *rd*=*db*, (ob anguſos *drb*, et *dbr* ſemirectos per conſtruct: et aequales) inuenientur. Summa linearum modo inuentarum *ad* et *dr* ſeu *db*, dabit lineam *ab*, cuius differentia a linea *nc* per obſeruationem 1^{dam} data, lineam *an*, vt prius manifeſtabit. Porro in triangulo rectangulo *atp*, a linea L*e* ad diurnum vsque ſtellae producta lineamque *ag* in *t* ad angulos rectos ſecante formato, latere eius *at*=*ne*, et angulo *tap*=*dar* datis, latera *tp* et *ap* inuenientur. Addatur latus *tp*, ad

ad lineam $a n = t e$, et prodibit linea $e p$, quae porro ad lineam L e addita lineam L p producet. His inuentis demittatur a puncto L ad parallelum ſtellae perpendicularis L g, et formabitur inde triangulum rectangulum L$g p$, in quo praeter rectum ad g dantur per praemiſſas determinationes hypothenuſa L p, et angulus L$p g$ aequalis ſuo alrerno $a r d$, vnde latus quoque Lg, differentia declinationum centri Lunae et ſtellae tempore appulſus maculae M ad capillum B D obtinens, et linea $p g$ partibus temporis ad motum ſtellae relatis expreſſae dabuntur. Tandem addantur oſcillationes horologii lineam $a p$ ſupra datam exprimentes ad ſimiles oſcillationes a contactu ſtellae S cum capillo B D ad occurſum maculae M eidem capillo intercedentes lineam S a componentes, et prodibit linea Sp, a qua ſubtracto latere $p g$ nuper inuento, reſtabit linea Sg, differentia aſcenſionum rectarum centri Lunae et ſtellae momento obſeruationis obtinens itidem motu ſtellae expreſſa: quibus datis datur poſitio centri Lunae ad ſtellam quaeſita. Eodem modo loca Lunae ad ſtellam vlterius determinabuntur, ſi duae obſeruationes poſteriores *nris* nempe 4[to] et 5[to] §phi huius memoratae repetantur, tres enim priores conſtantes ſunt, et ſemel definitae per integram durationem eclipſeos eaedem obtinent, et poterit hinc locus Lunae reſpectu aequatoris per regulam proportionum ad quodlibet tempus eclipſeos inter obſeruationes huiusmodi intermedium definiri vt prius.

Schol. 1[mum] Quodſi poſito margine Lunae inferiori ſupra capillum G C in ſitu eiusdem ad diurnum Lunae paralleło, prouti in Scholio §9ni deſcribitur, ſtella Lu-

nam ſequens tubum ante quadrantem vel dimidium horae ingrediatur quidem, ſed in parte eius inferiori, capilloſque ſiſtematis ad locum Lunae reſpectu ſtaellae determinandum requiſitos non attingat, in eo caſu poterit margo ille Lunae ſupra capillum G C, quoad ſaluis requiſitis fieri poteſt, eleuari, et poſitio ad ſtellam maculae alicuius exiguae in diſco Lunae aſſumptae limboque inferiori proximae, modo ſupra deſcripto, obſeruari. Huius enim poſitione ad centrum Lunae cognita, quod facillime ſemper fiet, poſitio quoque centri Lunae ad ſtellam inuenietur vt ſupra. Idem de ſimili apparitione ſtellae in parte tubi ſuperiore, margine ſuperiori Lunae infra capillum G C ſimiliter poſito, tenendum eſt.

Schol. 2^{dum} Iisdem modis poſſunt obſeruari tranſitus Lunae per ſtellas quocunque alio tempore, vel in quacunque Lunae phaſi, ſi obſeruationem diametri Lunae excipias, quae tunc ob phaſin non omnis apparet, et conſequenter modo in §8vo *nro* 1mo deſcripto obſeruari nequit. In illis itaque caſibus pro diametro Lunae obſeruanda, dirigatur capillus G C ad cornua phaſeos, vel in ſitum iisdem proxime parallelum, et immotis in hoc ſitu capillis et tubo obſeruetur appulſus alterutrius cornu, exempli gratia S, ad duos capillos proximos, puta *q r*, Fig. 9. et *o p*, in *f* et *d*, et alterius cornu I ad vnum capillum verb. gr. *x y*, tempore contactus primi cornu S cum capillo primo *q r*, eidem proximum, et poterit hinc diameter Lunae eodem modo, in iisdemque partibus determinari, quo eandem ſupra §9no in plenilunio definiuimus, inferendo ſc: ob triangula *d n f*, et *g m* I ad *n* et *m* rectangula et ſimilia per conſtr: vt tempus tranſitus

cornu

cornu S a capillo *q r* ad capillum *o p*, iuxta diurnum Lunae S *d*, ſeu linea *d f*, ſe habet ad lineam *d n*, per obſeruationem 2^{dam} § 8^{vi} inueniendam; ita tempus a contactu cornu S cum capillo *q r*, ad occurſum cornu alterius I in diurno Lunae *g* I lati, capillo ſibi proximo *x y* praeter lapſum, ſeu linea verb. gr. I *g*, ad diſtantiam breuiſſimam cornu I a capillo *x y*, ſeu lineam I *m*, tempore contactus cornu S cum capillo *q r* obtinentem: quae ad diſtantiam rectam capillorum *q r* et *x y* per obſeruationem 2^{dam} § 8^{vi} inueniendam addita, ſi cornu S ad capillum *q r* prius, quam cornu I appullerit, vel ab eodem ſubtracta, ſi idem hoc ſerius fecerit, prodet diametrum Lunae oſcillationibus horologii ad motum ſtellae relatis expreſſam et quaeſitam; quae tamen in partes temporis ad motum Lunae relatas reduci debet, quotiescunque poſitio puncti alicuius in diſco Lunae quaerenda veniet. Coeterum, quoniam in his caſibus vbi ſc: Luna per ſtellam tranſit, diurnus quoque ſtellae per Lunam neceſſario tranſire debet, vnde differentia declinationum et aſcenſionum rectarum Lunae et ſtellae ex obſeruationibus §8vo deſcriptis paulo aliter deducendae venient, quam idem §9no factum eſt. Lubet itaque hic modum deſcribere, quo in his caſibus poſitio illa centri Lunae ad diurnum ſtellae, ſeu differentiae declinationum et aſcenſionum rectarum Lunae et ſtellae determinari debent, antequam ad obſeruationem eclipſium Lunarium exponendam accedam. Nimirum ſit in Fig. 10. poſitio Lunae *o* M L et diurni ſtellae S *e* ad capillos tubi ea, quae ante propoſitam occultationem ſtellae a Luna tempore contactus limbi Lunae M, margine ſuo *o*, in capillo G C inceden- Fig. 10.
tis,

tis, cum capillo H F obtinet, appellatque ſtella S in diurno ſuo S *e* incedendo ad capillum obliquum B F in *a*, ad primum parallelorum A E in *f* et ad ſecundum *u* V in *e*, ſit praeterea linea L *d*, a centro Lunae L in diurnum ſtellae S *e* perpendiculariter demiſſa, differentia declinationum, et S *d* differentia aſcenſionum rectarum Lunae et ſtellae tempore contactus limbi Lunae M cum capillo H F obtinentes quaerendae. Quare ducta linea *e g* parallela ad G C, demiſſoque a centro Lunae L ad eandem G C perpendiculo L *o*, quaeratur *primo*, in triangulis *e l f*, et *e g a* hinc formatis rectangulis et ſimilibus per conſtr. [datis per obſeruationes modo in §8vo *nris* 1mo et 2do deſcripto inſtituendas lateribus eorum *e f*, *f a*, et *e l* = *b c*] linea *a m*, inferendo vt *e f* : *e l* = *f a* : *l g* = *c m* = *a m*, ob angulos *m c a* et *m a c* ſemirectos et aequales per conſtruction: Deinde 2do reſoluatur triangulum rectangulum *e g a*, lateribus eius *e g*, et *e a*, datis, per compoſitionem nempe linearum *e l*, et *l g*, *e f* et *f a* *nro* 1mo datatum deducendis, et inuenientur inde anguli *e a g*, *a e g*, et latus *a g*. Porro 3^{tio} datis ex obſeruationibus §8^{vi} ſaepe citatis, diſtantia capillorum H F et *u v*, ſeu linea V *b* et per obſeruationem Scholii huius radio Lunae V *o*, dabitur earum differentia, ſeu linea *b o* = *e n* eidem parallelae et inter easdem parallelas *e b* et L O interceptae. Qua data 4to lineae quoque *e i* et *n i*, ob triangula *e n i*, et *e g a* ſimilia per conſtruct: lineasque *e g* et *g a* per *nrum* 2 ^{dum} datas inuenientur, inferendo ſc: pro prima, vt *e g* : *e a* = *e n* : *e i*; pro ſecunda autem vt *e g* : *a g* = *e n* : *n i*. 5to Datis per numeros 1^{mum} et 2 ^{dum} lineis *a m*, et *a g*, et per

nrum

nrum 4^{tum} linea *n i*, deducatur linea *i o*, ſubtrahendo ſc: in hoc caſu, lineam *a g* a linea *a m*, ad reſiduumque *g m* = *n o* addendo lineam *n i*. Quodſi 6to linea haec *i o* a radio Lunae L *o* ſubtrahatur, reſtabit linea L *i*. Qua data 7mo, in triangulo. L *d i* rectangulo ad *d*, datis latere L *i*, et angulo L *i d*, ſuo alterno *e a g* per *nrum* 2^{dum} inuento aequali, determinabitur latus L *d*, differentia declinationum Lunae et ſtellae oſcillationibus horologii ad motum ſtellae relatis expreſſa, tempore contactus limbi Lunae M cum capillo H F quaeſita, nec non latus alterum *d i*. Addatur tandem 8vo latus hoc *d i* ad lineam *e i*, *nro* 4to inuentam, ſummaque ſeu linea *d e*, ſubtrahatur a linea *e s*, ſeu tempore, quod a contactu limbi Lunae M cum capillo H F ad appulſum ſtellae ad capillum *u v* in *e* intercedit, reſiduum vel linea *d* S erit differentia aſcenſionum rectarum Lunae et ſtellae quaeſita, ſeu eodem tempore obtinens iisdemque partibus cum linea L *d* expreſſa; quibus datis locus Lunae ad ſtellam per ſe patet. Quodſi inſtante occultatione ſtellae a Luna, vel ſtatim poſt emerſionem ſtellae loca Lunae ad ſtellam methodis hactenus expoſitis aliquot vicibus inueniantur, poterit inde poſitio viae Lunae a ſtella viſae ad diurnum ſtellae, motusque Lunae ad ſtellam horarius in via illa et tempus minimae diſtantiae centri Lunae a ſtella, vel appulſus Lunae ad ſtellam, ſeu emerſio ſtellae determinari, ſi alterutrum eorum obſeruari non potuerit.

Schol. 3^{tium} Quoniam in methodis loca Lunae laudata obſeruandi ſupra §§phis 8vo et 10mo deſcriptis pro qualibet obſeruatione poſitio capilli G C ad diurnum Lunae vel ſtellae parallela requiritur, quae ſimplici tractatio-

ne tubi nonniſi taedioſiſſime obtineri poteſt, neceſſario itaque ad huiusmodi obſeruationes machina parallactica opus erit. Cum autem in methodo §12mo deſcripta ad easdem obſeruationes inſtituendas repetita directione capilli G C ad diurnum Lunae vel ſtellae opus non ſit, poterunt eaedem methodo hac absque omni vſu machinae paracticae abſolui facillime, licet calculus inde prolixior aliquantulum prodeat, et deficiente machina omnes obſeruationes locorum Lunae hac methodo inſtitui, quocunque ex ſupra deſcriptis modo ſtella ad Lunam ponatur.

Schol. 4^{tum} Praeterea quoniam diameter Lunae motusque eius in diurno, Luna diuerſas altitudines ſupra horizontem tenente, ob variationem parallaxeos eiusdem inde oriundam mutantur aliquantulum, et maiores vel minores euadunt; conuenit in praxi poſt abſolutas obſeruationes locourm Lunae ad ſtellam, diametrum Lunae motumque eiusdem in diurno, et ſitum maculae in diſco eius denuo obſeruare, modis in §8vo et §10mo deſcriptis, tempusque obſeruationis vti prius annotare, vt innoteſcant, ſi quae ſunt, differentiae eorum tempore inter obſeruationes eorundem intercedente factae, et inde verae quantitates priorum, verusque ſitus poſterioris ad tempus cuiuslibet obſeruationis loci Lunae ad ſtellum definiantur.

§. 13. Deſcriptis hactenus methodis loca Lunae reſpectu aequatoris determinandi in corollariis ex eclipſi Lunae obſeruata deducendis neceſſaria, ad ipſas eclipſes Lunae accedo. Pro iis itaque obſeruandis attendatur in primis diligenter ad ea, quae §3^{tio} dicta ſunt. Deinde obſeruato initio eclipſeos dirigatur, vertendo intra tubum circu-

circulum cum ſiſtemate capillorum modo §1mo deſcripto, capillus H F in plaga occidentali capilli A E ponendus ad cornua phaſeos, vt eadem axacte ſtringat; et eodem momento, quo capillus ad cornua bene directus eſt, immoto tubo ſiſtemateque capillorum numerentur oſcillationes horologii, eodem prorſus modo, quo idem §4to factum eſt, donec limbus vmbrae Terreſtris capillos *x y* et *u v* ſibi proximos attingat, limbus autem luminoſus Lunae ad capillos *q r* et B D, proximum nempe primum et proximum tertium appellat, quorum appulſuum tempora a contactu cornuum cum capillo H F numerata ſeorſim notentur. Et data erunt omnia requiſita ad phaſin eclipſeos Lunaris, diametrum vmbrae Terreſtris, et poſitionem chordae defectiuae ad diurnum Lunae tempore contactus cornuum cum capillo H F determinandis neceſſaria. Fig. 11.

§. 14. Repreſentet enim circulus A D E G cum lineis parallelis interſe et ad lineam G C perpendicularibus campum tubi cum ſiſtemate capillorum §1mo deſcripto, ſitque circulus *d* W K Luna eclipſans, alter vero circulus W *n* K vmbra Terreſtris Lunam obſcurans, in eo ſitu ad ſe inuicem capilloſque tubi, quem tempore contactus cornuum phaſeos cum capillo H F habent. Ducatur a medio chordae defectiuae *m*, linea *m d*, parallela ad capillum G C, quae, quia per centra vtriusque circuli tranſit, marginem vmbrae W *n* K, marginemque luminoſum Lunae W *d* K ſecabit in punctis *n*, et *d*, a chorda defectiua W K in initio obſeruationis remotiſſimis, eritque linea *n d* menſura partis lucidae Lunae ab eclipſi adhuc liberae, linea autem *m n* quantitatem ſegmenti vmbrae in diſco Lunae eodem tempore conſpicui exhibebit. Vt autem lineae hae in Fig. 11.

 parti-

partibus diametri Lunae per §3^tiam^ datis determinari poſſint, concipiamus per punctum *d*, ductam eſſe lineam *d e b* diurno Lunae parallelam, eam, per quam punctum diſci Lunaris *d* in tubo tempore obſeruationis ſpectatum mouetur, motuque ſuo ad capillos *q r* et B D in punctis *e* et *b* appellit, lineam autem *n* R per punctum *n* ductam diurno vmbrae parallelam, et ad lineam *d e b* obliquam eſſe eam, per quam punctum diſci vmbrae *n* eodem tempore in tubo mouetur, motuque ſuo lineas ſibi proximas *x v* et *u v* in punctis *b* et R attingit. Ex obſeruatione ſuperiori phaſeos dantur tempora, ſeu oſcillationes horologii, quibus durantibus punctum diſci vmbroſi *n*, motu diurno vmbrae in circulo eius diurno latum, diſtantias *n b* et *b* R percurrit, nec non tempora, quibus punctum diſci Lunaris *d*, motu diurno Lunae in circulo eius diurno incedendo, lineas *e d*, *e b*, emetitur. Ex obſeruatione autem §3^tio^ deſcripta dantur etiam tempora, quibus centrum Lunae in diurno ſuo latum diſtantias rectas capillorum omnium interſe in linea G C incedendo traiicit, conſequenter et tempora, quibus idem diſtantiam rectam capillorum *q r* et B D ſeu lineam *g f*, nec non ſimilem diſtantiam capillorum *x y* et *u v*, ſeu lineam *a* P emetitur. Lineis itaque *e d*, *e b*, itemque *b*R, *bn* nec non *g f*, et *a* P oſcillationibus horologii, ceu partibus aequalibus diuerſarum ſcalarum expreſſis, ob triangulum *b dg* ſimile triangulo *e d f* per conſtructionem, inferatur primo, vt *e b*, ſe habet ad *g f*, ita *e d*, ad *d f*, diſtantiam puncti *d*, a capillo *q r* eidem proximo, oſcillationibus horologii ad motum centri Lunae relatis expreſſam. Subtrahatur linea haec *d f* a diſtantia recta capillorum H F et *q r* §3^tio^ in iisdem partibus data, differentiaque ſeu linea *m d*, ſubtrahatur a diametro Lunae

Lunae ibidem et eodem modo data, et reſtabit linea *m* T, menſura ſegmenti Lunaris in initio obſeruationis obſcurati. Deinde pro linea *m n* in iisdem partibus inuenienda, inferatur porro, ob triangula P *n* R et *a n b* itidem per conſtructionem ſimilia, vt R *b* ſe habet ad *a* P; ita *b n* ad *a n*, diſtantiam puncti *n* a capillo *x y* eidem proximo quaeſitam. Subtrahatur linea haec *a n* a diſtantia capillorum H F et *x y* in iisdem partibus §3^{tio} data, et reſtabit linea *m n*, menſura ſegmenti vmbrae in diſco Lunae, tempore contactus cornuum cum capillo H F, conſpicui. Addatur linea haec *m n* ad lineam *m* T, ſegmentum Lunare ſupra inuentum, ſumma dabit quantitatem eclipſeos in initio obſeruationis, ſeu tempore contactus cornuum cum papillo H F conſpectam, oſcillationibus horologii ad motum centri Lunae relatis expreſſam. Eadem autem in partibus duodecimis diſci Lunaris nec non inclinatio chordae defectiuae ad diurnum Lunae, diameterque vmbrae Terreſtris per ſupra data eodem modo inuenientur, quo easdem §5to ſimilibus datis definiuimus.

§. 15. Eodem modo phaſes vlterius obſeruentur, quotquot libuerit, dirigendo ſc: ſemper capillum H F ad cornua phaſeos, appulſiusque limborum vmbrae Terreſtris et Lunae ad duos capillos iuxta Schol 1^{mum} §5^{ti} eligendos notando, donec cornua phaſeos in ſitum diurnis Lunae vel vmbrae Terreſtris parallelum peruenerint, tempusque tranſitus alterutrius limbi per diſtantiam duorum proximorum capillorum inde nimis longum et ad obſeruationes phaſium inutile deprehendatur. In quo caſu miſſis his obſeruationibus, obſeruetur tranſitus maculae Lunaris cuiuscunque per diſtantiam capillorum parallelorum a ſe inuicem in tubo

remotiſſimorum in ſitu capilli G C ad diurnum maculae parallelo, vt innoteſcat celeritas Lunae in diurno eius durante eclipſi obtinens. Poſt haec vbi cornua phaſeos a ſitu ad diurnos mobilium parallelo ſenſibiliter declinauerint, incipiantur obſeruationes phaſium creſcentium, eodem modo quo ſupra phaſes decreſcentes obſeruatae ſunt, continuenturque ad finem vsque eclipſeos, et abſoluta erit obſeruatio phaſium eclipſeos Lunaris chordarumque defectiuarum et poſitionum earundem ad diurnum Lunae *ab obſeruatore primo*. Praeterea durantibus his obſeruationibus phaſium iubeatur *vnus Socius* tubo cum ſyſtemate capillorum ſupra §8vo deſcripto inſtructus obſeruare loca Lunae reſpectu aequatoris modo in eodem §9no. ſeu in §§phis 10mo et 12mo deſcripto, quotiescunque obſeruationem ſuam repetere poteſt. *Alter vero Socius* per quadrantem in gradus ſuos graduumque partes ſexageſimas exacte diuiſum, et ad altitudines accurate obſeruandas compoſitum, eodem tempore obſeruet per ſingula tria vel quatuor minuta temporis altitudines limbi luminoſi Lunae notando ſemper tempus obſeruationis ſuae. Praeſertim autem curet eam altitudinem, ſi poſſibilis ſit, quam accuratiſſime ſumere, momentumque eiusdem annotare, quam Luna habet cornibus phaſeos in ſitu ad horizontem verticali exiſtentibus, vel quando cornua phaſeos a capillo verticali in tubo quadrantis extenſo ſimul tegi poſſunt. Quodſi autem huiusmodi poſitio cornuum ad horizontem in eclipſi apparente impoſſibilis ſit, eadem attentione curet eam altitudinem obſeruare, momentumque eiusdem annotare: quam Luna habet cornibus phaſeos ſitum horizonti parallelum habentibus, vel quando cornua phaſeos a capillo tubi horizontali ſimul tegi poſſunt. Si haec omnia probe obſeruata fuerint,

rint,

rint, et vterque ſocius obſeruationes ſuas non interrupto ordine per integram durationem eclipſeos inſtituerit, abſoluta erit obſeruatio eclipſeos Lunaris in omnibus eius partibus.

§. 16. Quodſi ad tempus vnius cuiuslibet obſeruationis phaſeos ex obſeruatione phaſeos iuxta § 14. inclinatio chordae defectiuae ad diurnum Lunae, quantitasque diſci Lunae obſcurata, et radius vmbrae; hinc autem per *nrum* 1^mum^ §7^mi^ diſtantia centrorum Lunae et vmbrae in partes circuli maximi per *nrum* 2^dum^ §5^ti^ reducenda, eiusque inclinatio ad diurnum Lunae deducantur, et ad idem tempus ex obſeruationibus primi Socii differentiae declinationum aſcenſionumque rectarum Lunae et ſtellae itidem in partibus circuli maximi, cum iisque declinatio et aſcenſio recta centri Lunae verae, nec non inclinatio diurni Lunae ad parallelum ſtellae per *nros* 2^dum^ 6^tum^ 7^mum^ 8^vum^ et 9^num^ §9^ni^ inuentae; ex obſeruationibus autem ſecundi Socii altitudo centri Lunae, per reductionem ſeu regulam proportionum, ſi quae ſimul cum phaſi obſeruatae non fuerint, determinentur; poterunt ex his requiſitis datis deduci ſequentia. 1mo Motus Lunae ab vmbra viſus in via Lunae ab vmbra viſa, tempore inter duas quascunque obſeruationes phaſium intercedente factus, cum inclinatione eiusdem ad diurnum Lunae et initium vel finis eclipſeos Lunaris, ſi alterutrum eorum vel vtrumque male, vt plerumque fit, aut prorſus non obſeruatum fuerit, nec non tempus et quantitas maximae obſcurationis, itemque motus Lunae ab vmbra in aequatore quocunque tempore eclipſeos obtinens, et denique coniunctio mobilium in aequatore viſa; idque eodem prorſus modo quo eadem quaeſita ſimilibus datis ſupra in eclipſibus Solis §7mo *nris* 1mo 2do et

4to

4to determinata ſunt. 2do Inclinatio ſemitae viſae centri Lunae tempore inter duas quascunque obſeruationes phaſium intercedente a Luna emenſae ad ſemitam centri vmbrae viſam eodem tempore ab vmbra percurſam. Dantur enim 1mo in requiſitis §phi huius ad quamlibet obſeruationem phaſeos declinatio Lunae et differentia aſcenſionum rectarum Lunae et ſtellae partibus circuli maximi expreſſae, cum iisque ſimul motus Lunae in parallelo ſtellae itidem partibus circuli maximi expreſſus, et variatio, ſeu incrementum vel decrementum declinationis Lunae tempori inter obſeruationes phaſium aſſumptas intercedenti reſpondentes; vnde motus etiam Lunae in parallelo eius per differentiam declinationum minorem tranſeunte, et in ſemita eiusdem apparente eodem tempore facti iisdemque partibus expreſſi, cum inclinatione ſemitae ad parallelum Lunae deſcriptum dabuntur: ſi pro primo ex declinatione ſtellae et declinatione Lunae declinationi ſtellae, temporibus obſeruationum aſſumptarum proxima, radii parallelorum ſtellae et Lunae inueniantur, illatioque inſtituatur, vt radius paralleli ſtellae ſe habet ad radium paralleli Lunae modo deſcripti; ita motus Lunae in parallelo ſtellae per tempus inter obſeruationes phaſium intercedens factus, ad motum Lunae in parallelo eiusdem laudato eodem tempore factum quaeſitum. Pro ſecundo autem triangulum STE rectangulum ad T, lateribus eius ST, motu nempe Lunae in parallelo eiusdem ſtellae proximo nuper inuento, et ET, variatione declinationis Lunae tempore inter obſeruationes phaſium aſſumptas intercedente facta, ex requiſitis §phi huius datis deducenda, reſoluitur, latusque eius tertium SE, et inclinatio eiusdem ad

Fig. 12.

lineam

lineam S T, ſeu angulus E S T inueniantur; illud enim eſt motus Lunae in ſemita eius, hic autem inclinatio ſemitae ad parallelum Lunae quaeſiti. Praeterea 2do in iisdem requiſitis dantur, ad tempus vtriusque obſeruationis aſſumptae, diſtantiae centrorum Lunae et vmbrae etiam partibus circuli maximi expreſſae, earumque inclinationes ad diurnum Lunae, et inclinatio diurni Lunae ad parallelum ſtellae, vel quemcunque parallelum alium, hoc eſt et ad parallelum Lunae ſupra deſcriptum, vnde; ſi nempe haec data cum ſupra inuentis componantur, inclinatio etiam illarum ad parallelum Lunae S T ſupra deſcriptum, et ad ſemitam Lunae S E dabitur. Datis autem his, facili negotio conſequetur propoſitum. Repreſentet enim linea S T partem paralleli Lunae temporibus aſſumptarum obſeruationum phaſium parallelo ſtellae proximi a Luna interuallo obſeruationum percurſam ſupra *nro* 1mo inuentam. Fig. 13.
Sitque E T variatio declinationum Lunae, S E motus Lunae in ſemita eiusdem cum inclinatione ſemitae ad parallelum Lunae E S T, ibidem et ad idem tempus datae, et lineae S M, E I ſiſtant diſtantias centrorum Lunae et vmbrae a ſe inuicem ad tempora earundem obſeruationum per *nrum* 2^dum^ inuentas, ad parallelos aequatoris S T, et E *e*, quos Luna iisdem temporibus tenuit, ſub angulis M S T, et I E *e*, ad ſemitam autem Lunae S E, ſub angulis M S E et I E S per eundem *nrum* datis inclinatas. Linea M I puncta diſtantiarum extrema M et I coniungens, erit ſemita centri vmbrae viſa, cuius quantitas M I, et inclinatio ad ſemitam Lunae S E quaeritur. Hunc in finem iungantur puncta M et E linea recta M E,

et formabitur inde triangulum rectilineum M S E, in quo datis per ſupra dicta lateribus M S et S E cum angulo intercepto M S E inuenientur anguli S E M et S M E, nec non latus M E. Subtrahatur angulus S E M ab angulo I E S ſupra dato, et reſtabit angulus M E I. Iam in triangulo M E I itidem rectilineo datis lateribus M E et E I cum angulo intercepto M E I inuenietur angulus E M I cum latere M I, quod motum centri vmbrae in ſemita eiusdem apparente, tempore inter obſeruationes aſſumptas elapſo factum et quaeſitum prodit. Tandem addatur angulus E M I nuper inuentus ad angulum E M S, vt prodeat angulus I M S, hoc enim ad angulum M S E addito, ſummaque eorum a 180° ſubtracta in reſiduo prodibit inclinatio ſemitarum viſarum S E et M I, centri Lunae et centri vmbrae ad ſe inuicem quaeſita. 3^{tio} Quodſi in loco obſeruationis altitudo aequatoris cognita fuerit, poterit hoc requiſito cum prioribus datis compoſito ad tempus cuiuslibet obſeruationis phaſeos altitudo etiam centri vmbrae ſupra horizontem apparens, nec non declinatio et aſcenſio recta eiusdem apparentes inueniri. Dantur enim in
Fig. 14. requiſitis §phi huius ad quamlibet obſeruationem phaſeos altitudo et declinatio centri Lunae L apparentes, quae ad polos mundi et horizontis P et Z productae cum altitudine aequatoris, ſeu diſtantia poli mundi a vertice, formabunt triangulum ſphaericum Z P L, in quo datis omnibus eius lateribus, angulus ad centrum Lunae P L Z, quem circulus declinationis cum circulo altitudinis format, definietur. Praeterea in iisdem requiſitis datur ad quam libet obſeruationem phaſeos diſtantia centrorum Lunae et vm-

vmbrae partibus circuli maximi expreſſa, et inclinatio diſtantiae illius ad diurnum *Lunae*, et diurni Lunae inclinatio ad parallelum ſtellae, omnesque parallelos alios, conſequenter et ad parallelum per centrum Lunae L in obſeruatione aſſumpta tranſeuntem, vnde inclinatio etiam diſtantiae illius ad parallelum Lunae deſcriptum, cum eaque ſimul ad circulum declinationis per centrum Lunae eodem tempore tranſeuntem; quippe quae inclinationis illius eſt complementum ad rectum, innoteſcet. Quoniam autem per ſupra dicta inclinatio circuli declinationis ad circulum altitudinis in centro Lunae tempore obſeruationis obtinens datur, dabitur etiam inclinatio diſtantiae illius ad circulum altitudinis cum eaque ſimul complementum eius ad rectum, ſeu inclinatio eiusdem diſtantiae ad almucantharatum per centrum Lunae eodem tempore tranſeuntem. Data autem hoc modo inclinatione diſtantiae centrorum ad almucantharatum tempore obſer- Fig. 19. vationis aſſumptae per centrum Lunae tranſeuntem, et diſtantia centrorum ipſa, differentia etiam altitudinum centri Lunae a centro vmbrae inuenietur. Quaerendo nempe in triangulo LMV rectangulo ad M, latere eius LV, diſtantia ſc: centrorum Lunae et vmbrae, et angulo V. LM inclinatione eiusdem ad almucantharatum LM per centrum Lunae tempore obſeruationis aſſumptae tranſeuntem datis, latus VM eidem aequale. Hac autem et altitudine centri Lunae datis, altitudo quoque centri vmbrae ipſa nullo negotio dabitur. Quodſi porro loco inclinationis diſtantiae centrorum ad almucantharatum inclinatio eiusdem ad parallelum centri Lunae ſupra inuenta ſubſtituatur, ſi-

mileque triangulum reſoluatur, determinabitur inde differentia declinationum V M et aſcenſionum rectarum L M Lunae et vmbrae tempore obſeruationis aſſumptae obtinentes partibus circuli maximi expreſſae; quarum prima immediate vera ex reſolutione hac prodibit, altera vero in partes circuli paralleli reducenda erit per *nrum* 8^{vum} §9^{ni}, antequam pro vera habeatur. Datis autem hoc modo differentiis Declinationum et aſcenſionum rectarum centri Lunae a centro vmbrae; et ex requiſitis §phi huius declinatione et aſcenſione recta centri Lunae, declinatio etiam et aſcenſio recta centri vmbrae per ſe innoteſcent. Quodſi autem ad haec ex theoria Solis ad tempus obſeruationis phaſeos aſcenſio recta Solis et depreſſio eiusdem infra horizontem dentur, dabitur inde 4to ad idem tempus parallaxis etiam centri vmbrae in diſco Lunari conſpicuae, idque duplici methodo; prima nempe, ſi a depreſſione Solis infra horizontem altitudo centri vmbrae apparens ſupra *nro* 3^{tio} inuenta ſubtrahatur; ſecunda autem, ſi differentia aſcenſionis rectae centri vmbrae, ab aſcenſione recta puncti centro Solis oppoſiti inueniatur, ex complementisque altitudinis ſupra horizontem, et declinationis centri vmbrae ſupra inuentarum, nec non altitudinis poli; angulus ad centrum vmbrae, quem circulus declinationis per centrum vmbrae tranſiens cum circulo altitudinis per idem centrum tranſeunte facit, determinetur; his enim cum complemento declinationis apparentis vmbrae cognitis parallaxis quoque centri vmbrae, ſeu differentia altitudinum eiusdem ſupra horizontem verae et viſae dabitur. Repreſentet enim circulus ZPHO meridianum, in-

Fig. 16.

in quo P polus, Z zenith E Q autem aequatorem, in quo ♈ principium numerationis aſcenſionis rectae, ſitque H O horizon loci, in quo obſeruatio inſtituta eſt, et A centri vmbrae locus apparens, V verus tempore obſeruationis, quae loca in eodem erunt circulo verticali, quoniam parallaxis phaenomenon deprimit tantum. Per A et V traducti intelligantur declinationum circuli P A B, P V D, aequatori in B et D occurrentes, et exprimet linea B D differentiam aſcenſionum rectarum centri vmbrae, verae, ſeu e centro Terrae viſae, aequalis aſcenſioni rectae puncti Soli oppoſiti, et apparentis *nro* ſuperiori inuentae, qua data angulus quoque B P D, quem arcus hic B D menſurat, dabitur. In triangulo ſphaerico A P Z dantur tria latera, nempe P Z complementum altitudinis poli, A Z complementum altitudinis apparentis centri vmbrae per numerum ſuperiorem determinatae, et A P complementum apparentis declinationis eiusdem ibidem datae, dabitur ergo per reſolutionem huius trianguli Z A P angulus. Porro in triangulo V A P dantur duo anguli modo inuenti, V A P et V P A, cum latere intercepto A P, inuenietur igitur latus A V, parallaxis altitudinis centri vmbrae tempore obſeruationis obtinens quaeſita prorſus vt habet D. Gregorius Data autem parallaxia ltitudinis centri vmbrae in diſco Lunari conſpicuae, et altitudinibus centrorum Lunae et vmbrae. 5to Parallaxisquoque centri Lunae ad quamlibet obſeruationem phaſeos inuenietur. Ex parallaxi enim altitudinis vmbrae in diſco Lunae conſpicuae, et altitudine vmbrae apparente inuenitur diſtantia vmbrae, cum eaque Lunae etiam a centro Terrae, et radius Terrae vbique conſtans eſt, accedit

complementum altitudinis centri Lunae ſupra horizontem ex antecedentibus notum, vnde facile conſequitur quaeſitum. Optime autem et facillime omnium determinari poteſt parallaxis centri Lunae iuxta primam methodum ex obſeruatis altitudinibus centri Lunae ſupra horizontem, cornibus phaſeos ſitum verticalem, vel parallelum ad horizontem habentibus; in primo enim caſu altitudo centri vmbrae ſupra horizontem apparens aequalis eſt altitudini centri Lunae momento illo obſeruatae, ex eademque data immediate datur; in ſecundo autem caſu ex diſtantia centrorum ad idem tempus per obſeruationem inuenta vel per regulam proportionum deducta altitudineque centri Lunae nullo negotio conſequetur. Denique 6to datis ad tempus cuiuslibet obſeruationis phaſeos altitudine declinatione et aſcenſione centri Lunae apparentibus, itemque parallaxi altitudinis Lunae declinatio et aſcenſio recta centri Lunae verae inuenientur. His autem cognitis et obliquitate eclipticae ad aequatorem data, latitudo quoque et longitudo centri Lunae verae facile determinabuntur. Quodſi autem ad tempora duarum quarumlibet obſeruationum phaſeos latitudines et longitudines Lunae verae definiantur, determinabitur inde inclinatio orbitae Lunaris ad eclipticam vera, locus nodi orbitae Lunaris verus, et diſtantia centri Lunae a nodo in vtraque obſeruatione phaſeos obtinens itidem vera. Quodſi tandem 6to ex qualibet obſeruatione phaſeos, quotquot earum durante eclipſi obſeruatae ſunt, ſemidiameter apparens vmbrae, et diſtantia centri Lunae a centro Terrae, ex eaque parallaxis centri Lunae horizontalis inueniantur, et ex iis in ſeries

ſeor-

ſeorſim diſpoſitis, ſemidiameter apparens vmbrae, et parallaxis horizontalis centri Lunae omnium accuratiſſimae, ex conſenſu nempe plurium mutuo cognoſcendae, eligantur, ex differentia earum determinabitur ſemiangulus coni vmbroſi Terrae tempore eclipſeos verus, qui porro ex ſemidiametro apparente Solis eodem tempore obtinente ſubductus parallaxin Solis tempore obſeruationis eclipſeos obtinentem veram producet. Haec de eclipſibus Lunae.

FINIS.

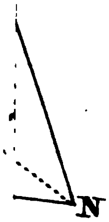


Fig. 3.

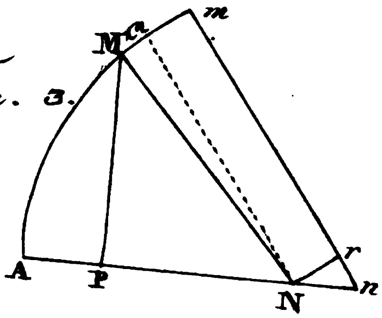


Fig. 6.

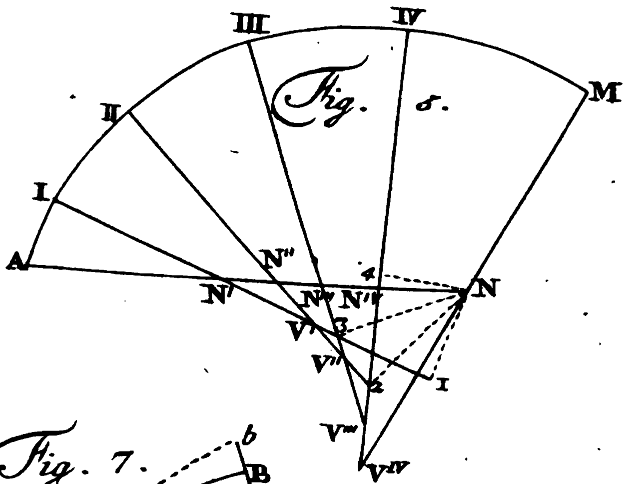


Fig. 7.

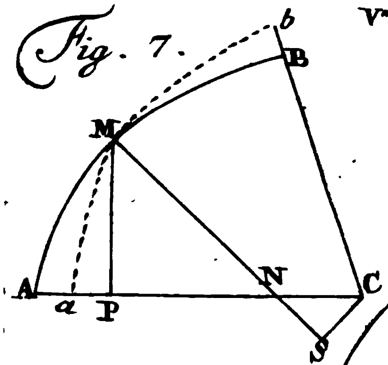
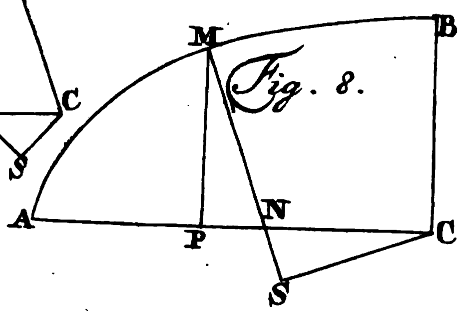
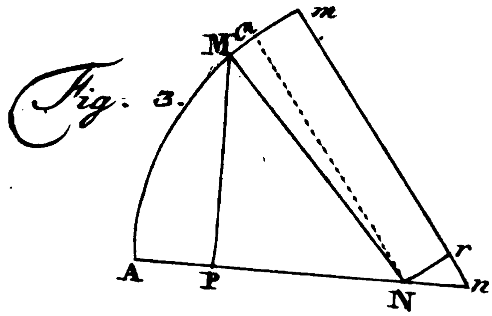
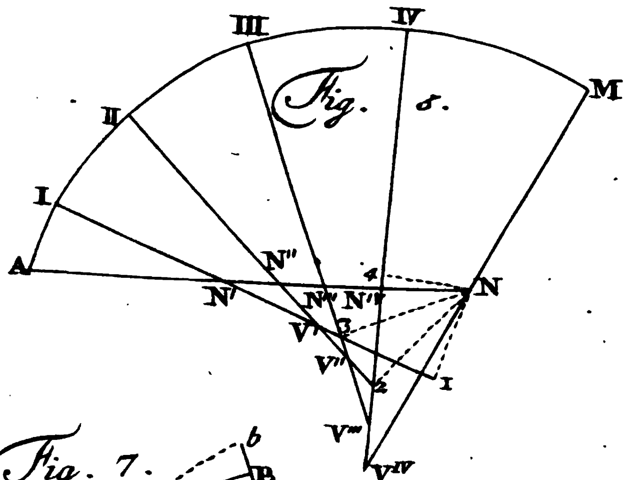


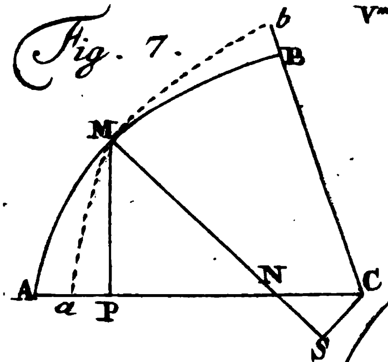
Fig. 8.




N


Fig. 3.
M
a
m
r
A
P
N
n


Fig. 6.
III
IV
II
I
M
A
N''
4
N
N'
N''' N'V
V'
3
V''
2
1
V'''
V^IV


Fig. 7.
b
B
M
A
a
P
N
C
S

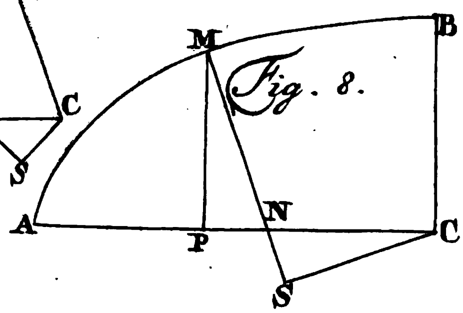

M
B
Fig. 8.
N
A
P
C
S

Fig. 3.

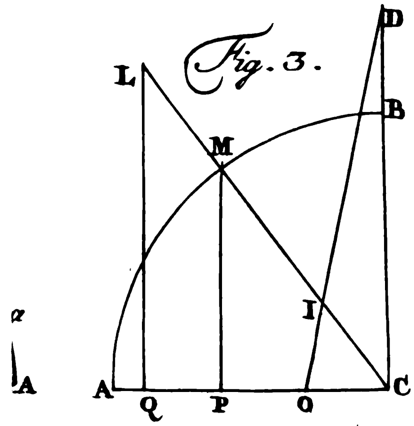


Fig. 4.

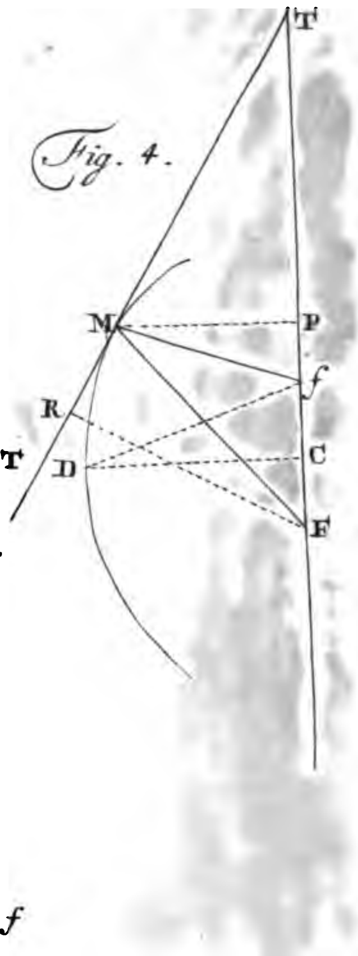
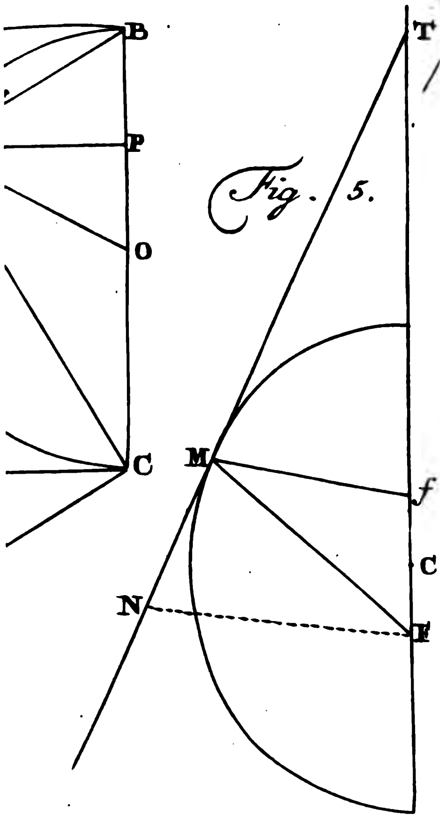
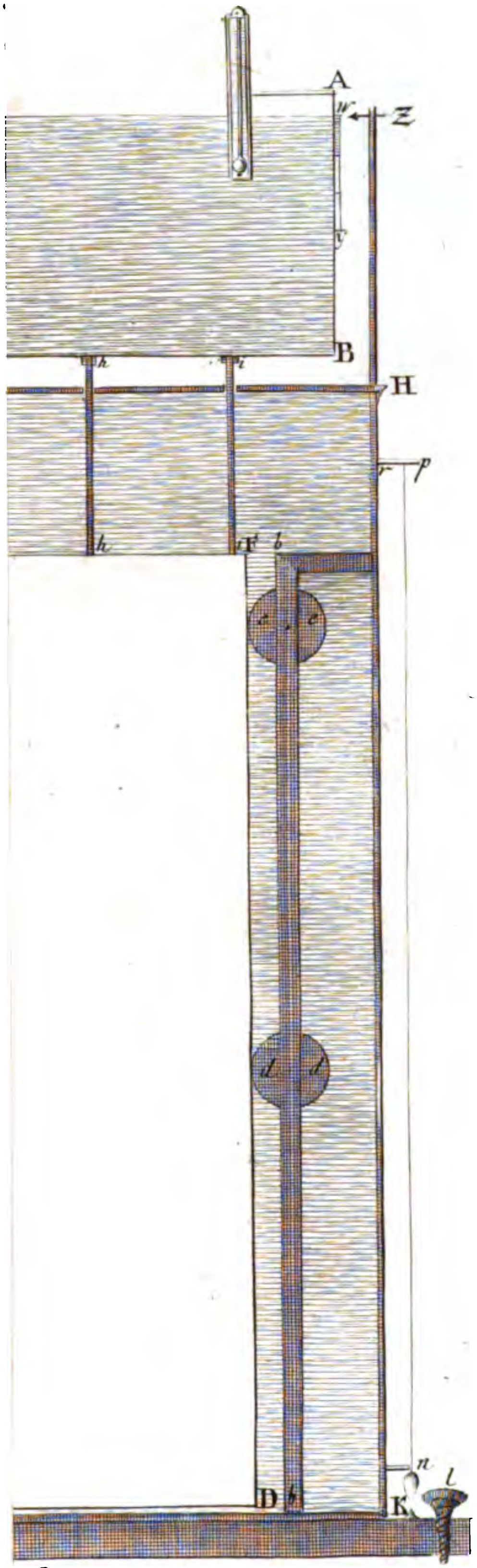
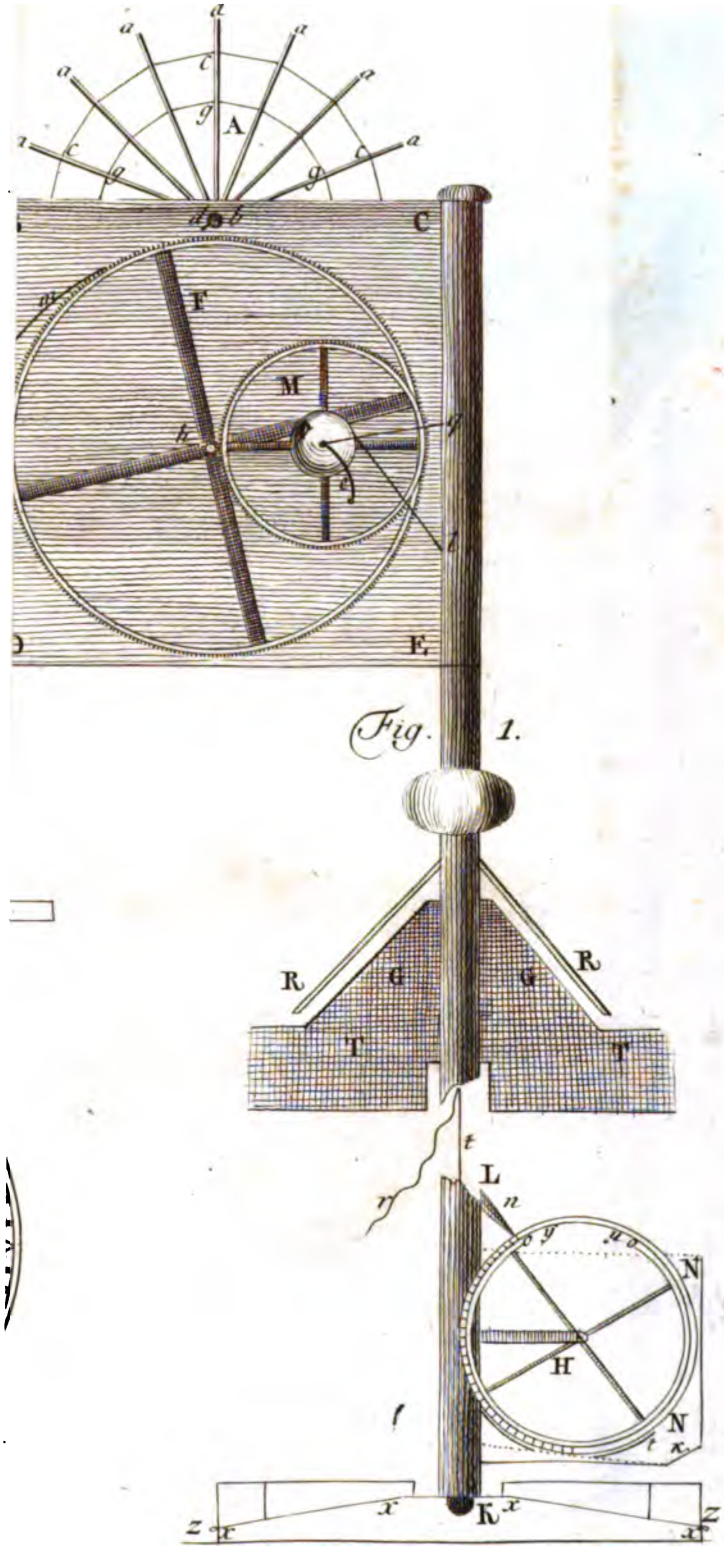


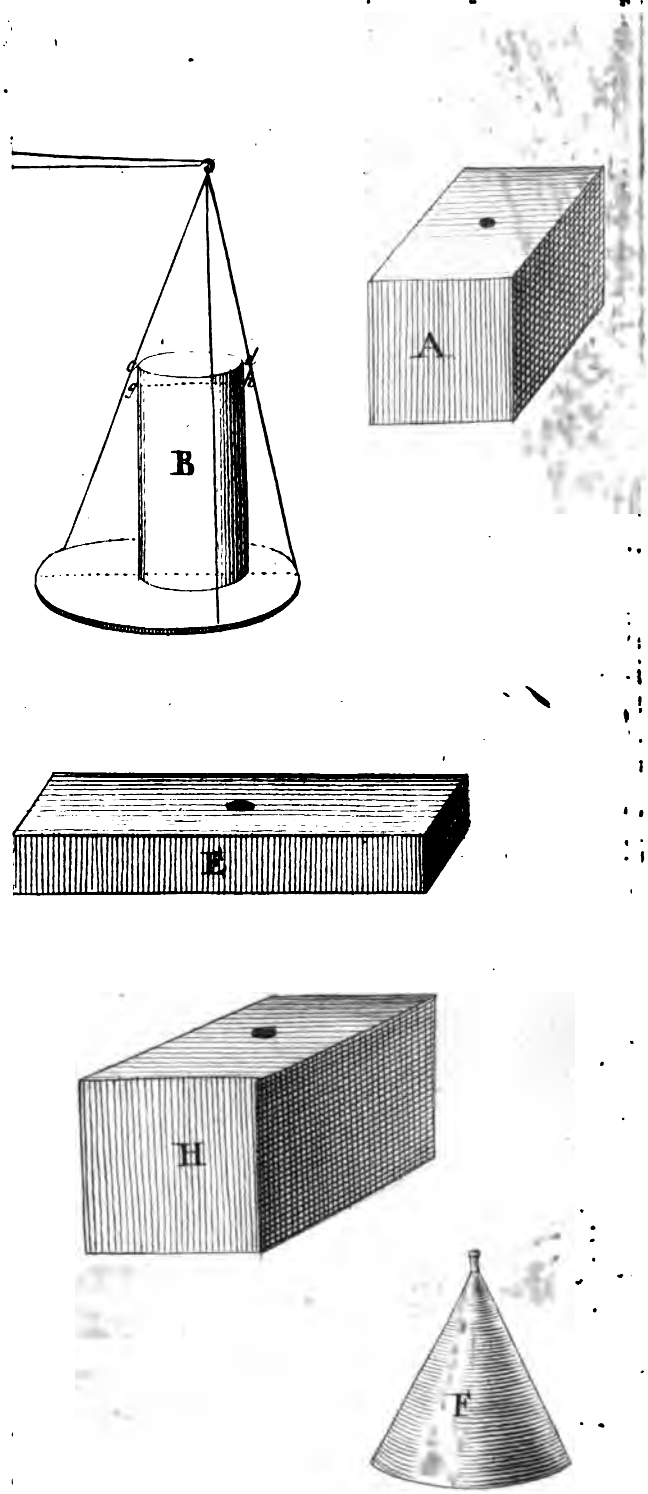
Fig. 5.





o dig Condinens.


A
C
F
M
E
R
G
T
L
N
H
K
Fig. 1.


A
B
E
H
F

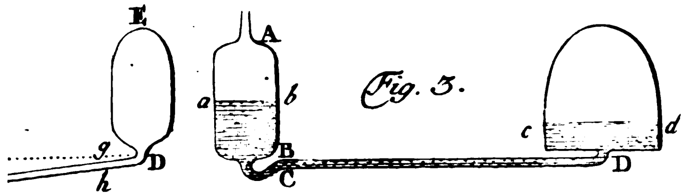


Fig. 3.

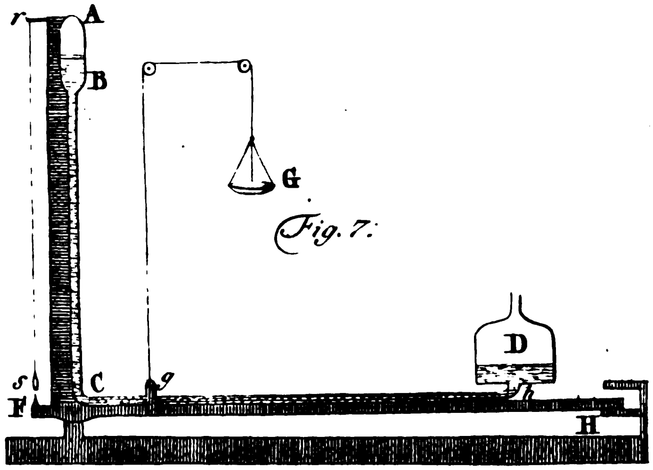


Fig. 7.

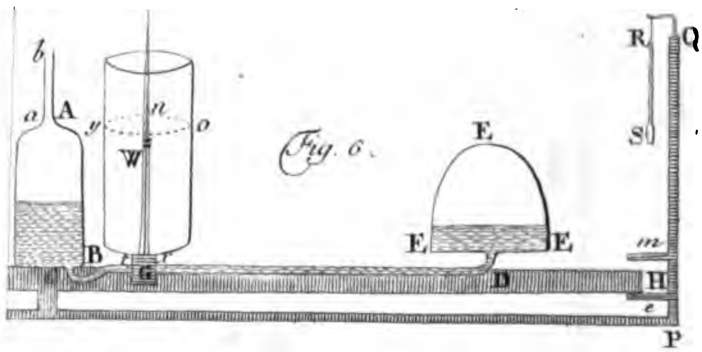


Fig. 6.

Fig. 10.

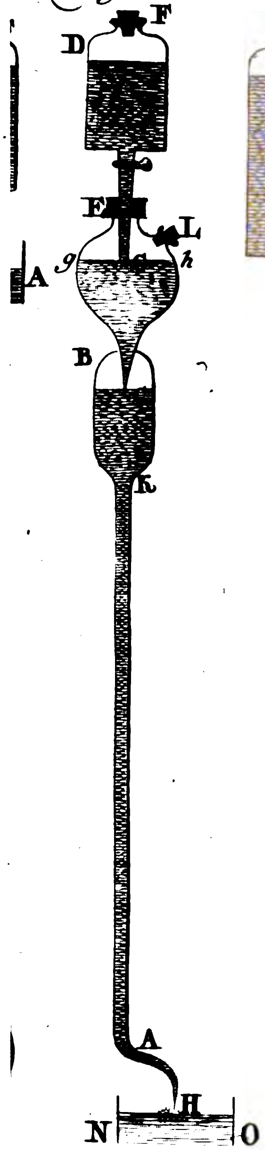
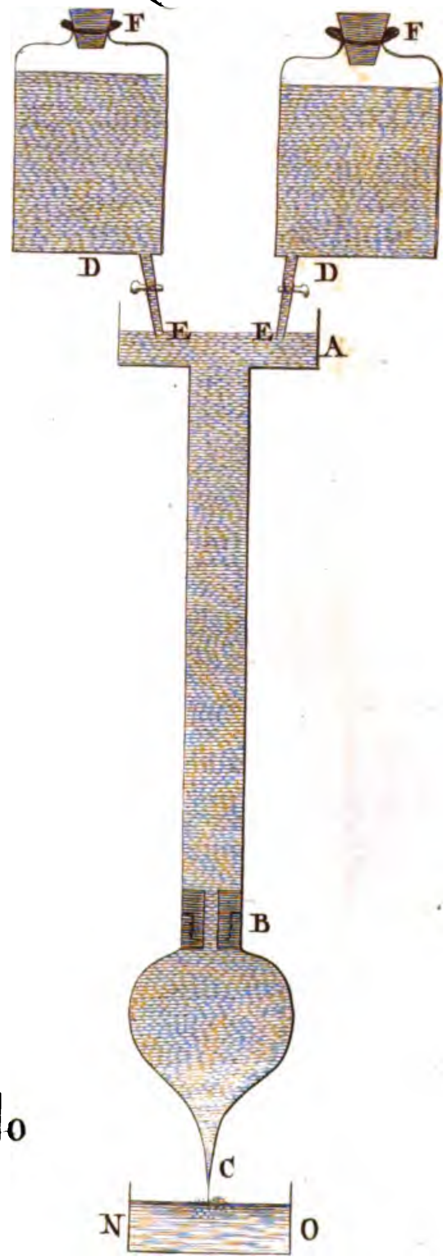


Fig. 11.



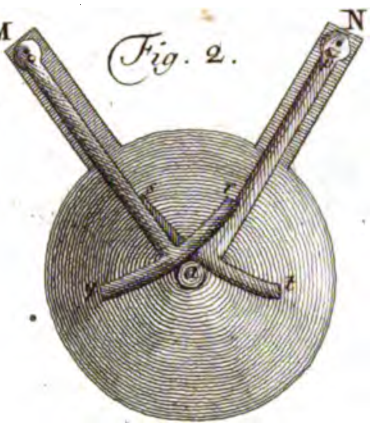


Fig. 2.

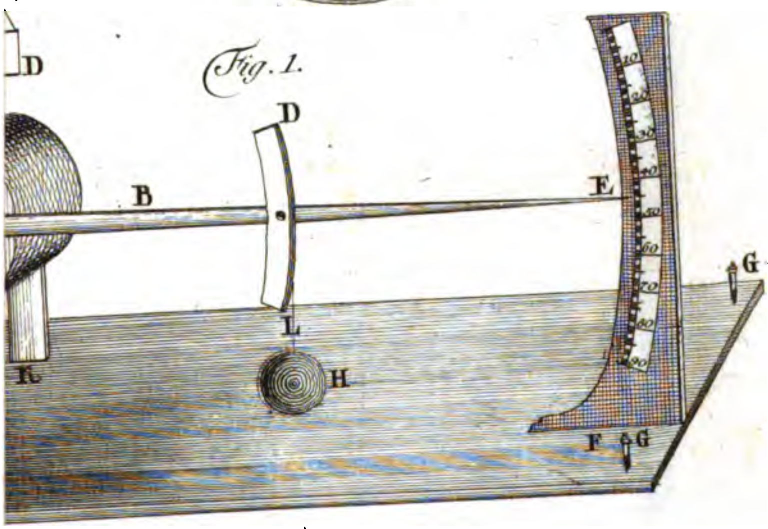
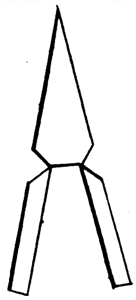


Fig. 1.

Fig. t.



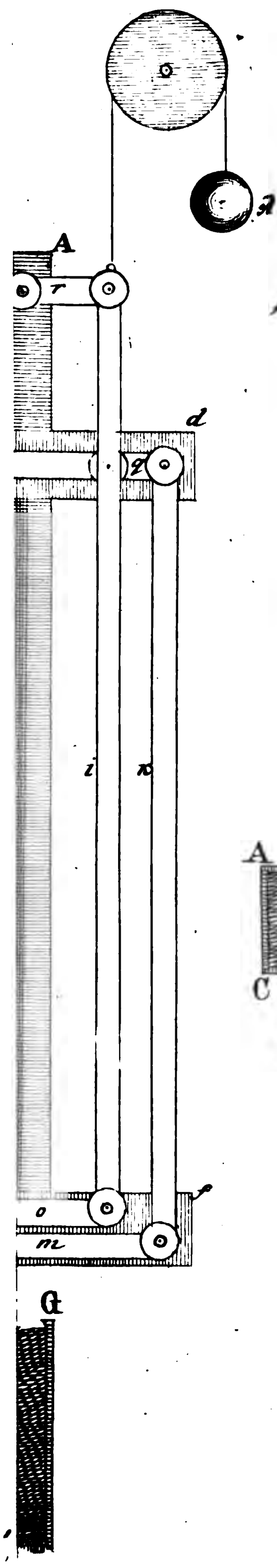


Fig: 3

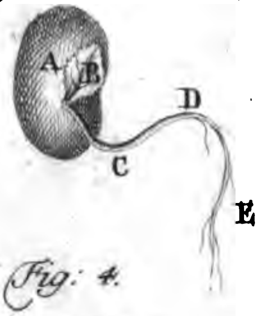


Fig: 4

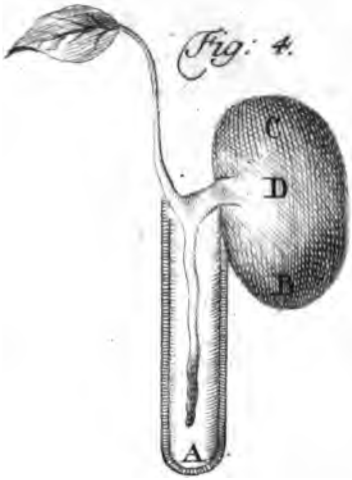


Fig: 5.

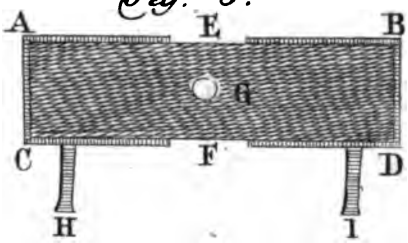


Fig: 6

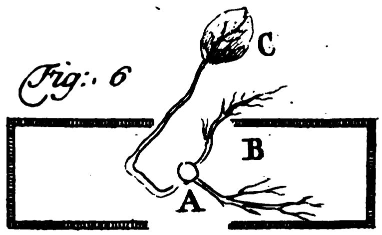
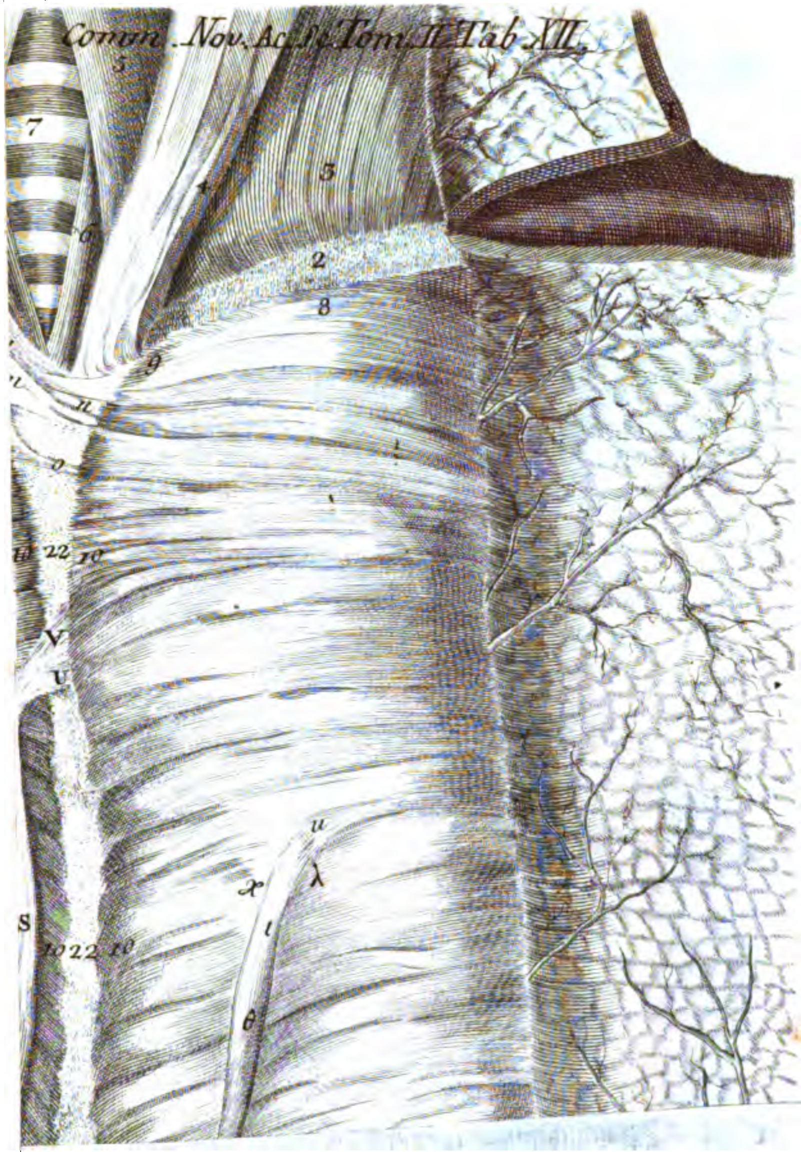
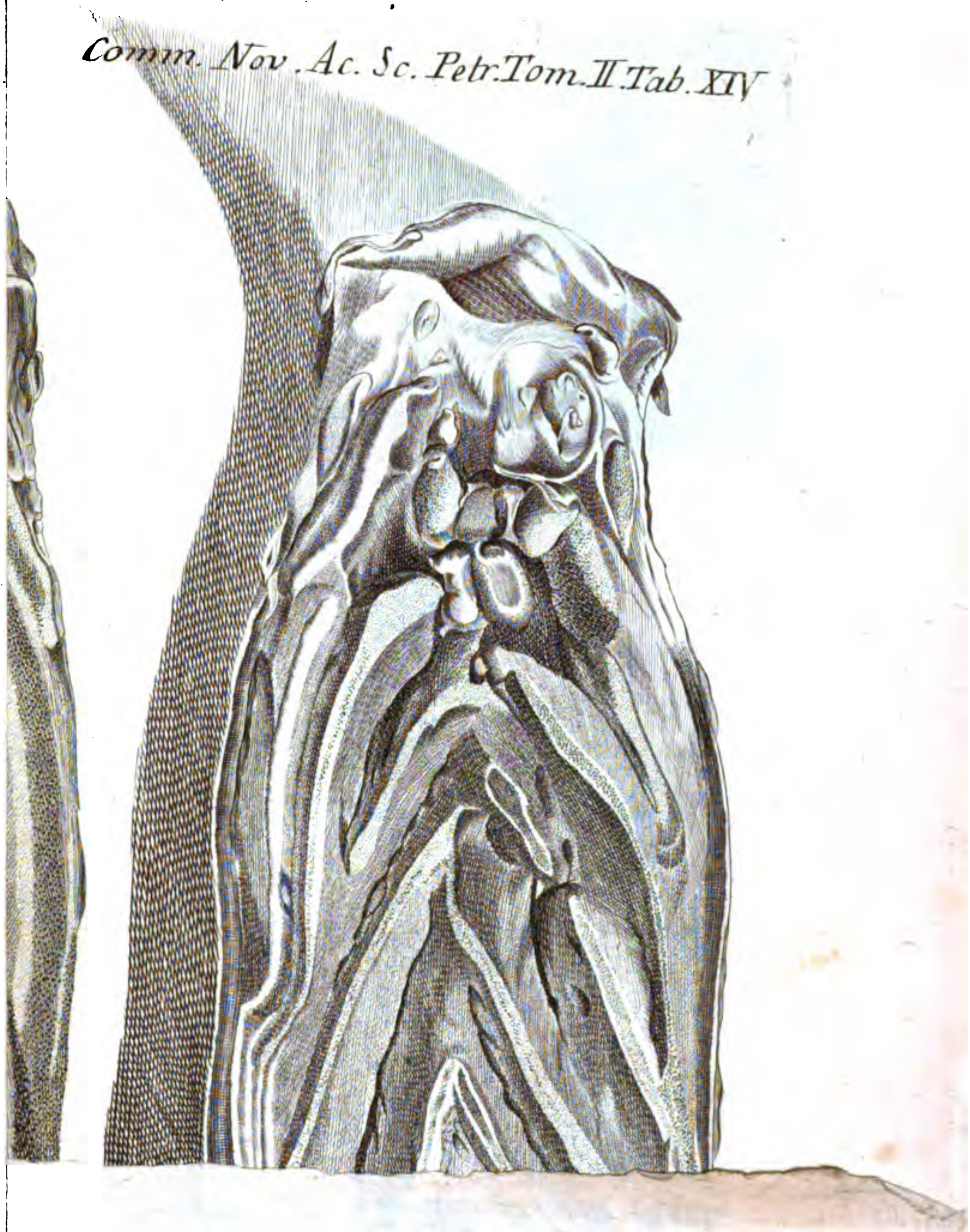


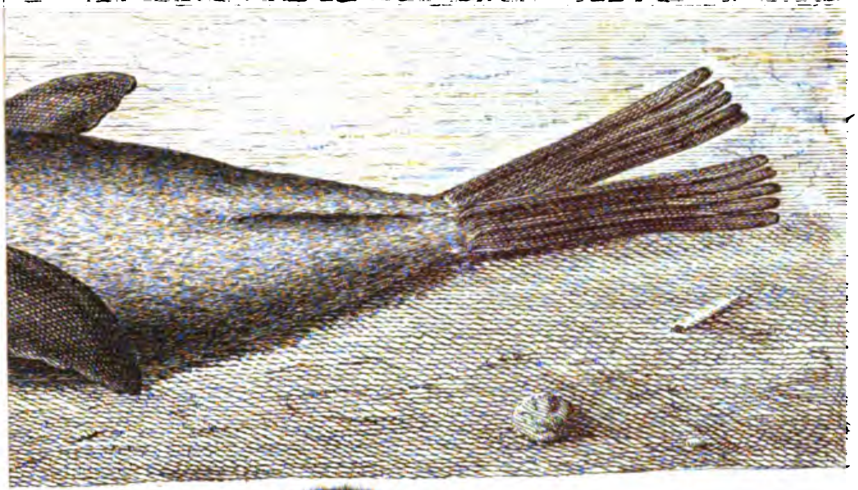


Fig. 2.


7
5
4
6
3
2
8
9
n
o
22
10
V
U
u
λ
x
t
S
10 22 10
θ



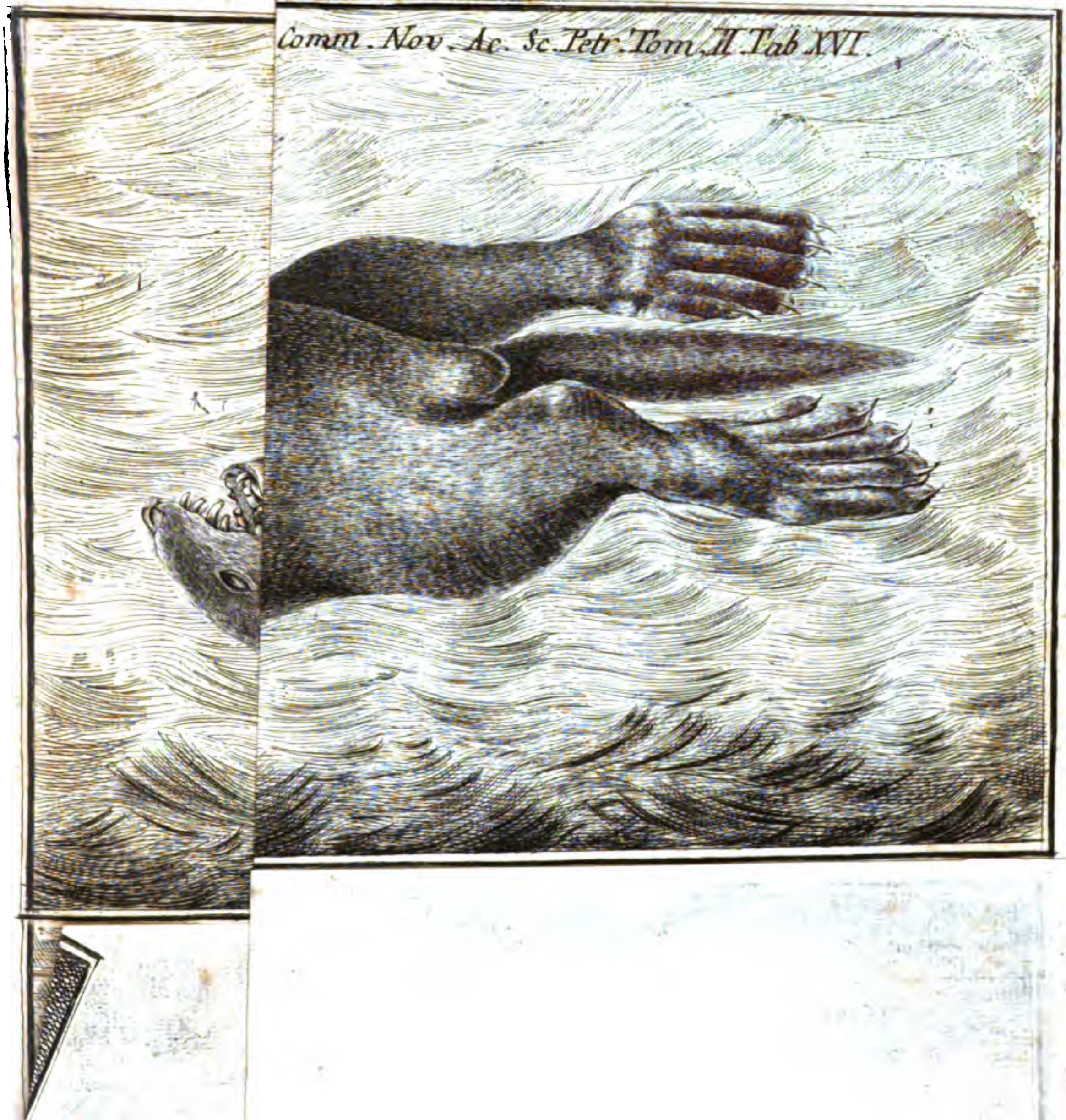


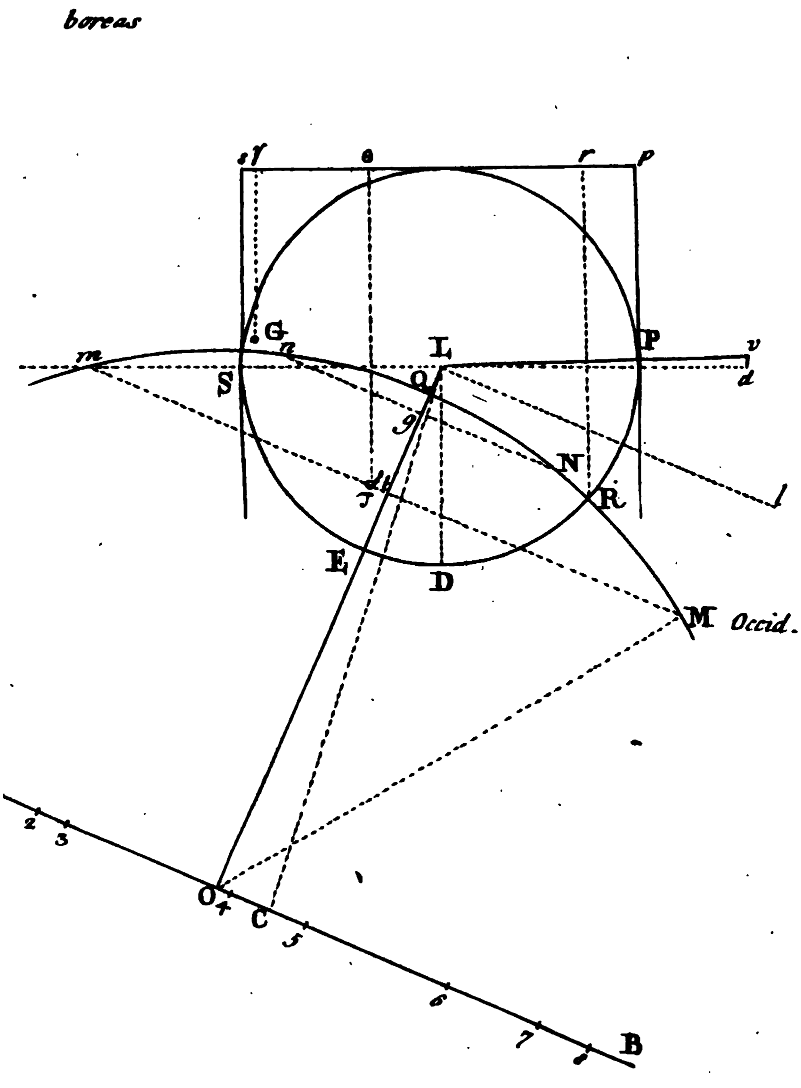


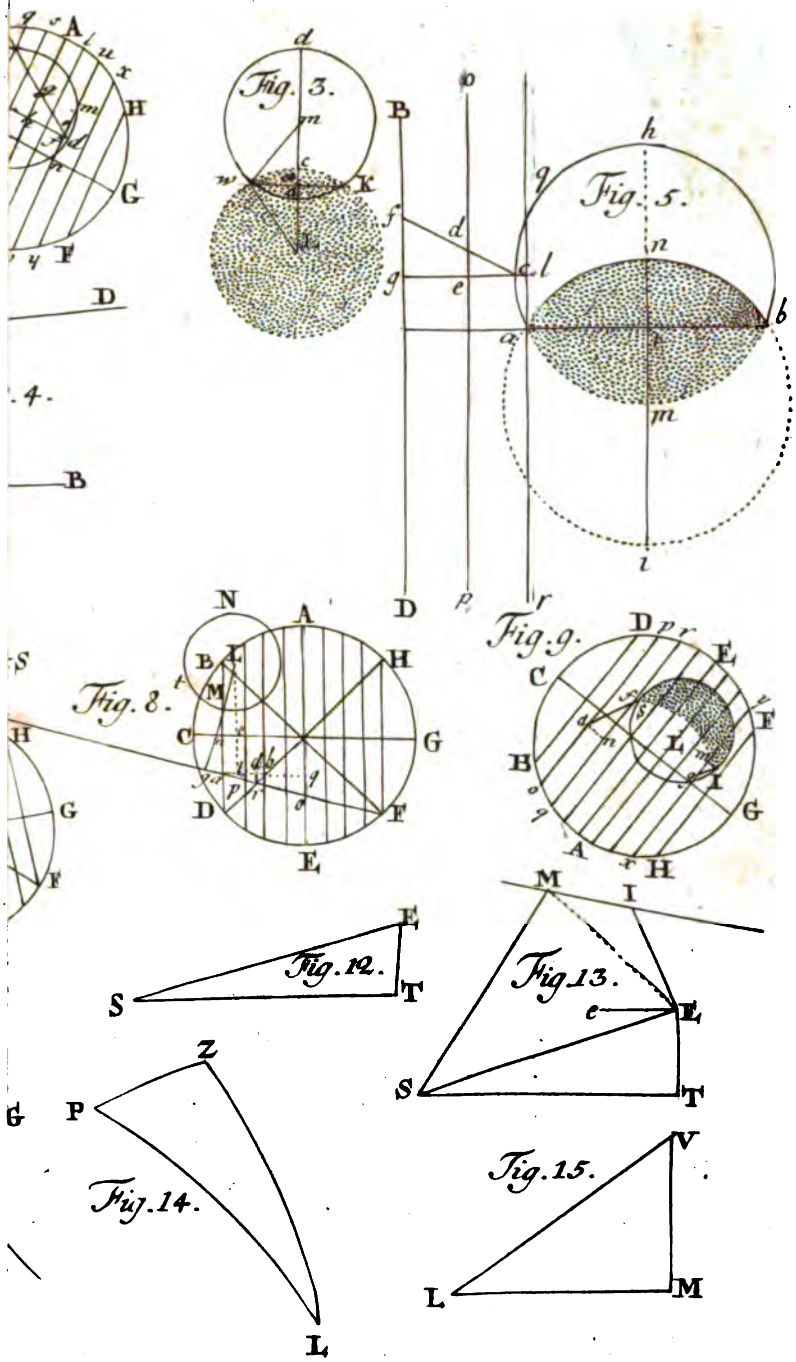
1.



Comm. Nov. Ac. Sc. Petr. Tom. II. Tab. XVI.




boreas
s
f
e
r
p
G
n
m
L
P
v
S
Q
d
g
N
l
dt
r
R
E
D
M
Occid.
2
3
O
4
C
5
6
7
8
B


Fig. 3.
Fig. 5.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.

Widener Library
3 2044 092 615 285